

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям



О. Г. Прохоренко

«20» декабря 2022 г.

Регистрационный № УД – 11439/уч.

МАТЕМАТИКА В ПРИЛОЖЕНИЯХ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направления специальности:

1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01 - 2021, типового учебного плана № G 31-1-011/пр-тип. от 31.03.2021 и учебного плана № G31-1-004/уч. от 25.05.2021

СОСТАВИТЕЛИ:

Андрей Владимирович Лебедев, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

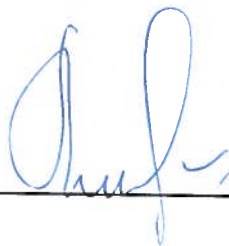
Гороховик Валентин Викентьевич, член-корреспондент НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа ИМ НАН Беларуси

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
(протокол № 5 от 25.11.2022);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 3 от 15.12.2022)

Заведующий кафедрой



Лебедев Андрей Владимирович

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины «Математика в приложениях»

Цель учебной дисциплины – повышение уровня специального математического образования студентов специализации «математические методы в экономике», формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, построение экономических и физических моделей и задач, использующих анализ, дифференциальные уравнения, теорию вероятностей, а также изучение алгоритмов решения конкретных экономических задач

Задачи учебной дисциплины:

1. Демонстрация использования анализа, дифференциальных уравнений и теории вероятностей в построении математических моделей сложных явлений;

2. Обучение методами использования анализа, дифференциальных уравнений и теории вероятностей в анализе экономических моделей.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к дисциплинам специализации компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Данная дисциплина наиболее тесно связана со следующими дисциплинами: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Функциональный анализ», «Алгебра и теория чисел».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математика в приложениях» должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных и специализированных компетенций:**

базовые профессиональные компетенции:

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира

БПК-5. Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы при решении теоретических и прикладных математических задач

специализированные компетенции:

СК-2. Применять ключевые методы защиты информационных систем при реализации криптоприложений.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

— основные объекты анализа: функции, пределы, производные, интегралы;

— основные объекты теории дифференциальных уравнений: дифференциальные уравнения, их решения, условия существования и единственности решений;

— основные объекты теории вероятностей: вероятностные пространства, случайные величины, законы больших чисел.

уметь:

— применять аппарат анализа, дифференциальных уравнений и теории вероятностей к различным задачам количественного анализа сложных явлений;

— строить математическую модель для различных практических задач;

— самостоятельно ориентироваться в литературе по теме анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, математические модели естествознания и экономики.

владеть:

— методами решения типовых задач анализа, дифференциальных уравнений и теории вероятностей;

— методами использования аппарата анализа, дифференциальных уравнений и теории вероятностей в анализе экономических моделей.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4-м семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Математика в приложениях» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 160 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Непрерывность и компактность в анализе.

Тема 1.1. Основные теоремы о непрерывных функциях $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$: теорема о промежуточных значениях, теорема о существовании экстремальных значений, непрерывность и равномерная непрерывность.

Тема 1.2. Приложения основных теорем для поиска решений уравнений и нахождения оптимумов.

Тема 1.3. Основные теоремы о непрерывных функциях $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$. Приложения основных теорем для поиска решений уравнений.

Тема 1.4. Обобщение теоремы о промежуточных значениях – степень отображения. Приложения теоремы о степени отображения – существование решений уравнений и доказательство основной теоремы алгебры.

Тема 1.5. Распространение основных теорем на общую ситуацию. Непрерывные функции на компактных множествах и на связных множествах.

Компактные множества в метрических пространствах – теорема Хаусдорфа.

Раздел 2. Непрерывность, дифференцируемость, монотонность и интегрируемость.

Тема 2.1. Связь дифференцируемости с непрерывностью. Нигде не дифференцируемые непрерывные функции.

Тема 2.2. Монотонные функции в анализе и теории вероятностей.

Тема 2.3. Структура монотонных функций. Точки разрыва монотонных функций. Дифференцируемость монотонных функций – теорема Лебега.

Тема 2.4. Монотонные функции в теории вероятностей и теории интеграла Лебега -- Стильеса.

Тема 2.5. Приложения дифференциальных уравнений в естествознании и экономике.

Раздел 3. Неравенств в анализе и их приложения.

Тема 3.1. Основные неравенства в анализе. Выпуклые функции и неравенство Йенсена.

Тема 3.2. Интегрируемые функции и неравенство Гельдера. Скалярное произведение и неравенство Коши – Буняковского.

Раздел 4. Геометрические структуры анализа.

Тема 4.1. Длины (нормы) векторов. Геометрические свойства шара в нормированном пространстве. Описание нормы по шару – теорема Минковского. Вычисление норм по заданным шарам.

Тема 4.2. Скалярное произведение и норма. Ортогональная проекция в пространстве со скалярным произведением. Подсчет углов, площадей и т.п. в пространстве со скалярным произведением.

Тема 4.3. Решение произвольных систем линейных уравнений методом наименьших квадратов.

Раздел 5. Математические модели в экономике.

Тема 5.1. Математические структуры экономики. Упорядоченные пространства и конусы. Двойственные пространства – блага и цены.

Тема 5.2. Задачи оптимального планирования и прогнозирования. Модель Леонтьева. Продуктивность и спектральный радиус.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Непрерывность и компактность в анализе	10			8		2	
1.1	Основные теоремы о непрерывных функциях $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$: теорема о промежуточных значениях, теорема о существовании экстремальных значений, непрерывность и равномерная непрерывность.	2			2			
1.2	Приложения основных теорем для поиска решений уравнений и нахождения оптимумов.	2			2			
1.3	Основные теоремы о непрерывных функциях $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$. Приложения основных теорем для поиска решений уравнений.	2			2			
1.4	Обобщение теоремы о промежуточных значениях – степень отображения. Приложения теоремы о степени отображения – существование решений уравнений и доказательство основной теоремы алгебры.	2			2			
1.5	Распространение основных теорем на общую ситуацию. Непрерывные функции на компактных множествах и на связных множествах. Компактные множества в метрических пространствах – теорема Хаусдорфа.	2					2	Контрольная работа, собеседование
2	Непрерывность, дифференцируемость, монотонность и интегрируемость	10			10			

2.1	Связь дифференцируемости с непрерывностью. Нигде не дифференцируемые непрерывные функции.	2			2			
2.2	Монотонные функции в анализе и теории вероятностей.	2			2			
2.3	Структура монотонных функций. Точки разрыва монотонных функций. Дифференцируемость монотонных функций – теорема Лебега.	2			2			
2.4	Монотонные функции в теории вероятностей и теории интеграла Лебега -- Стильеса.	2			2			
2.5	Приложения дифференциальных уравнений в естествознании и экономике.	2			2			Отчет по лабораторной работе. Отчет по внеаудиторной самостоятельной работе с устной защитой
3	Неравенств в анализе и их приложения	4			4			
3.1	Основные неравенства в анализе. Выпуклые функции и неравенство Йенсена.	2			2			
3.2	Интегрируемые функции и неравенство Гельдера. Скалярное произведение и неравенство Коши – Буняковского.	2			2			Отчет по лабораторной работе. Отчет по внеаудиторной самостоятельной работе с устной защитой
4	Геометрические структуры анализа	6			4		2	
4.1	Длины (нормы) векторов. Геометрические свойства шара в нормированном пространстве. Описание нормы по шару – теорема Минковского. Вычисление норм по заданным шарам.	2			2			
4.2	Скалярное произведение и норма. Ортогональная проекция в пространстве со скалярным произведением. Подсчет углов, площадей и т.п. в пространстве со скалярным произведением.	2			2			
4.3	Решение произвольных систем линейных уравнений методом наименьших квадратов.	2					2	Контрольная работа, собеседование
5	Математические модели в экономике	4			4			
5.1	Математические структуры экономики. Упорядоченные пространства и конусы. Двойственные пространства – блага и	2			2			Отчет по лабораторной работе.

	цены.						
5.2	Задачи оптимального планирования и прогнозирования. Модель Леонтьева. Продуктивность и спектральный радиус.	2		2			Отчеты по внеаудиторной самостоятельной работе с устной защитой
	Всего за семестр	34		30		4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. *Амелькин В.В.* Дифференциальные уравнения в приложениях. — Москва: Наука, 1987.
2. *Гороховик В.В.* Математические основы теории потребления. — Минск: Белорусский государственный университет, 2021.
3. *Корпусов М.О., Свешников А.Г.* Нелинейный функциональный анализ и математическое моделирование в физике. — Москва: URSS, 2011.
4. *Магарил – Ильев Г.Г., Тихомиров В.М.* Выпуклый анализ и его приложения. — Москва: Эдиториал УРСС, 2000.
5. *Татарников О.В., Шершнев В.Г., Швед Е.В.* - Линейная алгебра и линейное программирование для экономистов. - КноРус - 2020 - 258с.

Перечень дополнительной литературы

1. *Пшеничный Б.Н.* Выпуклый анализ и экстремальные задачи. — Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980.
2. *Stoer J., Witzgall C.* Convexity and optimization in finite dimensional. I. — Springer – Verlag, Berlin, 1970.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Математика в приложениях» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Контроль работы студента проходит в форме отчета по лабораторным работам с последующей их устной защитой, собеседования, контрольных и самостоятельных работ в аудитории, а также внеаудиторной самостоятельной работы с предоставлением отчета по решению задач.

Индивидуальные задания, задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Зачет по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.5. *Распространение основных теорем на общую ситуацию. Непрерывные функции на компактных множествах и на связных множествах. Компактные множества в метрических пространствах – теорема Хаусдорфа. (2 ч)*

Студент изучает непрерывные функции на компактных множествах и на связных множествах. Компактные множества в метрических пространствах. Теорему Хаусдорфа.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.3. Решение произвольных систем линейных уравнений методом наименьших квадратов. (2 ч)

Студент изучает алгоритм решения произвольных систем линейных уравнений методом наименьших квадратов.

Форма контроля — контрольная работа.

Примерная тематика лабораторных занятий

Лабораторная работа № 1. Основные теоремы о непрерывных функциях

$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$: теорема о промежуточных значениях, теорема о существовании экстремальных значений, непрерывность и равномерная непрерывность.

Лабораторная работа № 2. Приложения основных теорем о непрерывных функциях и методы поиска решений уравнений и нахождения оптимумов.

Лабораторная работа № 3. Основные теоремы о непрерывных функциях $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$. Приложения основных теорем для поиска решений уравнений.

Лабораторная работа № 4. Обобщение теоремы о промежуточных значениях – степень отображения. Приложения теоремы о степени отображения – существование решений уравнений и доказательство основной теоремы алгебры.

Лабораторная работа № 5. Связь дифференцируемости с непрерывностью. Нигде не дифференцируемые непрерывные функции.

Лабораторная работа № 6. Монотонные функции в анализе и теории вероятностей.

Лабораторная работа № 7. Структура монотонных функций. Точки разрыва монотонных функций. Дифференцируемость монотонных функций – теорема Лебега.

Лабораторная работа № 8. Монотонные функции в теории вероятностей и теории интеграла Лебега – Стильеса.

Лабораторная работа № 9. Приложения дифференциальных уравнений в естествознании и экономике.

Лабораторная работа № 10. Основные неравенства в анализе. Выпуклые функции и неравенство Йенсена.

Лабораторная работа № 11. Интегрируемые функции и неравенство Гельдера. Скалярное произведение и неравенство Коши – Буняковского.

Лабораторная работа № 12. Длины (нормы) векторов. Геометрические свойства шара в нормированном пространстве. Описание нормы по шару – теорема Минковского. Вычисление норм по заданным шарам.

Лабораторная работа № 13. Скалярное произведение и норма. Ортогональная проекция в пространстве со скалярным произведением. Подсчет углов, площадей и т.п. в пространстве со скалярным произведением.

Лабораторная работа № 14. Математические структуры экономики. Упорядоченные пространства и конусы. Двойственные пространства – блага и цены.

Лабораторная работа № 15. Задачи оптимального планирования и прогнозирования. Модель Леонтьева. Продуктивность и спектральный радиус.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: *практико-ориентированный подход, метод соединения теории и практики на основе построения математических моделей в естествознании и экономике, методы и приемы развития критического мышления*, которые предполагают:

- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Использование указанных методов обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления, и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к лабораторным занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- подготовка и написание рефератов, докладов и презентаций на заданные темы;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Основные теоремы о непрерывных функциях $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$: теорема о промежуточных значениях, теорема о существовании экстремальных значений,
2. Непрерывность и равномерная непрерывность.
3. Приложения основных теорем о непрерывных функциях и методы поиска решений уравнений и нахождения оптимумов.
4. Основные теоремы о непрерывных функциях $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$. Приложения основных теорем для поиска решений уравнений
5. Обобщение теоремы о промежуточных значениях – степень отображения.
6. Приложения теоремы о степени отображения – существование решений уравнений и доказательство основной теоремы алгебры.
7. Связь дифференцируемости с непрерывностью. Нигде не дифференцируемые непрерывные функции.
8. Монотонные функции в анализе и теории вероятностей.
9. Структура монотонных функций. Точки разрыва монотонных функций.
10. Дифференцируемость монотонных функций – теорема Лебега.
11. Монотонные функции в теории вероятностей и теории интеграла Лебега – Стилтеса.
12. Приложения дифференциальных уравнений в естествознании и экономике.
13. Основные неравенства в анализе. Выпуклые функции и неравенство Йенсена.
14. Интегрируемые функции и неравенство Гельдера.
15. Скалярное произведение и неравенство Коши – Буняковского.
16. Длины (нормы) векторов. Геометрические свойства шара в нормированном пространстве.

17. Описание нормы по шару – теорема Минковского. Вычисление норм по заданным шарам.

18. Скалярное произведение и норма. Ортогональная проекция в пространстве со скалярным произведением.

19. Подсчет углов, площадей и т.п. в пространстве со скалярным произведением.

20. Математические структуры экономики. Упорядоченные пространства и конусы.

21. Двойственные пространства – блага и цены.

22. Задачи оптимального планирования и прогнозирования.

23. Модель Леонтьева. Продуктивность и спектральный радиус.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Теория функций действительно го переменного	Кафедра функционально го анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 25.11.2022)
2. Функциональный анализ	Кафедра функционально го анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 25.11.2022)
3. Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра функционально го анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 5 от 25.11.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
