

# **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ. РУКОВОДСТВО ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

*Рекомендовано  
Учебно-методическим объединением  
по естественно-научному образованию  
в качестве пособия для студентов  
учреждений высшего образования, обучающихся  
по специальностям «Физика (по направлениям)»,  
«Ядерная физика и технологии»,  
«Физика наноматериалов и нанотехнологий»,  
«Компьютерная физика»*

УДК 537(075.8)

ББК 22.33я73-1

Э45

Авторы:

**И. Н. Медведь, Н. Г. Кембровская,**

**Н. В. Чертко, И. А. Капуцкая**

Рецензенты:

кафедра физико-химических методов  
сертификации продукции Белорусского государственного  
технологического университета (заведующий кафедрой  
кандидат физико-математических наук, доцент *С. С. Ветохин*);  
доктор физико-математических наук, профессор *Л. П. Свирина*

**Электричество** и магнетизм. Руководство для самостоятельной  
Э45 работы : пособие / И. Н. Медведь [и др.]. — Минск : БГУ, 2021. —  
103 с. : ил.

ISBN 978-985-881-120-4.

В пособии представлены материалы для самостоятельной работы студентов по повторению и углублению теоретических знаний, необходимых при выполнении лабораторных работ, об устройстве используемых приборов, определении погрешностей измерений и обработке полученных экспериментальных данных.

**УДК 537(075.8)**

**ББК 22.33я73-1**

ISBN 978-985-881-120-4

© БГУ, 2021

## ВВЕДЕНИЕ

В системе подготовки квалифицированных специалистов в области физики изучение раздела «Электричество и магнетизм» играет главную роль, поскольку формирует основные представления об электромагнитных свойствах микро- и макроскопических систем и создает необходимый фундамент для усвоения последующих разделов общей (оптика, атомная и ядерная физика) и теоретической (электродинамика, квантовая механика) физики.

Важнейшей частью учебной деятельности студентов при изучении раздела «Электричество и магнетизм» является выполнение лабораторных работ, на которые в соответствии с учебной программой выделена треть аудиторных часов. Это обусловлено тем, что для успешной профессиональной деятельности как для инженеров-физиков, так и для научных работников необходимы практические навыки постановки и проведения различных физических экспериментов.

Кроме того, при выполнении лабораторных работ закладываются основы проблемно-исследовательской, практико-ориентированной деятельности студентов-физиков, формируются навыки самостоятельного планирования, проведения экспериментальных исследований с учетом функциональных возможностей сложного физического оборудования.

Проведение всех экспериментальных исследований невозможно без использования электроизмерительных приборов, правильного выполнения измерений, анализа и оценки полученных результатов с учетом и расчетом погрешностей измерений.

В учебной лаборатории электричества нет фронтальных работ, все студенты подгруппы с начала семестра индивидуально выполняют работы на различные темы. Хотя по каждой работе подготовлены методические указания, в которых изложена краткая теория и последовательность

практических действий при выполнении, у многих студентов возникают трудности, обусловленные следующими причинами:

1) в теоретической части работ используются модели, понятия, формулы, которые изучались на протяжении 10-го и в начале 11-го классов, т. е. за прошедшие почти два года учебы часть из них забыта;

2) большинство работ посвящено тем явлениям и процессам, которые не изучались в школе, а в соответствии с программой раздела «Электричество и магнетизм» они будут рассматриваться на лекциях и практических занятиях в середине или конце семестра;

3) у студентов практически отсутствуют навыки работы по соединению различных элементов в электрическую цепь, а также по использованию в работе разнообразных электроизмерительных приборов.

Поэтому в содержание пособия включены следующие теоретические и практические материалы:

1) об основных понятиях и законах, изученных в школьном курсе физики;

2) о понятиях, законах, терминах из программы вузовского курса для более осмысленного понимания методических указаний к соответствующим работам и проведения экспериментальных измерений;

3) о физических процессах и явлениях, лежащих в основе функционирования электроизмерительных приборов;

4) о различиях аналоговых и цифровых измерительных приборов, возможных режимах их работы при измерении различных физических величин, особенностях их безопасного использования в ходе экспериментальных измерений;

5) о возникающих при экспериментальных исследованиях погрешностях измерения и методах их расчета;

6) о возможностях (для наиболее подготовленных студентов) проведения дополнительных исследований и расчетов, кроме представленных в практических заданиях работы.

Для организации целенаправленной самостоятельной работы студентов в пособии даны методические материалы для повторения, с которыми необходимо ознакомиться, прежде чем приступать к выполнению конкретной лабораторной работы и экспериментальным измерениям, а также к оценке и расчетам погрешностей полученных данных.

# 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО КУРСУ «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ»

## 1.1. ПРИНЦИП РАБОТЫ ОСЦИЛЛОГРАФА

Формирование направленного движения электронов и управление им с помощью электрического поля используются в электронном осциллографе — приборе, который позволяет не только наглядно на экране наблюдать зависимость электрического сигнала от времени, но и измерять различные параметры этого сигнала.

Основным элементом осциллографа является электронно-лучевая трубка, предназначенная для создания тонкого пучка электронов и управления его движением по флуоресцирующему экрану, расположенному в конце трубки на ее поверхности (рис. 1.1).

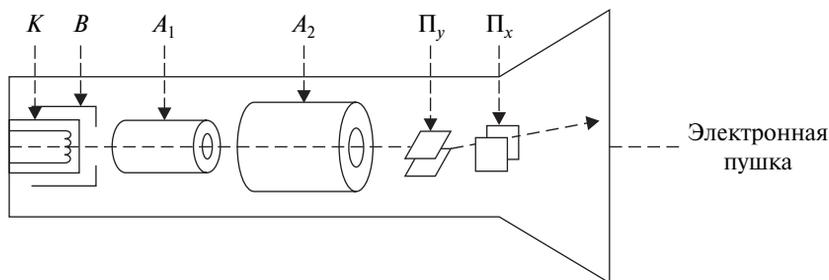


Рис. 1.1

В электронно-лучевой трубке откачан воздух до очень низкого остаточного давления около  $10^{-6}$  мм рт. ст., т. е. внутри трубки практически создан вакуум для того, чтобы движущиеся электроны не испытывали столкновений с молекулами воздуха.

Принципиальная схема электронно-лучевой трубки включает две системы: электронную пушку, формирующую электронный пучок, и отклоняющую, или управляющую, систему, определяющую отклонение пучка от направления вдоль оси трубки и, соответственно, движение конца электронного пучка по экрану.

Рассмотрим основные этапы формирования электронного пучка в электронной пушке, которая в простейшем случае состоит из подогреваемого катода  $K$ , управляющего электрода  $B$ , фокусирующего  $A_1$  и ускоряющего  $A_2$  анодов, отклоняющих пластин по оси  $Y(\Pi_y)$  и  $X(\Pi_x)$ .

Обычно в такой пушке используется катод косвенного накала, имеющий форму стакана, внутри которого находится нагреватель, а на внешнюю поверхность дна стакана нанесен слой металла. При нагревании катода, а следовательно, и металла, наблюдается явление термоэлектронной эмиссии – вылет электронов с плоской поверхности металла катода преимущественно в направлении экрана.

Управляющий электрод  $B$  (модулятор) также имеет форму металлического стакана, окружающего катод, а в его дне сделано маленькое отверстие (диафрагма) с диаметром  $< 1$  мм, поэтому через него не проходят те электроны, траектории которых значительно отклонены от направления на экран, т. е. с помощью управляющего электрода с диафрагмой начинается формирование необходимого сечения электронного пучка.

Управляющий электрод называют модулятором потому, что из-за очень малого расстояния между ним и поверхностью катода, испускающей электроны (около  $0,08-0,20 \pm 0,01$  мм), его потенциал в наибольшей степени определяет значение тока электронного пучка.

Первый анод  $A_1$  представляет собой цилиндр с двумя (или тремя) диафрагмами. Под действием электрического поля, создаваемого между катодом и первым анодом, электроны разгоняются и пролетают сквозь диафрагмы, образуя на выходе узкий расходящийся пучок.

Второй анод  $A_2$  также представляет собой цилиндр, но большего диаметра, чем модулятор и первый анод. Между вторым анодом и катодом создается достаточно высокое напряжение, примерно  $1-20$  кВ, поэтому пролетающие через второй анод электроны еще больше ускоряются.

Таким образом, на выходе из электронной пушки формируется электронный пучок – поток электронов, движущихся по близким траекториям вдоль оси трубки. Диаметр сформированного пучка зависит от многих факторов: распределения по скоростям электронов, вылетающих из катода, т. е. от температуры катода; разности потенциалов между модулятором и катодом; электростатического отталкивания электронов, которое обусловлено распределением пространственного заряда в электронном пучке, и т. д.

Экран электронно-лучевой трубки покрыт одним из веществ, молекулы которых при получении энергии от упавших электронов переходят в возбужденное состояние с большей энергией, чем в основном. Состояние с большей энергией менее устойчиво, чем основное, поэтому всегда происходит обратный переход из возбужденного состояния в основное, а вся полученная молекулой энергия или ее часть излучается в виде световой энергии. Поэтому, двигаясь вдоль оси трубки без воздействия управляющей системы, электронный пучок падает в центр экрана, и, соответственно, наблюдается светящееся пятно в центре экрана.

В системе, управляющей движением электронного пучка по экрану, может использоваться воздействие на движение электронов электрических и магнитных полей. В рассматриваемой схеме электронно-лучевой трубки задействовано электростатическое отклонение пучка электронов с помощью двух пар параллельных металлических пластин (плоских конденсаторов), расположенных перпендикулярно друг другу. Это обусловлено тем, что регистрируемые сигналы могут лежать в широком частотном интервале, а переменные магнитные поля обычно создаются с помощью катушек (соленоидов), полное сопротивление (импеданс) которых также зависит от частоты, что осложняет процесс воздействия на электронный луч.

Рассмотрим действие управляющей системы на примере влияния на движение одного электрона между двумя горизонтальными заряженными пластинами, параллельными оси трубки, расположенной также горизонтально. Пусть в простейшем случае электрон влетает параллельно пластинам с начальной скоростью  $\vec{v}_0$ , расстояние между пластинами  $d_1$ , напряжение  $U_1$ , длина пластин  $L_1$ . Если верхняя пластина заряжена положительно, а нижняя – отрицательно, то вектор напряженности  $\vec{E}_1$  электрического поля направлен вниз, а сила, действующая со стороны поля на электрон,  $\vec{F}_1 = q\vec{E}_1$  направлена вверх.

Так как масса электрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, а заряд  $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, то величиной силы тяжести по сравнению со значением электрической силы можно пренебречь  $|q\vec{E}_1| \gg mg$ . Тогда ускорение электрона  $\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m} = \frac{q\vec{E}_1}{m}$ . При  $L_1 \gg d_1$  поле между пластинами можно считать однородным, тогда величина напряженности поля связана с напряжением между пластинами выражением  $E_1 = \frac{U_1}{d_1}$ .

Выберем систему отсчета, соответствующую той, в которой наблюдается процесс на экране осциллографа, если смотреть на экран справа, то ось  $OY$  направлена вверх, ось  $OX$  — направо, а ось  $OZ$  — на нас вдоль оси электронно-лучевой трубки (рис. 1.2).

Рассмотрим в этой системе движение электрона между горизонтальными пластинами (рис. 1.3). Тогда вдоль оси  $OZ$  — вдоль оси трубки — направлена скорость  $\vec{v}_0$ , с которой электрон влетает в пространство между пластинами. Если начало отсчета совместить с точкой влета

электрона, то координаты электрона  $z = v_0 t$ ,  $y_1 = \frac{|\bar{a}_1| t^2}{2} = \frac{|qU_1| t^2}{2md_1}$ . Если

электрон пролетит всю длину пластин, то  $z = v_0 t_{\text{кон}} = L$ , конечное время движения в электрическом поле  $t_{\text{кон}} = \frac{L}{v_0}$ , максимальное отклонение

электрона от оси трубки  $y_{\text{max}} = \frac{|qU_1|}{md_1} \frac{L^2}{2v_0^2}$ , проекция скорости электрона

на ось  $OY$  при вылете электрона из поля пластин  $v_y = at = \frac{|qU_1|}{md_1} \frac{L}{v_0}$ , вели-

чина скорости электрона  $v = \sqrt{v_z^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qU_1 L}{md_1 v_0}\right)^2}$ , угол между

направлением вылета электрона и осью трубки можно найти из вы-

ражения  $\text{tg} \alpha_1 = \frac{v_y}{v_0} = \frac{qU_1 L}{md_1 v_0^2}$ .

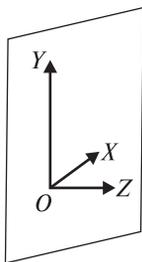


Рис. 1.2

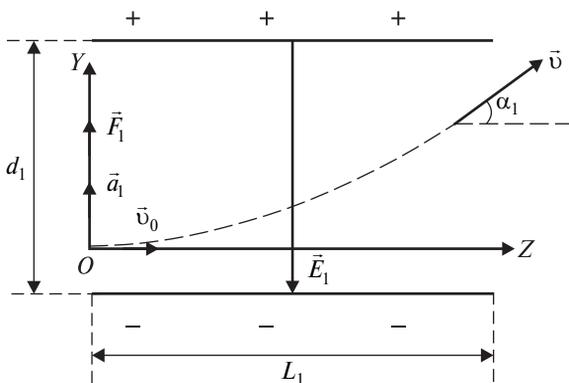


Рис. 1.3

Следовательно, пролетов между горизонтальными пластинами, электрон отклонится от направления движения вдоль оси трубки в вертикальном направлении, поэтому такая система из двух горизонтально расположенных пластин называется **пластинами вертикального отклонения**. Как следует из полученной формулы, величина отклонения электрона после прохождения поля пластин вертикального отклонения прямо пропорциональна величине напряжения между ними.

Так как исследуется зависимость какого-то сигнала от времени, то если координата по оси  $OX$  будет зависеть прямо пропорционально от времени, на экране будет зависимость исследуемого сигнала от времени.

Если вторая пара отклоняющих пластин является вертикальной, то пусть, например, ближе расположенная к нам пластина заряжена отрицательно, а более удаленная заряжена положительно. В этом случае линии электростатического поля  $\vec{E}_2$  направлены противоположно оси  $OX$ , сила  $\vec{F}_2$ , действующая на электрон со стороны этого поля, и, соответственно, ускорение  $\vec{a}_2$  направлены параллельно оси  $OX$ , поэтому электрон будет отклоняться вдоль оси  $OX$ , а эта система называется **пластинами горизонтального отклонения**.

Если электрон летит, например, с той же скоростью  $\vec{v}_0$  вдоль оси трубки, длина этих пластин  $L_2$ , расстояние между ними  $d_2$ , напряжение  $U_2$ , то максимальное смещение на выходе из этих пластин в данном

случае  $X_{\max} = \frac{qU_2}{md_2} \frac{L_2^2}{2v_0^2}$ , т. е. прямо пропорционально напряжению  $U_2$ .

Как отмечалось ранее, процесс формирования электронного пучка в электронной пушке будет вызывать определенный разброс величин скоростей и направлений скоростей электронов по отношению к оси трубки, но воздействие электрических полей вертикально или горизонтально отклоняющих пластин будет создавать смещение всего электронного пучка в том или ином направлении.

Важнейшим свойством этой системы управления смещением электронного луча является ее безынерционность, позволяющая небольшим изменением электрического поля практически мгновенно отклонять или поворачивать электронный луч, а также возможность, например, регистрировать раздельно два импульса с интервалом времени между ними  $\leq 0,1$  мкс.

К пластинам вертикального отклонения обычно прикладывается исследуемое напряжение  $U_1$ , а к пластинам горизонтального отклонения для получения зависимости исследуемого напряжения от времени прикладывается так называемое пилообразное напряжение  $U_2$ .

Напряжение называется пилообразным в случае, когда его величина возрастает прямо пропорционально времени, а затем за промежутков времени  $\Delta t \rightarrow 0$  уменьшается до нуля. Так как смещение светящейся точки вдоль оси  $OX$  прямо пропорционально  $U_2$ , то светящаяся точка на экране в этом случае движется из начала системы отсчета с постоянной скоростью, а в момент, когда напряжение падает до нулевого значения, снова появляется в начале отсчета.

Такой режим движения точки вдоль оси  $OX$  позволяет проградуировать эту ось в единицах времени и поэтому называется **временной разверткой**.

Если изменение напряжения  $U_2$  происходит синхронно изменению  $U_1$ , то светящаяся точка на экране движется в плоскости  $XOY$ , представляя зависимость напряжения  $U_1$  от времени.

Например, если напряжение  $U_1$  гармонически зависит от времени, то на экране будет соответствующий график синусоиды или косинусоиды. Если на вертикально и горизонтально отклоняющие пластины подать два различных, например синусоидальных, сигнала, то на экране будут наблюдаться фигуры Лиссажу, которые изучались в лаборатории по механике на первом курсе при рассмотрении сложения колебаний с различной частотой.

## 1.2. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

**Электрическим током** называется упорядоченное (направленное) движение (перенос) любых электрических зарядов.

За **направление тока** принято направление движения положительных зарядов; если ток создается отрицательно заряженными частицами (например, электронами), то направление тока считают противоположным направлению движения частиц. Поэтому какие бы электрические заряды ни двигались в цепи, в схеме указывают такое направление тока, как если бы двигались положительные заряды.

**Проводниками** называются вещества, хорошо проводящие электрический ток потому, что в них содержится большое количество свободных заряженных частиц, способных перемещаться по всему объему вещества. К проводникам относятся металлы (концентрация свободных электронов  $n \sim 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ), электролиты и ионизированные газы (свободные заряды — ионы), плазма (свободные заряды — ионы и электроны).

Условия, необходимые для возникновения и существования электрического тока в проводниках:

- 1) наличие свободных электрически заряженных частиц, т. е. зарядов, которые могут двигаться по всему объему вещества;

2) наличие электрического поля внутри проводника, величина которого определяется напряжением между концами проводника. Если напряжение не зависит от времени, т. е. за очень малый промежуток времени после замыкания цепи в проводнике устанавливается постоянное электрическое поле, то под действием этого поля в проводнике течет постоянный ток; если напряжение зависит от времени по какому-то закону, то, соответственно, в проводнике течет переменный ток.

**Силой тока** называется скалярная физическая величина, численно равная заряду, который проходит через поперечное сечение проводника за единицу времени:  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ . При постоянном токе через поперечное сечение проводника за любые равные промежутки времени  $\Delta t$  проходит одинаковый заряд  $\Delta q$ , т. е.  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \text{const}$ .

В СИ единица измерения силы тока  $[I] = 1 \text{ А}$  (ампер), единица измерения электрического заряда  $[q] = 1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$ .

При образовании кристаллической решетки металла, например из расплава, каждый атом теряет один или несколько валентных электронов, которые наиболее удалены от ядра атома и слабее в атоме удерживаются. Поэтому самая простая модель металлического проводника — это кристаллическая решетка из положительных ионов и множества свободных, хаотически движущихся между ионами электронов, подобных одноатомному газу. В металлах концентрация свободных электронов  $n \sim 10^{22} \text{ см}^{-3}$ .

Для того чтобы возник ток, т. е. направленное движение электронов, в металле (проводнике) нужно создать электрическое поле, под действием которого будет двигаться электронный газ.

**Напряжением** на участке цепи 1–2 называется скалярная физическая величина, равная работе электрического поля по перемещению единичного положительного заряда на данном участке:  $U = \frac{A_{1-2}}{q}$ . Эта работа идет на изменение потенциальной энергии  $W$  заряда в поле, тогда  $U = \frac{A_{1-2}}{q} = \frac{W_1 - W_2}{q} = \varphi_1 - \varphi_2$ , где  $\varphi_1 - \varphi_2$  — разность потенциалов на этом участке.

Для однородного поля величина напряженности  $|\vec{E}| = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}$ , где  $d$  — расстояние между точками с разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ .

**Закон Ома для однородного участка цепи** установлен на опыте. Сила тока на участке цепи прямо пропорциональна напряжению и обратно

пропорциональна сопротивлению участка цепи:  $I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$ , где  $R$  — сопротивление проводника (резистора).

В простейшей классической модели ток в металлах представляет собой движение электронного газа среди положительных ионов кристаллической решетки. Под действием силы со стороны электрического поля электроны получают ускорение, направленное противоположно вектору напряженности, и, соответственно, так же направленную скорость. Величина скорости направленного движения зависит прежде всего от величины напряженности электрического поля и среднего расстояния между положительными ионами кристаллической решетки, так как именно на этом расстоянии разгоняются электроны.

При комнатной температуре скорость теплового хаотического движения  $v_x \sim 10^5$  м/с, а скорость направленного движения электронного газа  $v_n \sim 10^{-3}$  м/с, поэтому эту скорость называют дрейфовой.

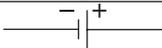
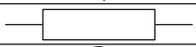
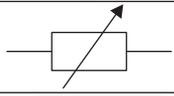
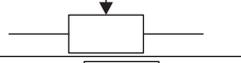
Хаотически движущиеся в электронном газе электроны налетают на ионы кристаллической решетки, притягиваются к ним и отдают энергию, которую приобрели под действием электрического поля, т. е. сопротивление проводника определяется строением кристаллической решетки, препятствующей направленному движению электронов. Поэтому при протекании тока любой металлический проводник нагревается, а скорость направленного движения электронного газа, т. е. скорость перемещения заряда через сечение проводника, зависит от параметров и строения проводника.

Сопротивление проводника цилиндрической формы длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  рассчитывается по формуле  $R = \rho \frac{l}{S}$ , где  $\rho$  — удельное сопротивление проводника, зависящее от строения кристаллической решетки, концентрации электронов  $n$  и температуры.

В СИ  $[R] = 1 \text{ Ом}$ ,  $[\rho] = 1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

В любой электрической цепи ее элементы (лампочки, нагреватели, измерительные приборы, источники и т. п.) соединяются между собой проводами, сопротивление которых стараются сделать как можно меньшим, чтобы они не нагревались и в них не расходовалась энергия. Поэтому соединительные провода в схемах рисуют тонкими линиями, и считается, что они не обладают сопротивлением. Участки цепи, сопротивление которых нужно учитывать, рисуют прямоугольниками или другими условными значками, некоторые из которых представлены в табл. 1.1.

Условные обозначения элементов электрической цепи

Условное обозначение	Элемент
	Ключ
	Лампа
	Гальванический элемент
	Резистор
	Амперметр
	Вольтметр
	Гальванометр
	Магазин сопротивлений
	Реостат
	Потенциометр
	Осциллограф

Последовательным соединением сопротивлений (резисторов) называется их подключение в цепь один за другим, причем все соединения в цепи идеальные, т. е. какой заряд вошел в цепь, такой и вышел. Поэтому сила тока во всех последовательно соединенных сопротивлениях одинакова (рис. 1.4).

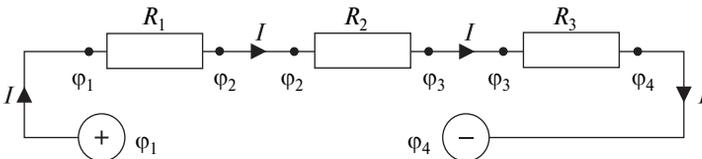


Рис. 1.4

Так как соединительные провода имеют пренебрежимо малое сопротивление, электрическое поле совершает работу только на участках с указанным сопротивлением, поэтому изменение потенциала происходит только при протекании тока в каждом резисторе (см. рис. 1.4).

Напряжение на каждом сопротивлении (резисторе) по закону Ома:  $U_1 = \varphi_1 - \varphi_2 = IR_1$ ,  $U_2 = \varphi_2 - \varphi_3 = IR_2$ ,  $U_3 = \varphi_3 - \varphi_4 = IR_3$ , т. е. напряжение на каждом резисторе пропорционально его сопротивлению  $I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3}$ .

Напряжение на всей цепи

$$U = (\varphi_1 - \varphi_4) = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4) = U_1 + U_2 + U_3 = \sum_i^3 U_i,$$

$$U = I(R_1 + R_2 + R_3).$$

Если последовательно соединено  $N$  сопротивлений, то напряжение на всей цепи  $U = \sum_i^N U_i$ , общее сопротивление  $R = \sum_i^N R_i$ .

При параллельном соединении концы всех сопротивлений (резисторов) соединены в двух точках (узлах) (рис. 1.5). Так как сопротивлением всех соединительных проводов можно пренебречь, напряжение на всех резисторах одинаково:  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ , а сила

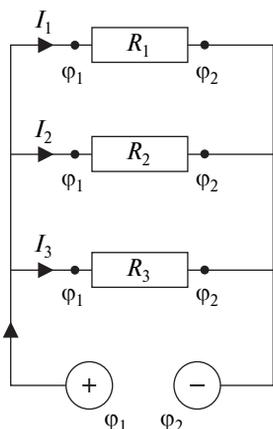


Рис. 1.5

тока в каждом резисторе  $I_1 = \frac{U}{R_1}$ ,  $I_2 = \frac{U}{R_2}$ , ...,  $I_N = \frac{U}{R_N}$ , т. е. силы токов, протекающих через различные резисторы, обратно пропорциональны их сопротивлениям.

При качественном соединении элементов цепи значение заряда не меняется, т. е. какой заряд входит в цепь, такой проходит по всем резисторам и выходит из цепи. Поэтому сила тока (магистрального тока), входящего в цепь и выходящего из цепи,  $I = I_1 + I_2 + I_3 = \sum_{i=1}^N I_i$ .

Общее сопротивление  $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$ .

**Источником тока** называется устройство, создающее разность потенциалов (напряжение) на концах подключенной к нему цепи за счет различных физических процессов, протекающих внутри источника. Если не рассматривать особенности каждого из этих процессов, то проще сказать, что в источнике действуют сторонние силы, так как в результате процессов внутри источника положительные заряды движутся

к плюсу и накапливаются на положительном полюсе, а отрицательные заряды накапливаются на отрицательном полюсе.

В этой модели можно ввести стороннюю силу  $\vec{F}_{\text{ст}}$  и, соответственно, поле сторонних сил с напряженностью  $\vec{E}_{\text{ст}} = \vec{F}_{\text{ст}}/q$ .

**Электродвижущей силой источника (ЭДС)** называется работа сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда между его полюсами:  $\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \frac{1}{q} \int \vec{F}_{\text{ст}} \cdot d\vec{l} = \int \vec{E}_{\text{ст}} \cdot d\vec{l}$ .

Среда внутри источника препятствует перемещению зарядов, поэтому реальный источник характеризуется так называемым внутренним сопротивлением  $r$ . Все, что подключается к источнику, называется внешней цепью, или нагрузкой, или потребителем, и обозначается общим сопротивлением внешней цепи  $R$ .

Сила тока в цепи, замкнутой на источник, по закону Ома  $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ , т. е.  $IR + Ir = \varepsilon$ , где  $IR = \frac{\varepsilon R}{R+r} = U = \varphi_1 - \varphi_2$  — напряжение на внешней цепи, или разность потенциалов на полюсах источника.

**Идеальным источником напряжения** называется источник, который создает постоянное напряжение на внешней цепи, не зависящее от ее сопротивления. Это возможно, если  $R \gg r$  и если внутренним сопротивлением источника  $r$  в знаменателе можно пренебречь. Тогда для идеального источника  $U \approx \varepsilon$ .

Мощность реального источника во внешней цепи  $P = UI = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$ , а идеального источника  $P = \frac{\varepsilon^2}{R}$ .

При подключении к источнику идеального вольтметра, т. е. вольтметра с сопротивлением  $R_v \gg r$ , показание вольтметра можно считать равным ЭДС источника  $U_v = \varepsilon$ .

### 1.3. ЭЛЕМЕНТЫ КЛАССИЧЕСКОЙ И ЗОННОЙ ТЕОРИИ ПРОВОДИМОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

**Полупроводниками** называются широко используемые в электронике материалы, для которых значение удельного сопротивления  $r$  лежит в диапазоне  $10^{-4} - 10^{10}$  Ом·м, и, соответственно, величина удельной проводимости  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  лежит в диапазоне  $10^{-10} - 10^4$  Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$ .

К полупроводникам относят:

- элементы IV группы периодической системы элементов Менделеева (германий (Ge) и кремний (Si)), которые наиболее полно изучены и широко применяются в электронике. Атомы этих элементов, обладая четырьмя валентными электронами, образуют тетраэдрическую кристаллическую решетку с ковалентной связью между атомами;
- элементы III группы периодической системы (Al, Ga, In) и элементы V группы (P, As, Sb), их соединения типа  $A^{III}B^V$  (GaAs, InSb, GaP, InP). Атомы элементов III группы имеют три валентных электрона, атомы элементов V группы – пять, так что среднее число валентных электронов, приходящееся на один атом в этих соединениях, равно четырем (как и у Ge и Si). Каждый атом образует четыре валентные связи с ближайшими соседями, в результате чего получается кристаллическая решетка с преобладающей ковалентной связью, поэтому такие кристаллы по многим свойствам являются ближайшими аналогами Ge и Si;
- элементы VI группы (O, S, Se, Te) и их соединения с элементами I–V групп типа  $A_2^I B_3^{VI} - A_2^V B_3^{VI}$ , с переходными или редкоземельными металлами (Ti, V, Mn, Fe, Ni, Sm, Eu);
- многие органические соединения (кристаллы и полимеры на основе соединений тетрацианхинодимерана TCNQ, комплексы на основе фталоцианина, перилена, виолантрена);
- жидкие полупроводники, которые образуются при плавлении кристаллических ковалентных полупроводников (Se, соединений  $A_2^I B^{VI}$ ,  $A^{II} B^{VI}$ ,  $A^{III} B^{VI}$ ,  $A_2^{III} B_3^{VI}$ ,  $A^{IV} B^{IV}$ ,  $A_2^V B_3^{VI}$  и др.) в случае сохранения ковалентных межатомных связей.

### 1.3.1. Классическая теория проводимости полупроводников

В классической физике протекание тока обусловлено движением свободных зарядов под действием электрического поля. В полупроводниках, находящихся в кристаллическом состоянии, при температурах, близких к нулю шкалы Кельвина, практически нет свободных электронов, так как валентные электроны соседних атомов образуют парно-электронные, или ковалентные, связи.

Чтобы создать условия электропроводимости в таком кристалле, необходимо разорвать хотя бы какие-то из этих связей, что может происходить за счет дефектов в кристаллической структуре в процессе получения веществом энергии при нагревании или облучении, при встраивании в кристалл примесей атомов с другой валентностью.

Освободившийся в процессе разрыва связи электрон становится электроном проводимости, а его отсутствие в одной из связей представляет собой вакантное место (связь), называемое дыркой.

При помещении такого вещества в электрическое поле на все электроны действует со стороны поля сила, под действием которой не только свободные электроны начинают двигаться, но и электроны из ковалентных связей могут перескакивать в соседние вакантные места, или дырки, создавая новые вакантные места.

Так как электроны движутся противоположно направлению электрического поля, то такое движение дырок происходит в направлении электрического поля, т. е. как движение положительных зарядов, поэтому дыркам приписывают положительный заряд.

Наличие двух разноименно заряженных типов носителей тока — электронов и дырок, которые могут перемещаться по кристаллу, является общим свойством полупроводников. В идеальных полупроводниках эти носители всегда появляются парами: электрон освобождается из связи и возникает вакантное место — дырка, т. е. концентрации обоих типов носителей заряда равны (при комнатной температуре для германия  $2,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , для кремния  $1,4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ) (рис. 1.6).

При постоянной температуре процессы образования пар электрон — дырка в некотором объеме и исчезновения таких пар (рекомбинация) находятся в динамическом равновесии. При увеличении температуры до некоторого другого постоянного значения увеличиваются скорости как процесса образования пар электрон — дырка, так и процесса рекомбинации.

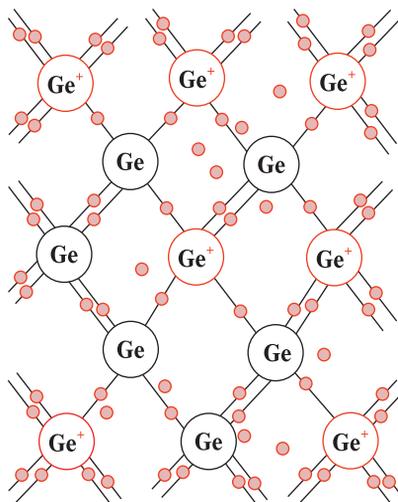


Рис. 1.6

В реальных кристаллах, содержащих примеси и дефекты структуры, равенство концентраций электронов и дырок может нарушаться, поэтому вклад носителей тока в электропроводность, как правило, не одинаков.

Собственное удельное сопротивление, или собственная удельная проводимость (удельная электропроводность), полупроводников без примесей и дефектов зависит от концентрации дырок и электронов, строения кристаллической решетки и в очень большой степени от температуры.

**Температурный коэффициент электрического сопротивления**  $\alpha$  – это физическая величина, характеризующая чувствительность сопротивления полупроводника к изменению температуры, численно равная относительному приращению удельного сопротивления вещества  $\Delta\rho/\rho$ , которое происходит при нагревании его на  $\Delta T = 1$  К. Математически определение температурного коэффициента сопротивления можно представить как  $\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} [K^{-1}]$ .

Чистые полупроводники, практически не имеющие примесей, имеют отрицательный температурный коэффициент сопротивления, причем такая зависимость от температуры обусловлена в основном зависимостью от температуры концентрации носителей заряда – электронов и дырок. В табл. 1.2 приведены параметры кристаллических полупроводников без примесей при температуре  $T = 293$  К (т. е. при  $t = 20$  °С).

Таблица 1.2

**Параметры кристаллических полупроводников**

Полупроводник	$\rho$ – удельное сопротивление, Ом·м	$\sigma$ – удельная электропроводимость, Ом <sup>-1</sup> ·м <sup>-1</sup>	$\alpha$ – температурный коэффициент сопротивления, К <sup>-1</sup>
Германий (Ge)	0,46	2,17	-0,048
Кремний (Si)	$6,4 \cdot 10^2$	$1,56 \cdot 10^{-3}$	-0,075

Примесная проводимость полупроводников создается в процессе введения (легирования) в кристаллическую структуру строго определенного (дозированного) количества атомов другого химического элемента (1 атом примеси приблизительно на  $10^7$ – $10^8$  атомов основного полупроводника).

Примеси бывают донорные и акцепторные.

**Донорной примесью** называется примесь атомов с большей валентностью, чем у атомов основного полупроводника. Например, для кристаллов из атомов Si и Ge с валентностью  $n = 4$  в качестве донорной примеси используются пятивалентные атомы фосфора (P), мышьяка (As,) сурьмы (Sb).

При встраивании пятивалентного атома в кристаллическую решетку из четырехвалентных атомов только четыре электрона примесного атома могут образовать ковалентные связи, а пятый электрон становится свободным, может двигаться по всему кристаллу, поэтому примесь называется донорной (отдающей) (рис. 1.7).

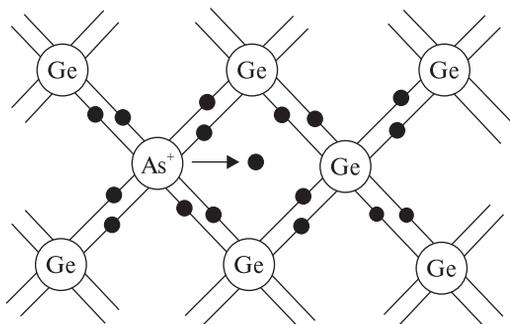


Рис. 1.7

Пусть общая концентрация электронов в кристалле с примесью, где  $n_{эл. осн}$  — концентрация электронов в основном кристалле,  $n_{эл. прим}$  — концентрация примесных электронов. Так как в этом случае  $n_{эл. осн} > n_{д. осн}$ , где  $n_{д. осн}$  — концентрация дырок основного кристалла, электроны называют основными носителями заряда, а дырки — неосновными носителями заряда. Полупроводник с донорной примесью называют полупроводником *n*-типа (англ. *negative* — «отрицательный») не потому, что такой кристалл отрицательно заряжен (кристалл при введении примеси не получает заряд), а потому, что отрицательных носителей заряда (электронов) в кристалле с донорной примесью больше, чем положительных.

Рассмотрим модель встраивания атома донорной примеси в кристаллическую решетку. Пусть, например, атом донорной примеси As замещает в кристаллической решетке атом Ge (см. рис. 1.7). При этом четыре из пяти валентных электронов примесного атома образуют с соседними атомами германия ковалентные связи, а пятый электрон оказывается свободным, так как все связи уже сформированы. Этот электрон может перемещаться по всему кристаллу, т. е. становится электроном проводимости, а примесный атом превращается в неподвижный положительный ион.

Произведем оценку увеличения числа свободных электронов в полупроводнике при добавлении донорной примеси. В  $1\text{ см}^3$  кремния содержится примерно  $10^{22}$  атомов, которые обеспечивают при ком-

натной температуре концентрацию электронов в чистом полупроводнике около  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ . Пусть всего 1 % атомов кремния заменили атомами мышьяка, тогда каждый из  $10^{20}$  атомов примеси добавляет один электрон в совокупность электронов проводимости, что приводит к появлению в  $1 \text{ см}^3$  дополнительно  $10^{20}$  электронов. Таким образом, концентрация свободных электронов увеличится в  $10^{10}$  раз по сравнению с чистым кремнием.

При легировании донорной примесью получают полупроводники *n*-типа с разнообразными свойствами, значительно отличающимися от свойств чистых полупроводников (преобладающей электронной проводимостью с очень малым удельным сопротивлением).

**Акцепторной примесью** называется примесь атомов с меньшей валентностью, чем у атомов основного кристалла полупроводника. Трехвалентные атомы бора (B), алюминия (Al), галлия (Ga), индия (In) используются в качестве акцепторных примесей для кристаллов Ge и Si.

При встраивании трехвалентного атома в кристаллическую структуру четырехвалентных атомов три электрона примесного атома образуют три ковалентные связи с соседними атомами основного кристалла, но электрона для образования четвертой связи нет, и возникает вакантная связь — дырка (рис. 1.8).

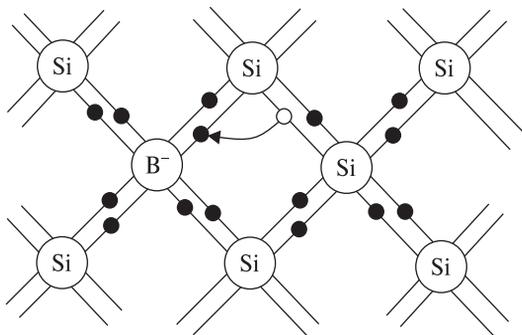


Рис. 1.8

Если вакантную связь займет какой-нибудь свободный электрон, то атом примеси становится отрицательным ионом, а примесь называется акцепторной (принимающей).

Таким образом, в кристалле с такой примесью общая концентрация дырок равна  $n_d = n_{d, \text{осн}} + n_{d, \text{прим}}$ , где  $n_{d, \text{осн}}$  — концентрация дырок основного кристалла,  $n_{d, \text{прим}}$  — концентрация дырок примеси. Так как

концентрация дырок  $n_d > n_{\text{эл. осн}}$ , т. е. положительных носителей заряда, больше, то дырки называются основными носителями, кристалл называется кристаллом  $p$ -типа (англ. *positive* — «положительный»).

В полупроводниках с примесной проводимостью концентрация основных носителей может превышать концентрацию неосновных носителей в  $10^2$ – $10^5$  и более раз, что определяет величину удельного сопротивления конкретного типа полупроводника.

Например, промышленностью выпускается полупроводниковый легированный кремний:

1)  $n$ -типа с удельным сопротивлением в пределах  $0,00010 \leq \rho \leq 0,35 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ;

2)  $p$ -типа с удельным сопротивлением в пределах  $0,050 \leq \rho \leq 35 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

В зависимости от введенных примесей легированный германий может быть:

1)  $n$ -типа с удельным сопротивлением в пределах  $0,000030 \leq \rho \leq 0,45 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ;

2)  $p$ -типа с удельным сопротивлением  $0,0040 \leq \rho \leq 0,055 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

### 1.3.2. Зонная теория проводимости полупроводников

Зонная теория проводимости, использующая представления и понятия квантовой физики, позволяет объяснить некоторые экспериментально обнаруженные свойства проводников и полупроводников, которые трудно объяснить в рамках классической теории проводимости.

В классической физике (атом Резерфорда) движение электронов в атоме возможно по любым орбитам. Согласно квантово-механическим постулатам Бора, в атоме водорода, находящемся в состоянии с минимальной энергией, электрон находится на минимальном расстоянии от ядра и, соответственно, имеет минимальную энергию.

В зависимости от полученной атомом энергии электрон может иметь различный набор разрешенных энергий и, следовательно, находиться на других расстояниях от ядра. Набор разрешенных энергий принято изображать в виде горизонтальных линий, совокупность которых составляет **дискретный энергетический спектр атома**.

В определенном энергетическом состоянии атома электрон находится на каком-то энергетическом уровне, и если атом получает энергию, электрон переходит на более высокий энергетический уровень, а если атом теряет энергию, то электрон переходит на более низкий энергетический уровень (если атом был не в состоянии с минимальной энергией).

Электрон не может иметь другие значения энергии, кроме разрешенных, или находиться на промежуточных уровнях между разрешенными энергетическими уровнями, поэтому все значения энергий, кроме разрешенных, называются запрещенными.

Согласно зонной теории, в многоэлектронном атоме в невозбужденном состоянии распределение электронов по энергиям должно соответствовать минимуму энергии атома, но экспериментально установлено, что электроны не могут находиться на одном энергетическом уровне. Как же распределяются электроны по разрешенным уровням?

В ходе экспериментальных и теоретических исследований было выявлено, что кроме массы и заряда каждый электрон обладает моментом импульса — спином. Это название — *spin*-вращение — появилось, когда пытались объяснить наличие у электрона момента импульса его вращением вокруг своей оси, но расчеты показали, что в таком случае линейная скорость вращения электрона должна быть больше скорости света. Название осталось, но в настоящее время спин считается таким же присущим электрону свойством, как масса и заряд.

Согласно квантовым представлениям для электрона возможны только два значения спина, а любой электрон может иметь только одно значение спина. Кроме того, в квантовой физике выполняется принцип Паули: в каждом квантовом состоянии может находиться не более одного электрона. Поэтому в многоэлектронном атоме на каждом разрешенном энергетическом уровне могут находиться только два электрона с противоположными направлениями спинов, т. е. на самом низком уровне с минимальной энергией находятся только два электрона, а уровни с большей энергией заполняются также электронами попарно.

Электрон в атоме, входящем в кристалл, испытывает воздействие со стороны не только своего атома, но и других атомов кристалла, т. е. электрон имеет набор различных значений энергии. Если в уединенном атоме электрон находился на каком-то энергетическом уровне, то в кристалле из  $N$  атомов набору энергий электрона соответствует набор из  $N$  близко расположенных подуровней, называемый зоной (рис. 1.9).

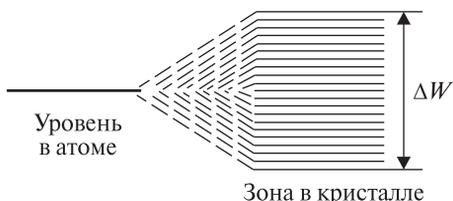


Рис. 1.9

Таким образом, каждый разрешенный энергетический уровень уединенного атома в кристалле как бы расщепляется, образуя целую зону разрешенных значений энергии (подуровней) — разрешенную зону.

Реальные кристаллы полупроводников могут иметь разные размеры, при этом значения энергии соседних подуровней отличаются незначительно ( $10^{-24}$ — $10^{-22}$  эВ). Так как  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ , то для переходов электронов в пределах разрешенной зоны почти не требуется энергии.

Разрешенная зона, в которой энергетические уровни почти все или все полностью заполнены электронами, называется основной, или валентной, а разрешенная зона с незаполненными энергетическими уровнями называется зоной проводимости. Зоны с разрешенными значениями энергий разделены набором энергий, в которых нет значений разрешенных энергий, поэтому они называются запрещенными зонами.

В квантовой физике протекание тока, представляющее собой движение электронов, — это переход каждого электрона из энергетического состояния с меньшей энергией в свободное энергетическое состояние с большей энергией.

Как уже отмечалось, для переходов электронов внутри разрешенной зоны нужны очень малые значения энергии, а для перехода электрона из валентной зоны в зону проводимости он должен получить энергию не меньше набора энергий в запрещенной зоне  $\Delta W_3$ . Кроме того, переход электрона в зону проводимости отражает тот факт, что он свободно может двигаться по всему веществу, поэтому ширину запрещенной зоны  $\Delta W_3$  еще называют энергией ионизации.

Твердые тела в кристаллическом состоянии подразделяются на проводники, полупроводники и диэлектрики в зависимости от величины запрещенной зоны (рис. 1.10). При комнатной температуре ( $T = 300 \text{ К}$ ) ширина запрещенной зоны составляет у диэлектриков  $\Delta W_3 > 5 \text{ эВ}$ , у полупроводников  $\Delta W_3 \leq 1 \text{ эВ}$  (1,10 эВ для кремния, примерно 0,65—0,72 эВ для германия). Для проводников-металлов  $\Delta W_3 \sim 10^{-2} \text{ эВ}$ , т. е. для некоторых металлов ширина запрещенной зоны так мала, что валентная зона перекрывается с зоной проводимости.

С точки зрения зонной теории, перекрытие валентной зоны с зоной проводимости у металлов свидетельствует о том, что электроны могут свободно перемещаться по всему металлу, и даже при небольшом приложенном напряжении под действием электрического поля возникает направленное движение электронов, т. е. электрический ток (удельное сопротивление металлов  $\rho \sim 10^{-6}$ — $10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ).

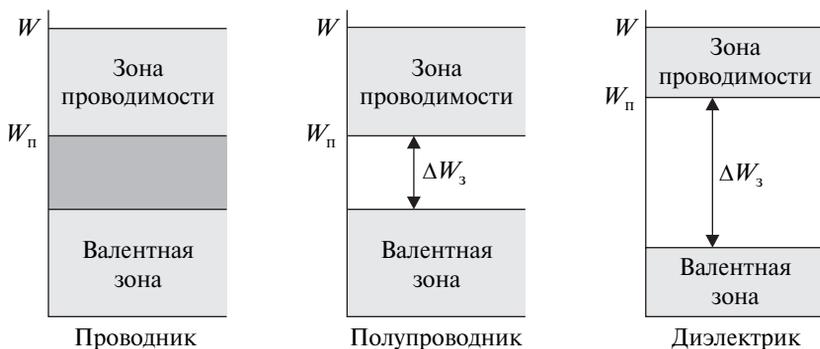


Рис. 1.10

Как говорилось выше, при введении донорных или акцепторных примесей удельная проводимость полупроводников увеличивается, а удельное сопротивление уменьшается. С точки зрения зонной теории, при введении донорной примеси возникают добавочные разрешенные энергетические уровни донорных электронов вблизи нижней границы зоны проводимости. Набор энергий  $\Delta W_{\text{дон}}$ , отделяющий эти добавочные уровни от зоны проводимости, мал по сравнению с энергией запрещенной зоны:  $\Delta W_3 \gg \Delta W_{\text{дон}}$ , поэтому электроны легко переходят с этих уровней в зону проводимости (рис. 1.11, а). При введении акцепторной примеси возникают добавочные разрешенные энергетические уровни вблизи верхней границы валентной зоны (рис. 1.11, б).

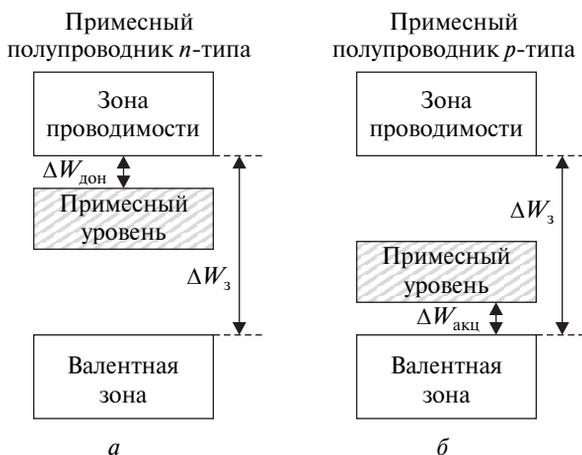


Рис. 1.11

Экспериментально установлено, что в диапазоне температур, близких к комнатным ( $t \sim 27^\circ\text{C}$ ), сопротивление металлов практически линейно зависит от температуры  $\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t)$ , где  $\rho_0$  – удельное сопротивление при  $t = 0^\circ\text{C}$ ;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления металла, величина которого зависит от вида металла, количества примесей и – при изменении температуры в широких пределах – от температуры.

Сопротивление металлического провода при температуре  $t$   $R_t = \frac{\rho_t l_t}{S_t}$ ,

где  $\rho_t$  – удельное сопротивление металла;  $l_t$  – длина провода;  $S_t$  – площадь сечения провода при этой температуре. Аналогично можно записать, что

сопротивление провода при  $t = 0^\circ\text{C}$   $R_0 = \frac{\rho_0 l_0}{S_0}$ , где  $\rho_0$  – удельное сопротивление

металла;  $l_0$  – длина провода;  $S_0$  – площадь сечения провода при  $t = 0^\circ\text{C}$ . В диапазоне температур, близких к комнатным ( $t \sim 27^\circ\text{C}$ ), отношение

$\frac{l_t}{S_t} \approx \frac{l_0}{S_0} = \text{const}$ , поэтому можно записать  $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ , где  $R_0$  – сопротивление при  $t = 0^\circ\text{C}$ .

Так как концентрация свободных электронов металлов не зависит от температуры, то классическая физика объясняет такую зависимость от температуры уменьшением среднего расстояния между узлами кристаллической решетки из-за возрастания амплитуды их колебаний при увеличении температуры, а зонная теория – малой величиной запрещенной зоны или перекрытием валентной зоны зоной проводимости.

На практике установлено, что удельное сопротивление чистых полупроводников зависит от абсолютной температуры (рис. 1.12, а) по закону  $\rho_T = \rho_0 e^{\Delta W_3 / 2kT}$ , где  $\rho_0$  – коэффициент, зависящий от температуры, но в меньшей степени, чем экспоненциальный множитель;  $\Delta W_3$  – ширина запрещенной зоны, или энергия активации;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура.

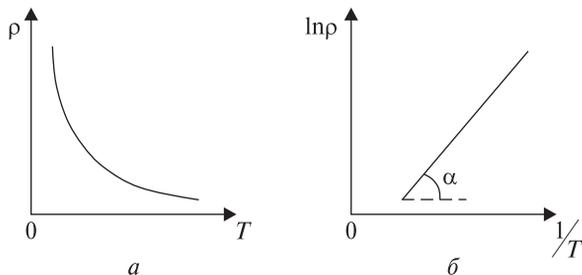


Рис. 1.12

Удельное сопротивление полупроводников в большой степени зависит от внешних условий и лежит в широком интервале значений  $\rho \sim 10^{-6} - 10^8$  Ом·м (см. рис. 1.12, а) (для сравнения у металлов  $\rho \sim 10^{-8} - 10^{-6}$  Ом·м, у диэлектриков  $\rho \sim 10^8 - 10^{12}$  Ом·м).

Соответственно, сопротивление полупроводника без примесей  $R_T = Ae^{\Delta W_3/2kT}$ , где  $A$  — коэффициент, зависящий от параметров полупроводника.

В полулогарифмическом масштабе зависимость  $\ln \rho = f\left(\frac{1}{T}\right)$  (рис. 1.12, б) имеет вид прямой линии, наклон которой к оси абсцисс определяется величиной  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta W_3}{2k}$ .

Практически во всех полупроводниковых приборах используются процессы, проходящие в малой области контакта полупроводников  $p$ - и  $n$ -типов, которая называется  $p$ - $n$ -переходом.

Область  $p$ - $n$ -перехода не может быть создана просто механическим контактом полупроводников с различным типом проводимости, она создается технологически в процессе выращивания кристалла, сплавления примесей и т. п.

Как отмечалось, при внесении донорной примеси в кристалл кремния или германия создается концентрация электронов больше, чем дырок, но атомы примеси в узлах кристаллической решетки, потеряв пятый электрон, становятся положительно заряженными ионами. Электроны могут двигаться по всему объему вещества, а их отрицательный заряд компенсируется положительным зарядом ионов в кристаллической решетке.

Если в тот же кристалл, но в другой его области, внести акцепторную примесь, то создается большая концентрация дырок, способных перемещаться по всему объему, и отрицательных ионов примеси, расположенных в узлах кристаллической решетки.

На границе областей с различным типом проводимости происходит диффузия электронов в полупроводник  $p$ -типа и диффузия дырок в полупроводник  $n$ -типа. В переходном слое происходит рекомбинация дырок и электронов, т. е. концентрация обоих носителей заряда в значительной степени уменьшается. Но в переходном слое со стороны полупроводника  $n$ -типа распределены положительные ионы донорной примеси, заряд которых уже не компенсируется электронами, и аналогично со стороны полупроводника  $p$ -типа распределены отрицательные ионы акцепторной примеси, заряд которых не компенсируется из-за отсутствия дырок (рис. 1.13).

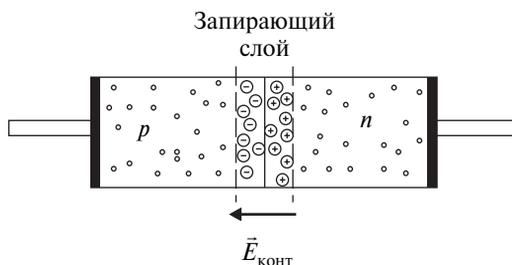


Рис. 1.13

Ионы примесей создают в переходном слое контактное электрическое поле, направленное от полупроводника  $n$ -типа к полупроводнику  $p$ -типа, и, соответственно, возникает контактная разность потенциалов между границами этого слоя, которая составляет примерно 0,35 В для германия, примерно 0,6 В для кремния.

Контактное поле препятствует движению основных носителей из обеих областей через  $p$ - $n$ -переход, поэтому переходный слой называют запирающим слоем, хотя этот слой могут проходить электроны и дырки, имеющие большие значения энергии теплового движения. Под действием контактного поля через переходный слой могут двигаться неосновные носители, но их концентрация мала. В состоянии теплового равновесия полный ток через  $p$ - $n$ -переход равен нулю.

Кроме того, так как в переходном слое концентрация обоих носителей заряда значительно уменьшается, этот слой имеет значительно большее сопротивление, чем области  $p$ - и  $n$ -типов.

Если область  $p$ -типа подключить к отрицательному полюсу источника (катоде), а область  $n$ -типа — к положительному полюсу (аноду), то внешнее электрическое поле будет параллельно контактному полю:  $\vec{E}_{\text{внеш}} \uparrow \uparrow \vec{E}_{\text{конт}}$  (рис. 1.14, а), а из переходного слоя уходит еще больше основных носителей, его сопротивление возрастает,  $p$ - $n$ -переход заперт для основных носителей, но движение неосновных носителей создает через переход очень малый ток, который практически не зависит от напряжения.

При ином подключении  $p$ - $n$ -перехода — область  $n$ -типа к катоду, а область  $p$ -типа к аноду — внешнее поле противоположно контактному:  $\vec{E}_{\text{внеш}} \uparrow \downarrow \vec{E}_{\text{конт}}$ , под его воздействием в переходный слой движутся основные носители с двух сторон, концентрации электронов и дырок в области  $p$ - $n$ -перехода возрастают, сопротивление этой области уменьшается. Такое подключение называется прямым (рис. 1.14, б).

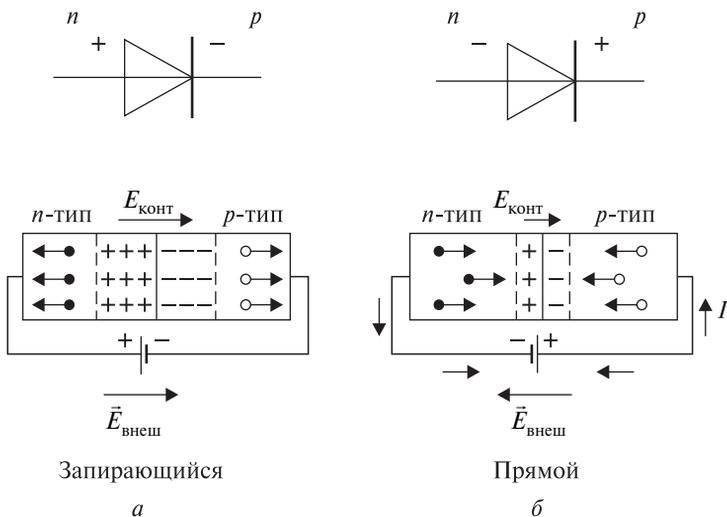


Рис. 1.14

Следовательно, сопротивление  $p-n$ -перехода не постоянно, а зависит от взаимного направления внешнего и контактного полей, поэтому зависимость силы тока от приложенного напряжения (вольт-амперная характеристика) для  $p-n$ -перехода обладает резко выраженной нелинейностью (рис. 1.15).

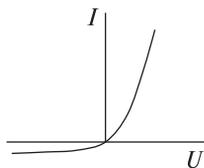


Рис. 1.15

Сила тока в цепи при прямом и обратном включениях  $p-n$ -перехода может отличаться в  $10^5-10^6$  раз, т. е.  $p-n$ -переход обладает свойством односторонней проводимости и является основой полупроводниковых приборов, которые используются для преобразования переменного тока в постоянный.

Переменный ток можно получать на гидроэлектростанциях, в ветрогенераторах, но многие потребители работают на постоянном токе, который обеспечивают аккумуляторы, а для их зарядки также нужен постоянный ток.

Для оценки преобразующих свойств диода используется коэффициент выпрямления  $\alpha$  – величина, численно равная отношению силы прямого тока  $I_{\text{прям}}$  к силе обратного тока  $I_{\text{обр}}$  при одной и той же величине напряжения, т. е. чем больше величина коэффициента выпрямления, тем лучше свойства выпрямителя.

## 1.4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

**Магнитным полем** называется форма существования материи вокруг любого движущегося заряда. Существование магнитного поля вокруг Земли и постоянных магнитов, проводников с током также обусловлено той или иной формой движения заряженных частиц.

**Вектором магнитной индукции**  $\vec{B}$  называется однозначная силовая характеристика точки магнитного поля. Магнитное поле называется однородным в некоторой области пространства при условии  $\vec{B} = \overline{\text{const}}$ .

Основное свойство магнитного поля – действие на движущиеся заряды. Поэтому при протекании тока по проводнику, находящемуся в магнитном поле, на него действует сила, называемая силой Ампера.

Если проводник находится в однородном магнитном поле, то модуль силы Ампера определяется по формуле  $|\vec{F}_A| = |\vec{B}|Il \sin \alpha$ , где  $|\vec{B}|$  – модуль вектора магнитной индукции;  $I$  – сила тока в проводнике;  $l$  – длина проводника, находящаяся в магнитном поле;  $\alpha$  – угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции.

Направление силы Ампера определяется по правилу левой руки: раскрытую левую руку располагают так, чтобы линии магнитной индукции входили в ладонь, четыре пальца указывали направление тока в проводнике, тогда отогнутый большой палец указывает направление силы Ампера.

Витком, или рамкой, с током называется изогнутый провод, по которому протекает ток, ограничивающий некоторую поверхность.

Для витка (контура) с током экспериментально установлено следующее:

1) создаваемое контуром с током магнитное поле имеет сложную структуру, вектор магнитной индукции этого поля в центре витка перпендикулярен его плоскости;

2) направление вектора магнитной индукции в центре витка может определяться по любому из двух правил:

а) правого буравчика: направление вращения рукоятки должно совпадать с направлением тока в витке, тогда направление движения конца буравчика указывает направление вектора индукции;

б) правой руки: четыре полусогнутых пальца направлены по току в витке, большой отогнутый палец указывает направление вектора индукции;

3) характеристика контура – **магнитный момент**  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ , где  $I$  – сила тока в контуре;  $S$  – площадь, охватываемая контуром;  $\vec{n}$  – нормаль к контуру, направление которой определяется по тем же правилам, что

и направление вектора магнитной индукции в центре витка. Вектор магнитного момента сонаправлен с вектором магнитной индукции поля в центре витка:  $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}_c$  (рис. 1.16, а).

В СИ единица измерения магнитного момента  $[|\vec{p}_m|] = 1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ .

Незакрепленный виток с током, расположенный в магнитном поле, может перемещаться и поворачиваться под действием сил поля.

В однородном поле на виток действует механический момент со стороны поля, модуль которого равен  $|\vec{M}| = |\vec{p}_m| \cdot |\vec{B}| \sin \alpha$ , где  $|\vec{p}_m|$  – модуль магнитного момента витка;  $|\vec{B}|$  – модуль вектора магнитной индукции;  $\alpha$  – угол между векторами магнитной индукции и магнитного момента.

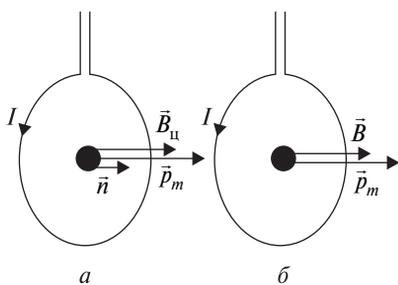


Рис. 1.16

Незакрепленный подвешенный вертикально виток, расположенный, например, в горизонтальном однородном магнитном поле, вращается до тех пор, пока  $|\vec{M}| = 0$  или  $\alpha = 0$ , т. е. магнитный момент витка сонаправлен вектору магнитной индукции внешнего поля  $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$  и вектор магнитной индукции поля витка сонаправлен в его центре  $\vec{B}_c \uparrow \vec{B}$  (рис. 1.16, б).

Поэтому малый виток с током используют для определения направления и модуля магнитной индукции. В этом случае модуль вектора магнитной индукции  $|\vec{B}| = \frac{|\vec{M}|_{\max}}{|\vec{p}_m|}$ , где  $M_{\max}$  – максимальный механический момент, действующий на виток с током в однородном магнитном поле.

## 1.5. МАГНЕТИКИ

В различных экспериментах установлено, что если любое вещество поместить в магнитное поле, то в веществе возникает результирующее магнитное поле  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$ , где  $\vec{B}_0$  – индукция созданного магнитного поля в вакууме;  $\vec{B}'$  – индукция магнитного поля, созданного веществом.

Поэтому все вещества называют магнетиками, а процесс возникновения магнитного поля в любом веществе под влиянием внешнего поля называется намагничиванием.

На опыте установлено, что по величине и направлению добавочного магнитного поля можно выделить три группы магнетиков:

- 1) диамагнетики, для которых  $\vec{B}' \uparrow \downarrow \vec{B}_0$  и  $|\vec{B}'| \ll |\vec{B}_0|$ ;
- 2) парамагнетики, для которых  $\vec{B}' \uparrow \uparrow \vec{B}_0$  и  $|\vec{B}'| < |\vec{B}_0|$ ;
- 3) ферромагнетики, для которых  $\vec{B}' \uparrow \uparrow \vec{B}_0$  и  $|\vec{B}'| > |\vec{B}_0|$ .

Наиболее простая классическая модель используется для объяснения процесса намагничивания второй группы веществ – парамагнетиков. Эта модель основана на представлении о структуре атома как о системе, в которой отрицательно движущиеся электроны вращаются вокруг положительного ядра (атом Бора), т. е. атом можно показать как систему замкнутых витков электронных токов.

Такой виток электронного тока можно сравнить с замкнутым проволочным витком, по которому протекает ток (см. рис. 1.16, а, б).

Используя это сравнение, для замкнутого витка электронного тока в атоме также можно ввести магнитный момент, а для атома или молекулы как системы электронных витков вводится результирующий магнитный момент  $\vec{p}_m = \sum_i \vec{p}_i$ , который как бы создается молекулярным током.

Молекулярного тока в реальном атоме или молекуле не существует, поскольку структура атома, с точки зрения современной физики, описывается гораздо более сложными моделями и законами квантовой механики, чем модели и законы классической физики.

Но используя эти представления, можно рассматривать вещество парамагнетика как систему молекулярных токов, обладающих магнитными моментами, которые без внешнего поля ориентированы хаотически, поэтому результирующий магнитный момент вещества и индукция магнитного поля в веществе равны нулю (рис. 1.17, а).

При помещении этой системы во внешнее магнитное поле магнитные моменты витков молекулярных токов будут ориентироваться в направлении вектора индукции внешнего магнитного поля, вследствие чего всякий

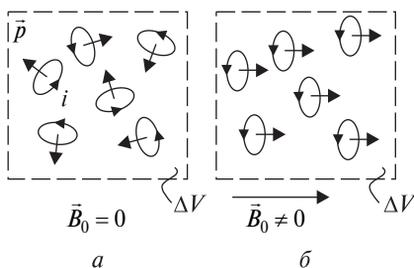


Рис. 1.17

малый объем  $\Delta V$  приобретает отличный от нуля магнитный момент, т. е. вещество намагничивается.

Такая упрощенная классическая модель позволяет:

1) объяснить тот факт, что для парамагнетиков индукция магнитного поля, возникшего добавочно в веществе,  $\vec{B}' \uparrow \uparrow \vec{B}_0$ , так как в такой модели эта величина представляет собой векторную сумму индукций магнитных полей, создаваемых молекулярными токами:  $\vec{B}' = \sum_i \vec{B}'_i$ ;

2) ввести вектор намагничивания (магнитный момент единичного объема вещества) как векторную сумму магнитных моментов молекулярных витков с током в единице объема вещества:  $\vec{J} = \sum_i \vec{P}_{mi} / \Delta V$ . Вектор намагничивания, как показывает эксперимент, зависит от индукции внешнего магнитного поля, химического состава и наличия примесей, температуры, агрегатного состояния вещества.

Для расчета индукции магнитного поля в вакууме по известному распределению токов проводимости используется, например, теорема о циркуляции для вектора магнитной индукции  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_k I_k = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{s}$ , где  $\sum_k I_k$  – алгебраическая сумма токов проводимости, охватываемая контуром  $L$ ;  $\vec{j}$  – плотность тока проводимости через элемент поверхности  $d\vec{s}$ .

Рассмотренная модель молекулярных токов основывается на существующем в любом веществе движении электронов в атомах и молекулах, которое, хотя и гораздо более сложное, чем отмечалось, но реально существует. Поэтому при расчете индукции магнитного поля в веществе необходимо учитывать, кроме токов проводимости, и молекулярные токи, т. е. теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в веществе включает и молекулярные токи  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S (\vec{j}_0 + \vec{j}_m) d\vec{s}$ , где  $\vec{j}_0$  – плотность тока проводимости;  $\vec{j}_m$  – плотность молекулярного тока.

Величина и распределение молекулярных токов даже в однородных и изотропных веществах при их помещении во внешнее магнитное поле неизвестны. Поэтому вводится вектор напряженности магнитного поля, величину которого можно рассчитать по теореме о циркуляции из известного распределения только токов проводимости  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{j}_0 \cdot d\vec{s}$ .

По известному вектору напряженности для однородных изотропных магнетиков определяются вектор магнитной индукции  $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$ , где

$\mu$  – магнитная проницаемость вещества;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Тл·м/А (Гн/м) – магнитная постоянная; а также вектор намагничивания  $\vec{J} = (\mu + 1)\vec{H}$ .

Магнитная проницаемость для парамагнетиков – безразмерная небольшая величина  $\mu \geq 1$ , зависящая от химического состава, примесей, агрегатного состояния, давления, температуры.

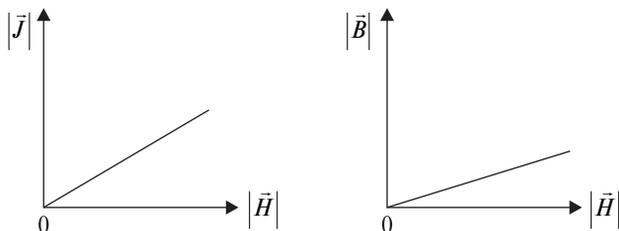


Рис. 1.18

Для парамагнетиков при постоянных давлениях и температуре величина магнитной проницаемости постоянна, поэтому величины вектора магнитной индукции и вектора намагничивания прямо пропорциональны вектору напряженности, т. е. графики зависимости этих величин от напряженности магнитного поля являются прямыми линиями (рис. 1.18).

## 1.6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

**Магнитным потоком**  $\Phi$  называется скалярная физическая величина, равная числу линий вектора магнитной индукции  $B$ , проходящих через данную поверхность площадью  $S$ :  $\Phi = BS \cos \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между вектором магнитной индукции и вектором единичной нормали к поверхности.

В СИ единица измерения магнитного потока  $[\Phi] = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{ Вб}$  (вебер).

**Электромагнитной индукцией** (лат. *inductio* – «вызывать, возбуждать») называется явление возникновения индукционного тока в проводнике при любом изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную данным проводником. Для характеристики этого явления вводят ЭДС индукции  $\varepsilon_i$ , величина которой определяется по закону

Фарадея (закону электромагнитной индукции):  $\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ , где  $\Delta\Phi$  – изменение магнитного потока за время  $\Delta t$ ;  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  – скорость изменения магнитного потока.

Сила возникающего индукционного тока в проводнике определяется по закону Ома:  $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R}$ .

Знак «-» в законе электромагнитной индукции соответствует правилу Ленца: индукционный ток всегда имеет такое направление, при котором создаваемое индукционным током магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего этот ток.

Явлением самоиндукции называется возникновение индукционного тока в проводнике при изменении силы тока в нем самом.

Собственный магнитный поток через поверхность, ограниченную проводником, создается магнитным полем тока в проводнике  $\Phi_c = LI$ , где  $L$  – коэффициент пропорциональности, называемый индуктивностью проводника.

Индуктивность проводника называют его геометрической характеристикой, потому что она зависит от формы проводника, его размеров и магнитной проницаемости среды, в которой находится проводник. Если эти характеристики не изменяются, то  $L = \text{const}$  и при изменении силы тока в проводнике возникает ЭДС самоиндукции:  $\varepsilon_{si} = -\frac{\Delta\Phi_c}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ , где  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  – скорость изменения тока в проводнике.

В СИ единица измерения индуктивности  $[L] = 1 \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{А}} = 1 \text{ Гн (генри)}$ .

Индуктивность бесконечного соленоида  $L = \mu_0 \mu n^2 V$ , где  $n$  – плотность витков;  $V = lS$  – объем соленоида ( $l$  – длина,  $S$  – площадь поперечного сечения соленоида).

$$\begin{aligned} \text{Энергия магнитного поля проводника с током (контура)} W &= \frac{LI^2}{2} = \\ &= \frac{\Phi I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}. \end{aligned}$$

## 1.7. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

Переменный ток представляет собой вынужденные электромагнитные колебания в цепи при действии периодической ЭДС, характеристики которой определяют амплитуду и период вынужденных колебаний.

Генератор переменного тока – это устройство, создающее ЭДС, изменяющуюся с течением времени по гармоническому закону.

Принцип работы генератора переменного тока основан на законе электромагнитной индукции: при вращении в однородном магнитном

поле проводящей рамки из  $N$  числа витков (обмотка) через их поверхность изменяется магнитный поток и возникает ЭДС индукции.

Если обмотка вращается с угловой скоростью  $\omega$ , то угол в формуле для магнитного потока  $\alpha = \omega t$ .

Пусть магнитный поток изменяется по закону  $\Phi = NBS\omega \cos \omega t$ , где  $N$  — число витков в обмотке;  $B$  — модуль индукции магнитного поля;  $S$  — площадь, охватываемая одним витком.

Мгновенное значение ЭДС индукции по закону электромагнитной

индукции  $\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS\omega \sin \omega t$ , где  $NBS\omega = \varepsilon_0$  — амплитудное значение ЭДС. Мгновенное значение тока в обмотке  $i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{NBS\omega}{R} \sin \omega t$ ,

где  $R$  — сопротивление обмотки;  $\frac{NBS\omega}{R} = I_0$  — амплитудное значение силы тока в ней.

Магнитный поток зависит от времени по закону косинуса, а сила тока в обмотке зависит от времени по закону синуса, но фаза  $\varphi = \omega t$  в обеих гармонических функциях одинакова. Если изобразить графики зависимости потока и тока от фазы колебаний, то графики синуса и косинуса будут смещены относительно друг друга на  $\pi/2$ , и для фиксирования этого используют фразу «зависимости потока и тока от времени сдвинуты по фазе».

Сдвиг по фазе между гармонически изменяющимися величинами может иметь значение не только  $\pi/2$ . Например, в цепях переменного тока эта величина зависит от наличия в цепи не только резисторов, но и конденсаторов и катушек индуктивности.

Частота используемого переменного тока в быту и на производстве  $\nu = 50$  Гц, тогда  $\omega = 2\pi\nu = 314$  рад/с, период  $T = 0,02$  с, и за это время ток, зависящий от времени по гармоническому закону, дважды меняет свое направление.

Если переменный ток протекает по металлическому проводнику (резистору), на этом элементе цепи происходит преобразование электрической энергии в другие виды энергии: тепловую, механическую и т. д., поэтому такое сопротивление называется активным.

Пусть при протекании переменного тока по резистору с сопротивлением  $R$  выделяется количество тепла  $Q_{\sim}$ . Можно показать, что за время,

равное периоду, выделится количество тепла  $Q_{\sim} = \frac{I_0^2 RT}{2}$ . Пусть за тот же

промежуток времени в этом резисторе выделится такое же количество  $Q_{\sim} = Q$  при протекании постоянного тока  $I$ , тогда по закону Джоуля — Ленца  $Q = I^2 RT$ .

**Действующим (эффективным) значением силы переменного тока** называется такая величина постоянного тока, при протекании которого за время, равное периоду, в резисторе с сопротивлением  $R$  выделяется такое же количество тепла, что и при протекании переменного тока  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ .

Аналогично вводится действующее значение напряжения  $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ . Тогда мощность переменного тока можно рассчитать по формуле

$$P = \frac{I_0^2 R}{2} = \frac{I_0 U_0}{2} = IU.$$

Так как для гармонически изменяющейся силы тока за промежутки времени примерно  $0,005$  с ( $T/4$ ) ее величина изменяется от нулевого значения до максимального, электроизмерительные приборы не могут показывать мгновенное значение силы тока и напряжения, а показывают действующие значения тока и напряжения.

**Трансформатором** называется устройство для преобразования переменного тока с одним действующим напряжением  $U_1$  в переменный ток с другим действующим напряжением при той же частоте.

Трансформатор состоит из первичной обмотки из  $N_1$  витков и вторичной обмотки из  $N_2$  витков, намотанных на замкнутый железный сердечник. На первичную обмотку подается переменное напряжение с действующим значением  $U_1$ , а на вторичной обмотке получается действующее значение напряжения  $U_2$  (рис. 1.19).

Переменный ток, протекающий в первичной обмотке, создает переменное магнитное поле, пронизывающее витки вторичной обмотки, т. е. через витки вторичной обмотки меняется магнитный поток. По закону электромагнитной индукции во вторичной обмотке возникает переменный ток и, соответственно, переменное напряжение.

**Коэффициентом трансформации** называется отношение  $k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ ,

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – действующие значения ЭДС индукции в обмотках.

Режим холостого хода: вторичная обмотка разомкнута, в ней не течет ток и  $\varepsilon_2 = U_2$ , где  $U_2$  – действующее напряжение на вторичной обмотке.

**Действующее напряжение**, подаваемое на первичную обмотку,  $U_1 = I_1 R_1 + \varepsilon_1$ , где  $I_1$  – действующее значение силы тока в первичной обмотке с сопротивлением  $R_1$ .

При  $R \approx 0$ ,  $U_1 = \varepsilon_1$  коэффициент трансформации  $k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{U_1}{U_2}$ .

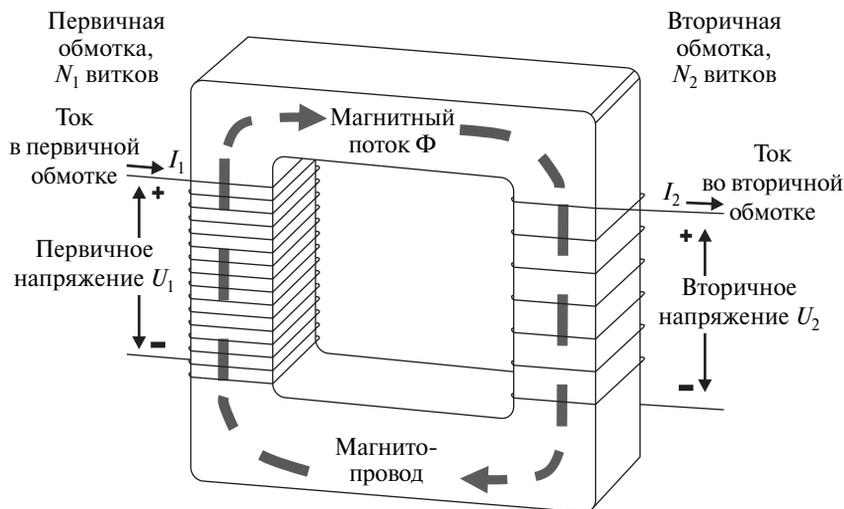


Рис. 1.19

В рабочем режиме на трансформатор подается мощность  $P_1 = I_1 U_1$ , вторичная обмотка замкнута на потребитель, которому передается мощность  $P_2 = I_2 U_2$ , где  $I_2$  – действующее значение силы тока во вторичной обмотке.

**Коэффициент полезного действия трансформатора**  $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100\% = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_1} 100\%$  может достигать максимального значения  $\eta_{\max} = 99\% \approx 100\%$ . В этом случае  $I_1 U_1 = I_2 U_2$  и  $k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$ , т. е. во сколько раз увеличивается напряжение, во столько раз уменьшается сила тока.

## 1.8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

В замкнутой электрической цепи, содержащей конденсатор  $C$ , катушку индуктивности  $L$  и резистор сопротивлением  $R$ , могут происходить электромагнитные колебания, поэтому такая цепь называется колебательным контуром.

**Электромагнитными колебаниями** называются периодические или аperiodические (непериодические) изменения заряда на пластинах конденсатора и напряжения между ними, силы тока в цепи, энергии электрического и магнитного полей.

Для возникновения каких-либо колебаний любую колебательную систему необходимо вывести из состояния равновесия, сообщив ей энергию. Чтобы в колебательном контуре возникли электромагнитные колебания, можно:

1) зарядить конденсатор, вследствие чего в нем возникнет электрическое поле с определенной энергией;

2) изменить магнитный поток через витки катушки индуктивности и вызвать появление индукционного тока, в результате чего возникнет магнитное поле с определенной энергией.

**Свободными (собственными) электромагнитными колебаниями** называются процессы в колебательном контуре, происходящие после однократного сообщения ему энергии.

Рассмотрим первый способ возбуждения колебаний в контуре – в результате подключения конденсатора к постоянному источнику напряжения.

Конденсатор подключаем к источнику только на время сообщения его пластинам зарядов  $+q_0$  и  $-q_0$ , а затем источник отключаем, и пластины заряженного конденсатора соединяем с концами катушки индуктивности, в итоге в полученном контуре возникнут электромагнитные колебания.

Колебательный контур называется идеальным, если сопротивлением провода, из которого намотана катушка, и сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь, так как при этом условии при протекании тока в проводниках не выделяется тепло, т. е. энергия, полученная при зарядке конденсатора, сохраняется в колебательном контуре.

Начнем отсчет времени  $t = 0$  с момента соединения пластин конденсатора с концами катушки индуктивности, на пластинах конденсатора в этот момент заряды  $+q_0$  и  $-q_0$ , а энергия электрического поля в конденсаторе  $W_{0C} = q_0^2 / 2C$ . При соединении положительно и отрицательно заряженных пластин конденсатора с катушкой под действием электрического поля, создаваемого в соединительных проводах и проводящих витках катушки, по ним начнется движение зарядов, т. е. потечет переменный ток, так как заряды на пластинах и создаваемое ими электрическое поле убывают по величине. По принятому правилу о направлении тока в цепи ток будет направлен от положительной пластины конденсатора к отрицательной пластине.

При протекании переменного тока в витках провода катушки индуктивности возникает переменное магнитное поле, поэтому через поверхность, охватываемую каждым витком, изменяется магнитный

поток, вследствие чего возникает ЭДС самоиндукции, противодействующая изменению тока, т. е. величина тока  $I_t$  в катушке и контуре в какой-то момент определяется не только убылью зарядов с пластин конденсатора, но и токами самоиндукции.

Если в момент времени  $t$  ток в катушке  $I_t$ , то энергия магнитного поля в этот момент  $W_{iL} = LI_t^2/2$ . Так как в идеальном контуре нет потерь энергии, то можно записать закон сохранения энергии: величина начальной энергии электрического поля конденсатора равна сумме энергии электрического поля конденсатора в данный момент времени и энергии магнитного поля катушки в данный момент времени —  $W_{0C} = W_{iC} + W_{iL} = \text{const}$ , где  $W_{iC} = q_t^2/2C$ .

Следовательно, по закону сохранения энергии  $\frac{q_0^2}{2C} = \frac{q_t^2}{2C} + \frac{LI_t^2}{2} = \text{const}$ .

При протекании тока в контуре заряды на пластинах конденсатора убывают, и в какой-то момент заряды пластин станут равны нулю, следовательно, и энергия электрического поля в конденсаторе станет равной нулю. Из закона сохранения энергии следует, что в этот момент времени сила тока в катушке индуктивности максимальна и равна  $I_0$ , а энергия магнитного поля в катушке имеет максимальное значение:

$$W_{0L} = LI_0^2/2, \text{ т. е. } \frac{q_0^2}{2C} = \frac{q_t^2}{2C} + \frac{LI_t^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} = \text{const}.$$

Из этого выражения следует соотношение  $q_0^2/2C = LI_0^2/2$ , т. е. максимальная величина заряда на конденсаторе и максимальное значение силы тока в идеальном колебательном контуре связаны соотношением

$$I_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} q_0.$$

После разрядки конденсатора ток в цепи контура течет в том же направлении под действием ЭДС самоиндукции. Следовательно, по принятому правилу положительные заряды движутся к той пластине, которая в начальный момент времени была заряжена отрицательно. Так как эти заряды движутся со второй нейтральной пластины, то вторая пластина заряжается отрицательно.

Таким образом, на каждой пластине накапливается заряд, по знаку противоположный заряду в момент начала колебаний. Из закона сохранения энергии следует, что если в какой-то момент времени  $t_1$  величина заряда на пластинах и величина энергии электрического поля станут равны начальным значениям  $W_{0C} = q_0^2/2C$ , то в этот момент энергия магнитного поля и величина тока в катушке и контуре равны нулю.

Так как в этот момент  $t_1$  на пластинах конденсатора те же по величине заряды, но знаки пластин противоположны начальным, то направление возникшего с этого момента тока в контуре противоположно начальному. Следовательно, пластины конденсатора то отдают полученные заряды, и энергия электрического поля конденсатора убывает, то накапливают заряды, и энергия электрического поля возрастает, поэтому для характеристики конденсатора в колебательном контуре или в цепи переменного тока используются термины: конденсатор обладает емкостным сопротивлением, или сопротивление конденсатора реактивное.

Так как ЭДС самоиндукции возникает в катушке при любом изменении силы тока, что сопровождается либо возрастанием энергии магнитного поля, либо убыванием, для характеристики катушки индуктивности используются фразы «катушка из провода обладает индуктивным сопротивлением» или «сопротивление катушки индуктивности реактивное».

Для того чтобы найти зависимости заряда и силы тока от времени, воспользуемся тем, что конденсатор и катушка соединены последовательно, т. е. в каждый момент времени  $t$  напряжение на конденсаторе  $u_C$  равно ЭДС самоиндукции  $\varepsilon_L$ , возникающей в катушке индуктивности:

$$u_C = \varepsilon_L, \text{ т. е. } \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}.$$

Так как  $i = \frac{dq}{dt}$ , то полученное уравнение можно записать в виде

$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ , а решением уравнения такого вида является гармоническая функция, для которой  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , или  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – циклическая частота колебаний.

Электромагнитные колебания в идеальном контуре называются собственными именно потому, что циклическая частота этих колебаний зависит только от значений емкости и индуктивности контура.

Поскольку при  $t = 0$  величина заряда на пластинах конденсатора максимальна, зависимость величины заряда от времени  $q_t = q_0 \cos \omega_0 t$ , а силы тока  $i_t = \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega_0 \sin \omega_0 t = -I_0 \sin \omega_0 t$ , где  $I_0 = q_0 \omega_0$  – величина максимального тока в контуре, или амплитудное значение. Аналогичное соотношение между амплитудными значениями тока и заряда получено ранее из закона сохранения энергии:  $I_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} q_0 = \omega_0 q_0$ .

Период собственных колебаний можно определить по формуле Томсона  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$ , а уравнения колебаний заряда на пластинах конденсатора  $q_t = q_0 \cos \frac{2\pi}{T_0} t$  и силы тока в контуре  $i_t = -I_0 \sin \frac{2\pi}{T_0} t$ .

Из этих уравнений следует, что когда одна из величин принимает максимальное значение, вторая равна нулю, например, в одни и те же моменты времени:

- 1)  $t = \frac{T_0}{4}, q_t = 0, i_t = -I_0;$
- 2)  $t = \frac{T_0}{2}, q_t = -q_0, i_t = 0;$
- 3)  $t = \frac{3T_0}{4}, q_t = 0, i_t = I_0$  (рис. 1.20).

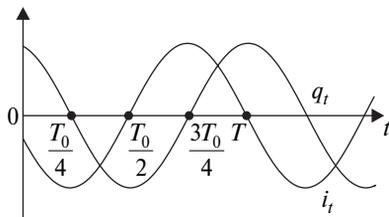


Рис. 1.20

Заменим  $\sin$  на  $\cos$  в выражении для мгновенного значения силы

тока:  $i_t = -I_0 \sin \frac{2\pi}{T_0} t = I_0 \cos \left( \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{T_0} t \right)$ . Из сравнения зависимостей вели-

чины заряда и силы тока от времени следует, что мгновенное значение силы тока отстает от мгновенного значения заряда на четверть периода, или отстает по фазе на  $\pi/2$ .

Так как емкость конденсатора не зависит от его заряда, то в любой момент времени напряжение на конденсаторе  $u_t = \frac{q_t}{C} = \frac{q_0 \cos \omega_0 t}{C} = U_0 \cos \omega_0 t$ ,

т. е. напряжение на конденсаторе зависит от времени по такому же закону, что и заряд, где  $U_0 = q_0/C$  – амплитуда напряжения.

Конденсаторы и катушки индуктивности используются в любых электронных схемах, обеспечивающих функционирование современных приборов в различных режимах эксплуатации. Кроме того, в процессе работы любого реального прибора в каких-то его элементах выделяется некоторое количество теплоты. Поэтому простейшей моделью любого современного прибора является цепь из последовательно включенных конденсатора емкостью  $C$ , катушки с индуктивностью  $L$  и резистора с сопротивлением  $R$  (т. е. цепь колебательного контура). Причем величина этого сопротивления  $R$  включает в себя не только сопротивление элементов, включенных в цепь, но и сопротивление соединительных проводов, а также сопротивление провода, из которого намотана катушка.

Большинство используемых в производстве и быту приборов работает на переменном токе, при этом в установившемся режиме работы происходят гармонические колебания силы тока в цепи, заряда и напряжения на конденсаторе, т. е. электромагнитные колебания с определенными значениями амплитуды. Но при наличии в цепи сопротивления часть энергии колебательного контура при протекании тока будет выделяться на сопротивлении в виде тепла, поэтому амплитуда колебаний будет уменьшаться.

Для поддержания гармонических электромагнитных колебаний в цепь колебательного контура включают источник гармонически изменяющегося с течением времени напряжения. В качестве таких источников выступают подключения к контактам электрической цепи, по которой передается электрическая энергия от гидро- и тепловых станций, ветрогенераторов, атомных станций и т. д.

При протекании тока в цепи, кроме выделения тепла на элементах цепи с сопротивлением  $R$ , могут происходить и другие преобразования энергии, например, в лампочке происходит выделение тепла и световой энергии, т. е. часть энергии выделяется из цепи и используется. Поэтому для таких элементов цепи используются термины «резистивный элемент» или «активное сопротивление».

**Вынужденными электромагнитными колебаниями** в колебательном контуре (цепи переменного тока) называются периодические изменения заряда на пластинах конденсатора, напряжения между ними, силы тока, энергии электрического и магнитного полей, возникающие под действием источника переменного напряжения, включенного в контур.

Если напряжение источника изменяется по гармоническому закону с какой-то частотой, то по такому же закону и с такой же частотой изменяется напряженность образующегося электрического поля в цепи, подключенной к источнику. Под действием этого поля возникают с такой же частотой вынужденные колебания зарядов в цепи, а следовательно, и частота переменного тока равна частоте источника переменного напряжения.

При изменении частоты источника переменного напряжения будет изменяться и частота всех гармонически изменяющихся величин в цепи переменного тока. Так как в цепи переменного тока происходят вынужденные электромагнитные колебания этих величин, при приближении частоты источника к собственной частоте электромагнитных колебаний контура (цепи) будут наблюдаться резонансные явления.

Для определения различных физических величин в цепях переменного тока удобно использовать один из законов для последовательной цепи постоянного тока: при последовательном соединении элементов

цепи сумма напряжений на этих элементах равна ЭДС постоянного источника или постоянному напряжению (второй закон Кирхгофа), к которому подключена цепь. Это возможно, если значение силы тока в данный момент времени одно и то же во всей цепи переменного тока.

**Квазистационарным** (как бы постоянным) называется такой переменный ток, мгновенное значение которого в любом сечении последовательной цепи одинаково.

Так как любой ток, т. е. движение зарядов через сечение проводника, обеспечивается действием электрического поля, то мгновенное значение тока будет одинаково во всех сечениях последовательной цепи, если величина и направление вектора напряженности электрического поля в каждый момент времени будут одинаковы во всех сечениях последовательной цепи.

При замыкании любой цепи в ней распространяется электрическое поле со скоростью света. Следовательно, время установления определенной величины и направления напряженности электрического поля в каждом сечении цепи зависит от ее длины  $\tau = \frac{L}{c}$ , где  $L$  — длина цепи;  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость света. Например, при включении какой-то установки в лаборатории, где длина цепи  $L = 3$  м, время, в течение которого в любом сечении этой цепи возникает мгновенное значение напряженности поля и, соответственно, мгновенное значение тока,  $\tau \approx 10^{-8}$  с.

Эта величина гораздо меньше, чем период используемого в лабораторных работах переменного тока  $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{50 \text{ (Гц)}} = 2 \cdot 10^{-2}$  с. Даже если частота используемого тока в цепи с длиной  $L = 3$  м будет в 20 раз больше, то период такого тока  $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{1000 \text{ (Гц)}} = 1 \cdot 10^{-3}$  с  $\gg 10^{-8}$  с.

В уравнениях зависимости от времени заряда и тока обычно используется циклическая частота  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ . Поэтому условие квазистационарности переменного тока

$\frac{L}{c} \ll T = \frac{2\pi}{\omega}$  записывают в виде  $\frac{\omega L}{c} \ll 1$ .

## 2. ПРИБОРЫ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА

В учебной лаборатории электричества измерения физических величин осуществляются с помощью различных электроизмерительных приборов и устройств. Лабораторные установки включают в себя аналоговые электромеханические и цифровые приборы, позволяющие не только проводить измерения, но также изучать явления, лежащие в основе функционирования данных приборов. Аналоговые измерительные приборы – это такие приборы, показания которых являются непрерывной функцией изменения измеряемой величины (амперметры, вольтметры, гальванометры и т. д.). Индикатором таких изменений, как правило, выступает стрелка. Цифровые измерительные приборы представляют собой более сложные устройства. Они содержат несколько различных преобразователей, которые в общем случае выполняют функции деления, усиления, вы-



Рис. 2.1

прямления и фильтрации сигнала, превращения одних электрических величин в другие. Показания таких приборов отображаются на дисплее в цифровом виде.

Для снятия показаний с приборов необходимо учитывать цену деления шкалы. Ценой деления прибора называется наименьшее значение величины, которое может быть измерено данным прибором. Если цена деления не указана на приборе, то ее можно легко определить (рис. 2.1). Для этого

необходимо найти разность между двумя обозначенными цифрами ближайшими делениями на шкале (из большего значения вычесть меньшее) и разделить на количество делений (промежутков) между ними.

Большинство приборов в лаборатории «Электричество и магнетизм» — это аналоговые приборы с условной шкалой (рис. 2.2). Такие приборы имеют несколько переключаемых пределов измерений, при этом одни и те же деления шкалы будут иметь разные значения в каждом из установленных пользователем пределов. Для того чтобы по условной шкале прибора определить точно значение измеряемой величины, необходимо максимальное установленное значение предела разделить на максимальное значение шкалы, обозначенное последней цифрой (таким образом будет определена цена деления), и полученное значение умножить на показание стрелки прибора.

Например, для прибора на рис. 2.2 любое значение, указанное стрелкой, нужно умножить на  $\frac{300 \text{ В}}{150 \text{ дел}} = 2 \frac{\text{В}}{\text{дел}}$ .

Рассмотрим устройство, подключение и принцип работы некоторых приборов, используемых в лаборатории «Электричество и магнетизм».

**Гальванометр** — это высокочувствительный электроизмерительный прибор, предназначенный для регистрации малых токов (до  $10^{-11}$  А), прошедшего через него заряда (до  $10^{-9}$  Кл), малого напряжения (до  $10^{-8}$  В) (рис. 2.3). Гальванометр часто используют в качестве нуль-индикаторов, т. е. устройств для индикации отсутствия тока или напряжения в электрической цепи, а также как основной блок многих других



Рис. 2.2



Рис. 2.3

измерительных приборов (амперметров, вольтметров). В отличие от обычных микроамперметров шкала гальванометра может быть проградуирована не только в единицах силы тока, но и в единицах напряжения, других физических величин или иметь условную безразмерную градуировку, например, при использовании в качестве нуль-индикаторов.

Способ подключения гальванометра в схему (в случае измерения малых значений силы тока) зависит от поставленной задачи (последовательно — для измерения силы тока, параллельно — для измерения напряжения, последовательно — в качестве нуль-индикатора).

Устройство магнитоэлектрического гальванометра представлено на рис. 2.4.

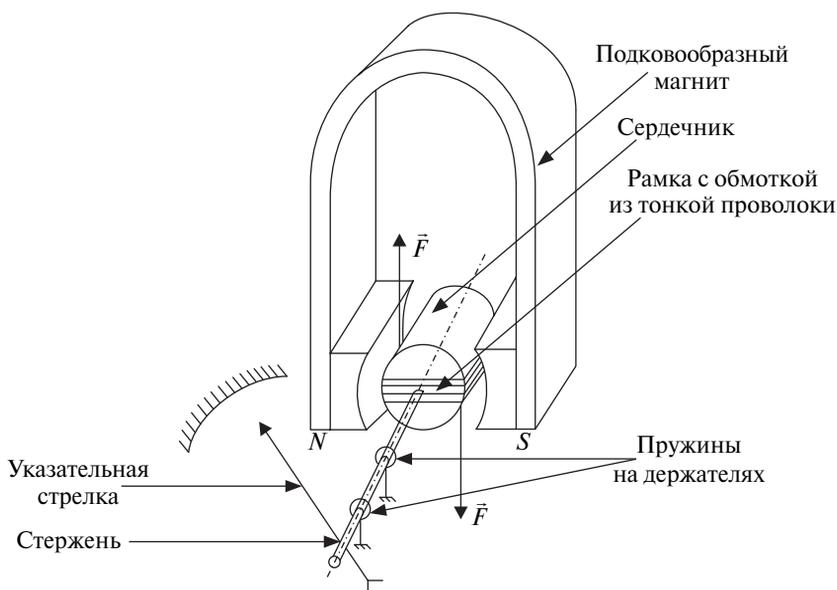


Рис. 2.4

Рассмотрим принцип работы магнитоэлектрического гальванометра (см. рис. 2.3) (один из распространенных и используемых в лаборатории аналоговых электроизмерительных приборов).

В зазоре постоянного подковообразного магнита гальванометра находится сердечник с обмоткой из тонкой проволоки и с жестко связанной с обмоткой указательной стрелкой. В исходном состоянии обмотка со стрелкой находятся в нулевом положении благодаря удерживающим пружинам.

При прохождении постоянного тока через обмотку в ней индуцируется магнитное поле, которое начинает взаимодействовать с полем постоянного магнита. В результате этого взаимодействия на обмотку действует сила  $\vec{F}$  со стороны магнитного поля постоянного магнита, создавая вращающий момент  $\vec{M}$ . Рамка вместе со стрелкой отклоняется на некоторый угол, что свидетельствует о наличии электрического тока. Угол отклонения стрелки зависит от величины тока в цепи, от индукции магнитного поля и жесткости удерживающей пружины (пружин).

Поскольку индукция магнитного поля в зазоре постоянного магнита неизменна, вращающий момент, действующий на рамку, будет пропорционален именно току в ее обмотке, и его величина будет зависеть от силы тока и от неизменных конструктивных параметров данного конкретного прибора ( $c_1$ ). Этот момент

$$M = c_1 I.$$

Препятствующий повороту рамки тормозящий момент, возникающий из-за наличия пружин, пропорционален углу  $\alpha$  закручивания пружин, т. е. углу поворота стрелки, связанной с подвижной частью:

$$|M_m| = c_2 \alpha.$$

Рамка будет вращаться, пока не остановится в положении равновесия. При этом моменты  $M$  и  $M_m$  будут равны по модулю:

$$|M| = |M_m|.$$

Угол закручивания пружин пропорционален силе тока в рамке (и измеряемому току), по этой причине приборы магнитоэлектрической системы обладают равномерной шкалой:

$$\alpha = \frac{c_1}{c_2} I = CI.$$

Коэффициент пропорциональности  $C$  между углом поворота стрелки и измеряемым током называется чувствительностью прибора.

При размыкании электрической цепи исчезает магнитное поле катушки, и под действием возвратной пружины (пружин) рамка со стрелкой возвращаются в начальное положение.

Как правило, шкала электроизмерительных приборов в учебных лабораториях имеет зеркальную основу. Зеркальная шкала, представляющая собой пластину посеребренного стекла, расположенную под дугообразным вырезом шкалы, обеспечивает высокую точность снятия показаний прибора. Поскольку стрелка прибора не касается шкалы с делениями, то в зависимости от того, под каким углом мы смотрим

на стрелку индикатора, могут фиксироваться разные результаты измерений (так называемый параллакс (рис. 2.5)). Чтобы снять правильные результаты, надо смотреть на стрелку строго перпендикулярно плоскости шкалы. При правильном положении глаз экспериментатора стрелка закрывает свое изображение в зеркальной шкале. Применение зеркальной шкалы позволяет устранить ошибку из-за параллакса.

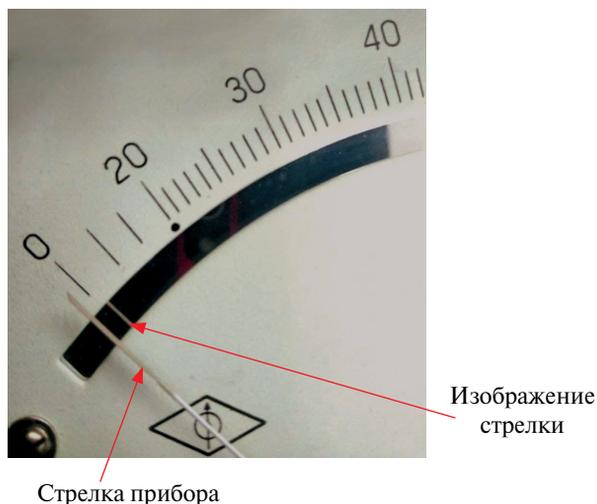


Рис. 2.5

Ошибка из-за параллакса полностью исключается, если в качестве индикатора вместо стрелки используется световой зайчик с вертикальной риской, который перемещается вдоль шкалы. В таких приборах на одной оси с рамкой устанавливается зеркальце. При повороте рамки, а значит, и зеркальца, отраженный от него световой луч (световой зайчик) перемещается по шкале прибора. Смещение зайчика задается величиной угла поворота рамки, показания считываются по положению вертикальной риски.

Если к внутренней схеме гальванометра не подключено никаких дополнительных резисторов, то его можно использовать как амперметр или вольтметр (в зависимости от того, каким образом гальванометр подключается в цепь и как интерпретируются показания прибора).

**Амперметр** — прибор для измерения силы тока (рис. 2.6). Шкалу амперметров градуируют в микроамперах, миллиамперах, амперах или килоамперах в соответствии с пределами измерения прибора.

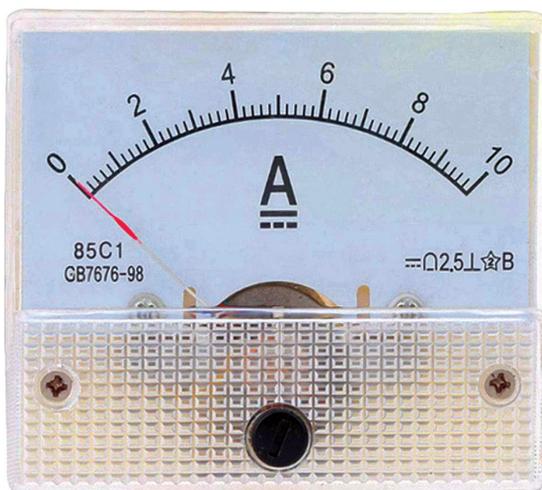


Рис. 2.6

По конструкции амперметры могут быть:

- аналоговые (стрелочные, без использования цифровых схем);
- аналогово-цифровые (стрелочные с использованием цифровых схем);
- цифровые (с цифровым индикатором).

В зависимости от принципа действия амперметры бывают:

- электромагнитные — предназначены для использования в цепях как постоянного, так и переменного тока. Принцип действия приборов электромагнитной системы основан на взаимодействии магнитного поля катушки, создаваемого измеряемым током, который протекает по виткам этой катушки, со стальным сердечником, помещенным в это поле. Обычно используются в электроустановках переменного тока с частотой 50 Гц;

- магнитоэлектрические — предназначены для измерения силы тока в случае постоянного тока малой величины. Они имеют магнитоэлектрическое измерительное устройство и шкалу с проградуированными делениями;

- термоэлектрические — предназначены для измерения силы тока в цепях переменного тока высокой частоты. В состав таких приборов входят магнитоэлектрический измерительный механизм и термопреобразователь, состоящий из проводника и термопары, которая контактирует с проводником либо располагается рядом с ним. Протекающий

по проводнику ток нагревает его, и выделяется тепло. ТермоЭДС, возникающая на концах термопары, приводит к появлению тока в цепи магнитоэлектрического измерителя и повороту его индикаторной стрелки. Угол поворота стрелки пропорционален тепловой мощности, выделяемой нагревателем, а следовательно, действующему значению квадрата тока в нагревателе (проводнике);

- электродинамические – предназначены для замеров величины силы тока в цепях постоянного/переменного тока повышенных частот (до 200 Гц). Они чувствительны к перегрузкам и внешним электромагнитным полям. Но из-за высокой точности замеров их используют в роли контрольных приборов для проверки действующих амперметров. Принцип действия электродинамических приборов основан на механическом взаимодействии двух катушек с токами (неподвижной из толстой проволоки и легкой подвижной, размещенной внутри неподвижной);

- ферродинамические – аналогичны электродинамическим, но отличаются от них усиленным магнитным полем неподвижной обмотки благодаря наличию замкнутого магнитопровода из ферромагнитного материала, уменьшающего величину потерь магнитного потока, обусловленного индукционными токами. Ферродинамические приборы характеризуются надежностью конструкции и низкой чувствительностью к воздействию электромагнитных полей;

- цифровые – современная модель приборов, сочетающая преимущества аналоговых приборов с программными средствами обработки информации. Сегодня такие устройства завоевывали лидирующие позиции.

Это объясняется удобством в работе, легкостью использования, небольшими размерами и высокой точностью получаемых результатов измерений.

Идеальным амперметром называется модель амперметра с бесконечно малым внутренним сопротивлением.

В электрическую цепь амперметр включается последовательно с тем участком электрической цепи, силу тока в котором измеряют (рис. 2.7). Поэтому чем меньше внутреннее сопротивление амперметра, тем меньше будет влияние прибора на ток в цепи и тем выше будет точность измерения.

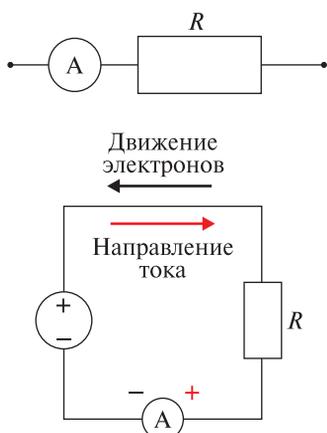


Рис. 2.7

В простейшем магнитоэлектрическом амперметре, рассчитанном на один диапазон измерений, например 0–10 А, параллельно гальванометру (амперметру) подключают шунт (сопротивление) (рис. 2.8).

Как и другие измерительные приборы, амперметр имеет свой максимальный предел измерения; в тех случаях, когда его недостаточно, применяют шунтирование амперметра.

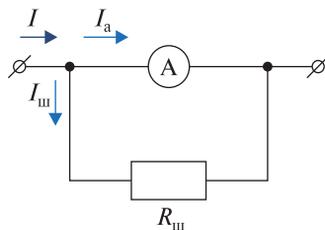


Рис. 2.8

Шунт (используется для цепей постоянного и переменного тока) – это сопротивление (чаще всего медный проводник), которое подключается параллельно к зажимам амперметра с целью увеличения диапазона измерений. Добавление шунта параллельно амперметру вызывает разделение тока  $I$ , который протекает через данную цепь, на две составляющие –  $I_a$  и  $I_{ш}$ .

При параллельном подключении шунта к амперметру  $I = I_a + I_{ш}$  (см. рис. 2.8), а напряжение на шунте и амперметре одинаковое  $U = I_a R_a + I_{ш} R_{ш}$ , поэтому чем меньше сопротивление шунта  $R_{ш}$ , тем ток  $I_{ш}$  больше, а значит, ток  $I_a$ , который протекает через амперметр, – меньше. Зная, как соотносятся сопротивление амперметра  $R_a$  и шунта  $R_{ш}$ , по показаниям амперметра можно узнать величину измеряемого тока  $I = I_a \left(1 + \frac{R_a}{R_{ш}}\right)$ , или, напротив, зная ток  $I$ , можно рассчитать необходимое сопротивление шунта  $R_{ш}$ .

Формула для расчета сопротивления шунта

$$R_{ш} = R_a \frac{I_a}{I - I_a}.$$

Для увеличения диапазона измерения амперметра в  $n$  раз необходимо подключить шунт, сопротивление которого

$$R_{ш} = \frac{R_a}{n - 1}.$$

Для увеличения предела измерений амперметра используется также трансформатор тока (только для цепей переменного тока), магнитный усилитель (для цепей постоянного тока).

Шунты для расширения предела измерения электромагнитных амперметров применять нельзя, поскольку это понижает точность измерения. Пределы измерения электромагнитного амперметра можно расширить, применяя измерительные трансформаторы тока. Первич-

ная обмотка трансформатора тока включается последовательно в цепь измеряемого тока, а к зажимам вторичной подключается амперметр. Величина измеряемого тока находится умножением показаний амперметра на коэффициент трансформации трансформатора.

В тех случаях, когда требуется высокая точность измерений, применяют амперметры электродинамической системы. Конструкция амперметра такого типа достаточно проста. Амперметр состоит из неподвижной катушки и подвижного магнита или сердечника, который или поворачивается, или втягивается в катушку во время прохождения через нее электрического тока. Амперметры электродинамической системы имеют неравномерную шкалу, низкую чувствительность, высокую точность.

Очень опасно пытаться использовать амперметр в качестве вольтметра (подключать его непосредственно к источнику питания, без нагрузки): это приведет к короткому замыканию из-за того, что сопротивление амперметра мало, через него потечет большой ток, выделится большое количество теплоты – возможно разрушение провода катушки. К поломке прибора может также привести превышение допустимого тока, неправильно выставленный диапазон измеряемых значений, несоблюдение полярности при включении амперметра в цепь постоянного тока.

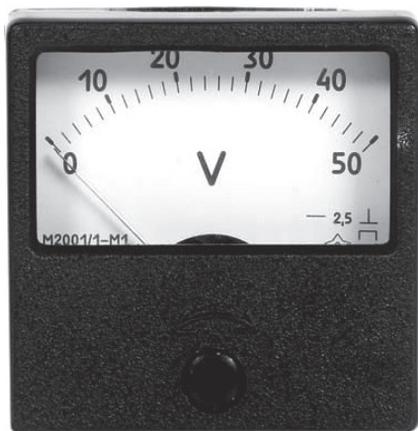


Рис. 2.9

Возможно разрушение провода катушки. К поломке прибора может также привести превышение допустимого тока, неправильно выставленный диапазон измеряемых значений, несоблюдение полярности при включении амперметра в цепь постоянного тока.

**Вольтметр** – прибор для измерения напряжения в электрических цепях (рис. 2.9). Шкалу вольтметров градуируют в микровольтах, милливольтмах, вольтах или

киловольтах в соответствии с пределами измерения прибора. По конструкции и принципу действия вольтметры классифицируются так же, как и амперметры. Идеальный вольтметр – модель реального вольтметра с бесконечно большим внутренним сопротивлением. В реальном вольтметре чем выше внутреннее сопротивление, тем меньше изменений прибор внесет в силу тока и напряжение на участке, к которому прибор подключен параллельно, и, следовательно, тем выше будет точность измерений и разнообразнее области применения.

Конструктивно можно сделать вольтметр, подключив добавочное сопротивление последовательно с гальванометром. В электрическую цепь вольтметр включается параллельно с тем участком электрической цепи, напряжение на котором требуется измерить (рис. 2.10). Поэтому чем выше внутреннее сопротивление вольтметра, тем меньше будет влияние прибора на токи в цепи и тем выше будет точность измерений.

В простейшем магнитоэлектрическом вольтметре, рассчитанном на один диапазон измерений, последовательно гальванометру (вольтметру) подключают добавочное сопротивление  $R_{\text{доб}} = \frac{U - U_V}{I_V} R_V = (n-1)R_V$  (рис. 2.11).

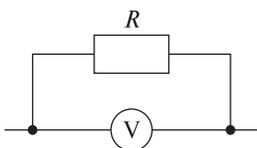


Рис. 2.10

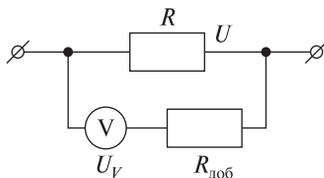


Рис. 2.11

Аналоговые электроизмерительные приборы (амперметр, вольтметр) рядом со шкалой имеют различные обозначения, которые характеризуют тип прибора, класс точности и т. д. Приведем расшифровку основных обозначений, которые можно встретить на шкалах электроизмерительных приборов (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Условные обозначения на шкале электроизмерительных приборов

Обозначение	Наименование
	Магнитоэлектрический прибор с подвижной рамкой
	Магнитоэлектрический прибор с подвижным магнитом
	Электромагнитный прибор
	Ферродинамический прибор
	Индукционный прибор

Обозначение	Наименование
	Магнитоиндукционный прибор
	Электростатический прибор
	Между корпусом прибора и его магнитоэлектрической системой напряжение не должно превышать 2 кВ
	Горизонтальное положение шкалы
	Вертикальное положение шкалы
2	Класс точности при нормировании погрешности в процентах от диапазона измерения
15	Класс точности при нормировании погрешности в процентах от длины шкалы
	Измерительная цепь изолирована от корпуса и испытана напряжением 2 кВ
—	Измерение постоянного тока
~	Измерение переменного тока
≈	Измерение постоянного и переменного тока

**Мультиметр** (тестер) – это универсальный комбинированный измерительный прибор, который сочетает в себе функции нескольких измерительных приборов, т. е. позволяет измерить целый ряд электрических величин (рис. 2.12).

Минимальный набор функций мультиметра – это измерение величины напряжения, тока и сопротивления. Однако современные производители добавляют в набор функций измерение емкости конденсаторов, частоты тока, прозвонку диодов (измерение падения напряжения на  $p-n$ -переходе), звуковой пробник, измерение температуры, измерение некоторых параметров транзисторов, встроенный низкочастотный генератор и многое другое.

Мультиметры бывают аналоговые (стрелочные) и цифровые (с числовым индикатором на дисплее).

При снятии показаний мультиметр работает в определенном режиме. Как правило, на схеме его не изображают либо используют общепринятые обозначения вольтметра, амперметра и т. д.

Кнопка «вкл/выкл» или «on/off»  
(вместо нее бывает специальное  
положение для регулятора)

Электронное  
табло

Индикатор  
прозвонки  
(зуммер)  
(может быть  
светодиод  
красного цвета)

Разъемы  
для проверки  
транзисторов

Переключатель  
режимов

Щупы

Шкала  
обозначений

Разъемы  
для щупов

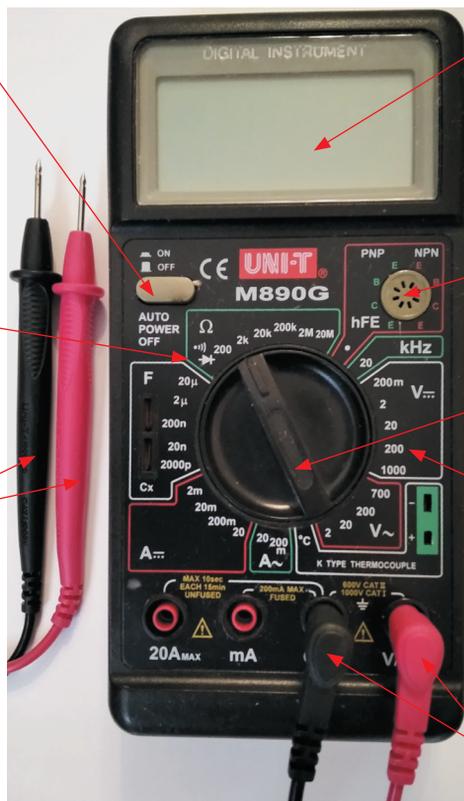
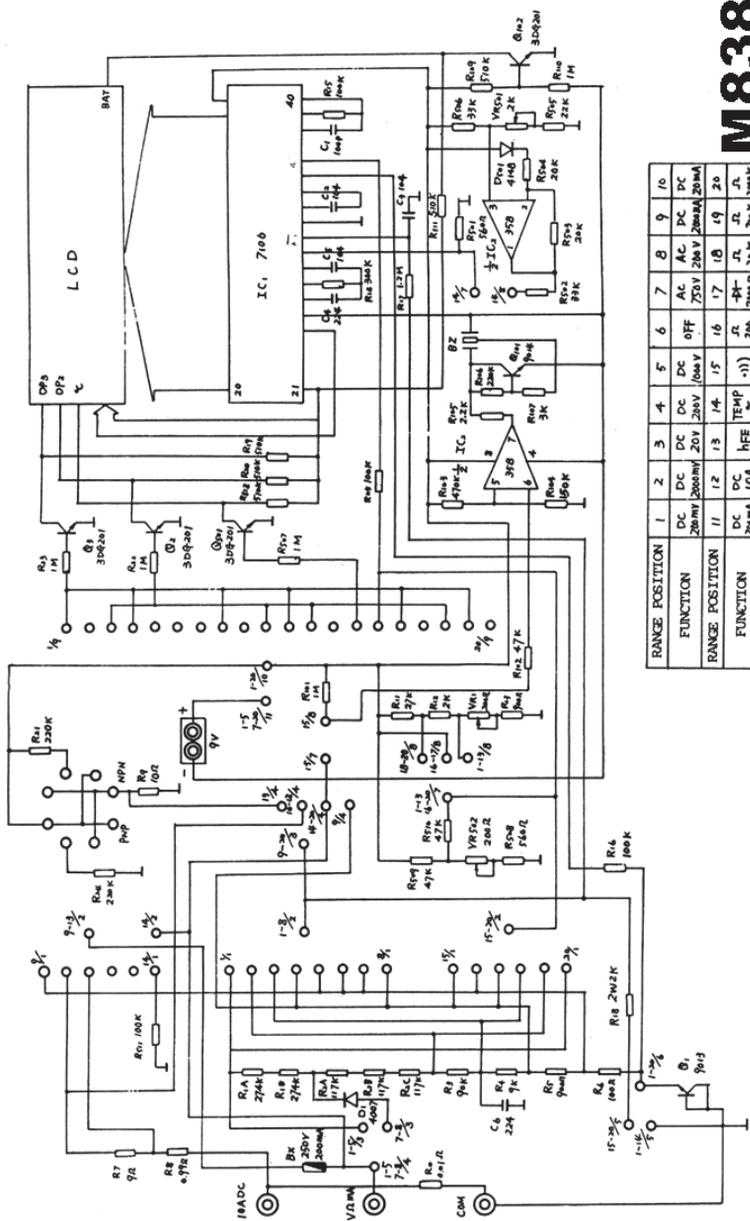


Рис. 2.12

Перед подключением прибора необходимо перейти в режим вольтметра, амперметра, омметра и т. д. в зависимости от поставленной задачи.

Мультиметр – сложный многофункциональный прибор. Для наглядности приведем схему платы мультиметра (рис. 2.13).

Рассмотрим мультиметр с наиболее распространенными функциями (рис. 2.14). В зависимости от модели мультиметра его функционал может быть больше и включать в себя дополнительные возможности.



# M838

RANGE POSITION	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FUNCTION	DC	DC	DC	DC	DC	OFF	AC	AC	DC	DC
RANGE POSITION	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
FUNCTION	DC	DC	hFE	TEMP						
	20mA	10A				200	2000	2000	2000	2000

Fig. 2.13



Рис. 2.14

Из всех компонентов мультиметра самым важным является шкала обозначений, так как при неправильном положении регулятора может выйти из строя прибор либо будет поврежден исследуемый образец. Поэтому расшифровка обозначений на мультиметре – очень важный момент при работе с этим прибором. Шкала обозначений (см. рис. 2.14) включает в себя круговой переключатель положений, а также символы, обозначающие те или иные параметры, разбитые на сектора. Каждый сектор отвечает за измерение одного конкретного параметра (например,

постоянного тока). Внутри сектора имеется несколько положений регулятора, каждое положение обозначает измеряемый номинал, т. е. максимальное значение измеряемой величины. Каждый сектор обозначается специальным символом.

*Сектор измерения сопротивления «Ω»* (рис. 2.14, 1). Номиналы сопротивления на приборе следующие: 200 Ом, 2 кОм, 20 кОм, 200 кОм, 2 МОм, 20 МОм. В зависимости от модели используемого мультиметра диапазон значений может быть разным.

Измерение сопротивления позволяет быстро проверить работоспособность лампочки, спирали, провода и т. д.

Для измерения сопротивления переставьте регулятор в сектор «Ω» и выберите нужное значение в секторе. Если на экране мультиметра отображается «1», то значение измеряемого сопротивления больше установленного предела измерения, в этом случае необходимо переключить предел в сторону его увеличения.

На рис. 2.15 приведен пример использования мультиметра в качестве омметра.



Рис. 2.15

*Сектор измерения постоянного напряжения* (рис. 2.14, 4). Диапазон значений сектора постоянного напряжения шире, чем диапазон переменного.

Для измерения постоянного напряжения необходимо выставить регулятор на нужное значение в секторе «V→» (другое обозначение DCV – англ. *Direct Current Voltage*). Если в процессе измерения вы перепутаете полюса, то на дисплее отобразится то же самое значение, но со знаком «-».

*Сектор измерения переменного напряжения* (рис. 2.14, 5). Для измерения переменного напряжения необходимо выставить регулятор на нужное значение в секторе «V~» (или ACV – англ. *Alternating Current Voltage*). При измерении переменного напряжения полярность не важна.

*Сектор измерения силы постоянного тока* (рис. 2.14, 9). Для измерения силы тока прибор подключается последовательно, т. е. в разрыв цепи. Нельзя просто взять и двумя щупами прикоснуться к проводу. Регулятор, как и в предыдущих случаях, выставляется на нужное для измерения значение в секторе «A→» (или DCA – англ. *Direct Current Amperage*).

Сектор измерения переменного тока «A~» (или АСА – англ. *Alternating Current Amperage*) (рис. 2.14, 8). Не каждый мультиметр способен измерить силу переменного тока, но в некоторых моделях такая функция имеется. Вообще мультиметр плохо подходит для измерения переменного тока. Лучше для этой цели использовать токоизмерительные клещи.

Сектор *hFE* (диагностика диодов и транзисторов) (рис. 2.14, 2). В секторе расположены два гнезда (NPN и PNP – аналогично названию соответствующих переходов) и четыре разъема (разъемы подписаны буквами *E* – эмиттер (2 разъема), *B* – база, *C* – коллектор) в каждом. Используется для проверки транзисторов (измерение значения коэффициента передачи тока). Чтобы проверить транзистор, необходимо поставить регулятор на сектор *hFE*, посмотреть расположение ножек транзистора, тип транзистора, потом вставить сам транзистор в нужный разъем. Если транзистор неисправен, то прибор покажет значение «0». Практически в каждом мультиметре есть специальный светодиод или зуммер (сигнальное устройство). Кроме этого, на шкале измерений должен быть сектор с нарисованным диодом для проверки диодов на работоспособность. Значок  обозначает прозвон диодов и транзисторов без их выпаивания. Чтобы проверить диод, нужно вспомнить о его свойствах, а именно, что диод пропускает ток только в одном направлении. Выставляем регулятор на значок диода и начинаем проверять, меняя полюса. Если диод исправен, в одном положении (соответствует обратному включению диода, когда через *p-n*-переход течет ток неосновных носителей – обратный ток настолько малой величины, что им пренебрегают) на дисплее появится значение «1», при этом светодиод загорится или зуммер запищит. При смене полюсов, когда диод окажется включенным в прямом направлении, мультиметр покажет значение порогового напряжения диода, например 420 милливольт. Пороговое напряжение, или падение напряжения на *p-n*-переходе, – это напряжение, при превышении которого *p-n*-переход полностью открывается и начинает пропускать ток. Неисправный диод будет прозваниваться в обе стороны.

Это лишь поверхностные принципы работы диода, но для проверки исправности диода мультиметром этого достаточно.

Сектор конденсаторов (рис. 2.14, 10). Чтобы измерить емкость конденсатора, необходимо установить переключатель в диапазон *F*. Для проверки емкости конденсатора мультиметр должен иметь эту функцию. Чтобы произвести измерение, используют гнезда «– СХ +». «–» и «+» означают полярность подключения.

*Щупы.* В комплект цифрового мультиметра входят два щупа (черный и красный (рис. 2.16, 2)). Корпус щупа выполнен из диэлектрика, на конце — заостренный металлический стержень. Щупы подключаются к специальным гнездам (рис. 2.16, 1), также имеющим обозначения (и соответствующий цвет). Самых гнезд может быть три или четыре в зависимости от модели мультиметра.



Рис. 2.16

Гнезда для подключения щупов:

1) гнездо «COM» обозначает минус (общий). К нему подключается щуп черного цвета. Например, при замере переменного напряжения, допустим, в розетке, полярность не имеет значения. Тем не менее, если есть определенный провод (щуп) и для него имеется специальное отверстие, то нужно подключать этот провод именно в это отверстие;

2) гнездо «VΩCX+» обозначает плюс, к нему подключается красный провод. Это гнездо используется при измерении сопротивления, напряжения, частоты, температуры, проверки диодов и транзисторов. Проще говоря, это гнездо используется во всех измерениях, за исключением измерения силы тока;

3) гнездо «20 A max» — специальное гнездо. К нему подключается красный щуп, а функция этого гнезда — измерение силы тока величиной до 20 А (20 А — большое значение силы тока, опасное для жизни).

В режиме амперметра при измерении силы тока мультиметр подключается в цепь последовательно (так же, как и амперметр). При наличии надписи «UNFUSED» рядом с гнездом необходимо учесть, что измерение производится без использования предохранителя;

4) гнездо «mA» – гнездо для измерения силы тока малых значений (микро- и миллиампер). Если рядом окажется надпись «0,2 A MAX FUSED», значит, измерение производится с защитой прибора предохранителем, максимальное значение измерения – 0,2 А.

На приборе также может быть изображен желтый (красный) треугольник с надписью «MAX 600 V» (значения могут отличаться в зависимости от модели мультиметра). Это максимальное значение измерения напряжения. Нельзя измерять напряжение выше этого параметра.

**Внимание!** Если вам неизвестны пределы измеряемого значения, устанавливайте регулятор на максимальное значение.

**Очень важно!** Проводя любые измерения, ни в коем случае не держите пальцами за металлическую часть щупа, особенно при каких-либо измерениях опасного напряжения или силы тока.

Рассмотрим включение и выключение мультиметра. На многих мультиметрах присутствует кнопка (переключатель) «on/off». Также есть тестеры, которые выключаются самостоятельно спустя некоторое время.

Сам же регулятор, или переключатель, можно поворачивать в любом направлении (по/против часовой стрелки). Чтобы измерить какой-либо параметр, просто переведите регулятор в нужный сектор на нужное значение.

**Магазин сопротивлений** – это переменный резистор с очень точным выставлением номинала сопротивления (рис. 2.17).



Рис. 2.17

В электрическую цепь магазин сопротивлений включается как параллельно, так и последовательно. Резисторы магазина сопротивлений изготавливают из проводов различной длины и толщины. Принцип работы магазина сопротивлений основан на галетных переключателях. Их схематическое обозначение представлено на рис. 2.18.

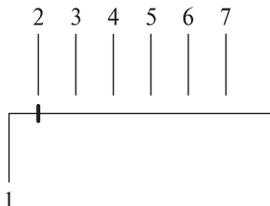


Рис. 2.18

В данный момент можно сказать, что провод 1 соединен с проводом 2. Но как только мы повернем галетный переключатель на один щелчок, то схема примет такой вид, как показано на рис. 2.19.

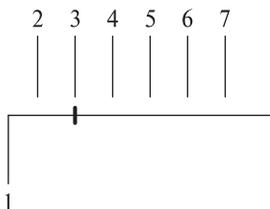


Рис. 2.19

Примерная схема магазинов сопротивлений выглядит, как на рис. 2.20.

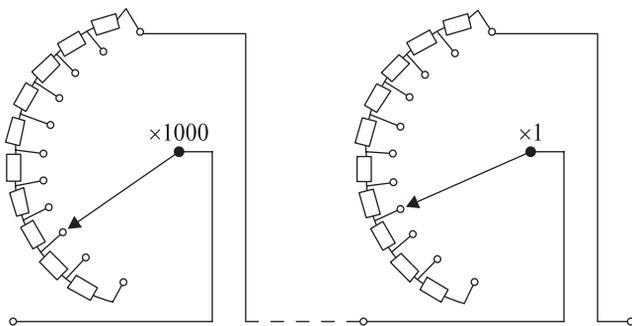


Рис. 2.20

В магазине сопротивлений заложен принцип последовательного соединения резисторов (рис. 2.21).

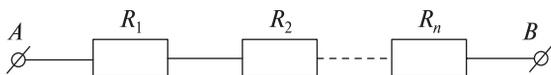


Рис. 2.21

**Реостат** – это устройство с переменным сопротивлением, с помощью которого можно изменять силу тока в цепи (рис. 2.22).



Рис. 2.22

Можно выделить следующие реостаты по материалу изготовления:

1) металлические с воздушным типом охлаждения – наиболее распространены, поскольку применимы в различных сферах и для различных приборов, сопротивление в них может быть постоянным или ступенчатым. Достоинства подобных конструкций являются компактные размеры, достаточно простая конструкция;

2) металлические жидкостные – представляют собой сосуд, наполненный жидкостью. В качестве материала могут быть использованы сталь, чугун, хром, никель, железо и др. Жидкостные реостаты применимы для регулировки силы тока;

3) керамические – применимы при относительно небольших нагрузках;

4) угольные – сегодня применяются только в промышленной сфере и представляют собой ряд шайб из угля, сжатых друг с другом при помощи пружин. Изменение сопротивления данного типа реостата происходит при помощи изменения силы сжатия пружин.

В электрическую цепь реостат включается как параллельно, так и последовательно.

На цилиндр, выполненный из керамики, намотана обмотка — металлический проводник, который сделан из материала с большим удельным сопротивлением, чтобы при небольшом изменении длины существенно менялось сопротивление. Керамический цилиндр реостата внутри пуст, чтобы исключить перегрев прибора. Концы обмотки выведены к зажимам (клеммам). В верхней части реостата есть металлический стержень, вдоль которого и вдоль обмотки может перемещаться скользящий контакт, который называется ползунком. Реостат подсоединен в цепь через две клеммы: одну (нижнюю) с обмотки и вторую (верхнюю) клемму там, где заканчивается металлический стержень. При таком подключении ток через нижнюю клемму проходит по виткам обмотки, далее через скользящий контакт, по металлическому стержню и возвращается в цепь.

Таким образом, в цепи задействована только часть обмотки реостата. Когда ползунок перемещается, то меняется сопротивление той части обмотки реостата, которая находится в цепи. Изменяется длина обмотки, сопротивление и сила тока в цепи.

**Потенциометр** (делитель напряжения) — это устройство с переменным сопротивлением для регулирования напряжения в цепи (рис. 2.23). По конструкции прибор похож на реостат. Однако между ними имеется одна существенная разница. Состоит она в том, что реостат подключен в цепь с помощью двух клемм, а потенциометр — с помощью трех: нижних клемм 2 и 3 с обмотки и клеммы 1, где заканчивается металлический стержень. Напряжение  $U$  (от источника) подается к клеммам 2 и 3, а далее в цепь снимается с клемм 1 и 3 регулируемое напряжение, величина которого меньше  $U$  и зависит от положения движка.

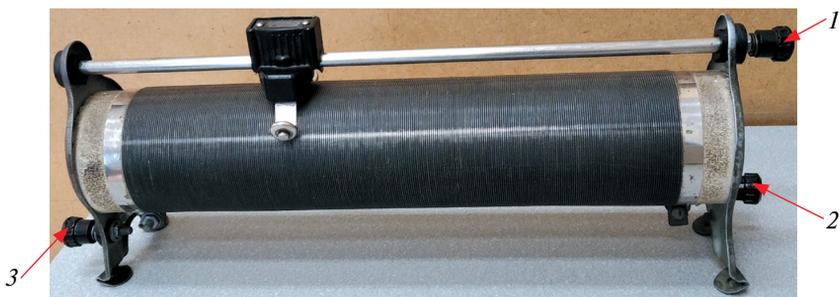


Рис. 2.23

Конструктивно разница между потенциометром и реостатом показана на рис. 2.24.

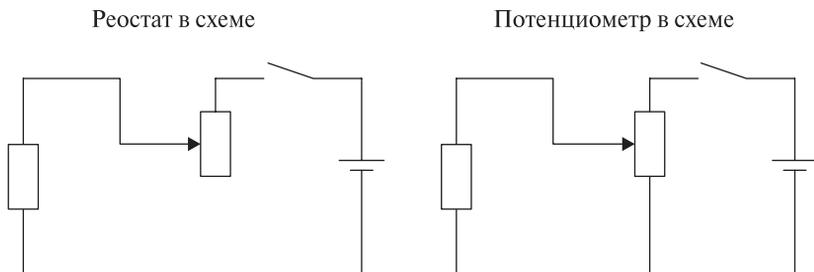


Рис. 2.24

**Осциллограф** – прибор, предназначенный для изучения быстропротекающих процессов в электрических цепях (рис. 2.25). С помощью осциллографа можно наблюдать за формой сигнала. Во многих случаях именно форма сигнала позволяет определить, что именно происходит в цепи.

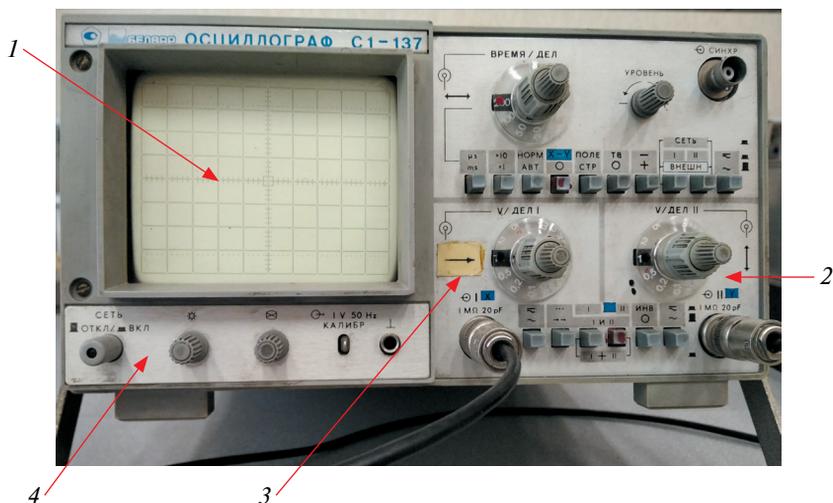


Рис. 2.25

Осциллограф с дисплеем на базе электронно-лучевой трубки состоит из следующих основных частей:

1 – осциллографическая электронно-лучевая трубка (ЭЛТ);

2 – блок горизонтальной развертки (канал I). Генерирует периодический или однократный сигнал пилообразной формы (линейно нарастающий и быстро спадающий), который подается на пластины горизонтального отклонения ЭЛТ;

3 – входной усилитель исследуемого сигнала, выход которого подключен к пластинам вертикального отклонения ЭЛТ (канал II);

4 – блок управления яркости.

Также содержатся вспомогательные блоки: калибратор длительности, калибратор амплитуды.

В цифровых осциллографах чаще всего используются ЖК-дисплеи. Подключение осциллографа изображено на рис. 2.26.

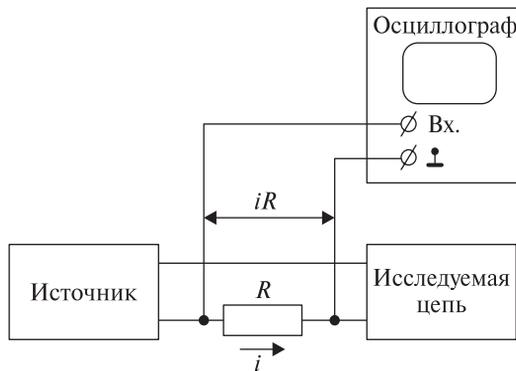
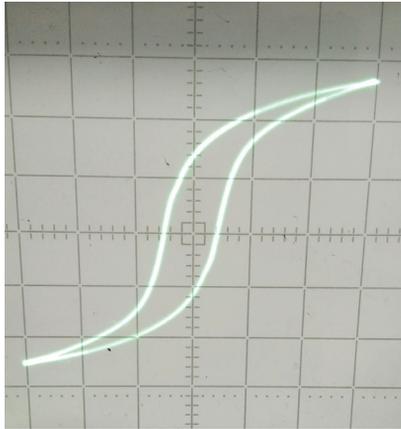


Рис. 2.26

На экране осциллографа можно получить графическое изображение зависимостей двух видов: временных  $y = f(t)$  и функциональных  $y = f(x)$ .

Для того чтобы на экране осциллографа можно было увидеть в каком-либо физическом процессе, как некоторая физическая величина  $y$  изменяется в зависимости от поведения другой величины  $x$ , необходимо на горизонтально отклоняющий канал подать напряжение  $U_x$ , пропорциональное величине  $x$ , а на вертикально отклоняющий канал одновременно подать напряжение  $U_y$ , пропорциональное величине  $y$ . Тогда электронный луч на экране начертит кривую, соответствующую зависимости  $y = f(x)$  (рис. 2.27).

Экран осциллографа разбит на клетки (см. рис. 2.25). Эти клетки называются делениями и используются при измерениях: к ним привязываются все масштабы по вертикали и горизонтали. Масштаб по вертикали – вольт на деление (В/дел или V/дел), масштаб по горизонтали – секунды



*Рис. 2.27*

(милли- и микросекунды) на деление. Обычно осциллограф имеет 6–10 делений по горизонтали и 4–8 делений по вертикали. Центральные вертикальная и горизонтальная линии имеют дополнительные риски, разбивающие деление на 5 или 10 частей. Риски служат для более точных измерений, они являются долями деления.

### 3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ

**Измерением** называется нахождение значения физической величины с помощью различных технических средств.

При прямых измерениях значение искомой величины находится из отсчета по прибору, например, измерение диаметра проволоки штангенциркулем, измерение времени по секундомеру.

При косвенных измерениях значение искомой величины находится по формуле, в которую входят данные прямых измерений, например, определение плотности вещества по формуле  $\rho = m/V$ , где значения массы  $m$  и объема  $V$  тела устанавливаются по результатам прямых измерений с помощью весов и мензурки.

Результат любого измерения является не точным, а приближенным значением искомой физической величины, т. е. полученный результат содержит погрешность. Источников погрешностей много: несовершенство приборов, наших органов чувств, влияние внешних факторов, приближенный характер метода, округление при отсчетах и вычислениях и т. д.

При выполнении лабораторных работ для результатов следует учитывать полную абсолютную погрешность ( $\Delta x$  прямого измерения,  $\Delta u$  косвенного измерения) и полную относительную погрешность ( $\varepsilon_x$  прямого измерения,  $\varepsilon_y$  косвенного измерения).

В учебной лабораторной работе учитывают систематические поправки, случайные погрешности, приборные погрешности, погрешности округления. Поэтому полная абсолютная  $\Delta x$  и относительная  $\varepsilon_x$  погрешности прямого измерения включают соответственно:

- $\Delta x_{сл}$  и  $\varepsilon_{x_{сл}}$  — случайную погрешность;
- $\Delta x_{пр}$  и  $\varepsilon_{x_{пр}}$  — приборную (инструментальную) погрешность;
- $\Delta x_0$  и  $\varepsilon_{x_0}$  — погрешность округления при снятии отсчета с прибора (рис. 3.1).

Аналогично вводятся погрешности для косвенного измерения.

При выполнении прямого измерения единичное измерение недопустимо! Это означает, что прямое измерение в одних и тех же условиях выполняется  $n$  раз. В итоге получают совокупность приближенных значений физической величины ( $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ ). За окончательный результат прямого измерения принимают наиболее вероятное значение измеряемой величины  $\langle x \rangle$ , которое определяется как среднее арифметическое повторных измерений, т. е.  $\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ .

В учебных лабораториях доверительную вероятность  $P$  принято считать равной 0,95 (т. е. 95 %). Это означает, что при многократных измерениях физической величины в одних и тех же условиях в 95 случаях из 100 полученные данные попадут в доверительный интервал ( $\langle x \rangle \pm \Delta x$ ).



Рис. 3.1

В лабораторных работах после снятия первого (контрольного) результата часто нужно найти относительную предварительную погрешность прямых измерений, т. е.  $\varepsilon_{x_{\text{прелв}}} = \sqrt{\varepsilon_{x_{\text{пр}}}^2 + \varepsilon_{x_0}^2}$ .

Для расчета необходимо использовать вышеуказанные формулы, только в знаменатель будет поставлено не среднее значение измеряемой физической величины, а ее первое (контрольное) значение.

Таблица 3.1

**Предельная абсолютная приборная погрешность  $\delta$**

Приборы и меры	Значение меры	Предельная погрешность $\delta$
Линейки металлические	150, 300, 500 мм	0,1 мм
	1000 мм	0,2 мм
Линейки деревянные	200, 250, 300 мм	0,1 мм
	400, 500, 750, 1000 мм	0,5 мм
Линейки пластмассовые	200, 250, 300 мм	1 мм
Гири для технических анализов обычной точности	10, 20, 50, 100 мг	1 мг
	200 мг	2 мг
	500 мг	4 мг
	1 г	6 мг
	2 г	8 мг
	5 г	12 мг
Мензурки 2-го класса	100, 200 см <sup>3</sup>	5 см <sup>3</sup>
Штангенциркули с ценой деления 0,1 мм	0–155 мм	0,1 мм
Штангенциркули с ценой деления 0,05 мм	0–200, 0–250, 0–350 мм	0,05 мм
Микрометры с ценой деления 0,01 мм	0–25, 25–50, 50–75 мм	4 мкм
Индикаторы часового типа с ценой деления 0,01 мм	0–2 мм	12 мкм
	0–5 мм	16 мкм
	0–10 мм	20 мкм
Весы лабораторные	5–100, 10–200 г	Три цены деления шкалы

Окончание табл. 3.1

Приборы и меры	Значение меры	Предельная погрешность $\delta$
Секундомеры технические	30–60 мин	1,5 цены деления шкалы за один оборот секундной стрелки
Секундомеры электрические	30 мин	0,5 цены деления шкалы за один оборот секундной стрелки
Термометры стеклянные жидкостные	–20...+100 °С –35...+100 °С	Одна цена деления шкалы, если она равна 1, 2, 5 Кельвин, и две цены деления, если она равна 0,2; 0,5 Кельвин

Таблица 3.2

Коэффициенты Стьюдента при  $P = 0,95$ 

$n$	$t_{n, P}$
2	12,7
3	4,30
4	3,18
5	2,78
6	2,57
7	2,45
8	2,36
9	2,31
10	2,26

Если в таблице отсутствует значение  $\delta$ , то ее рассчитываем, используя цену деления:  $\delta = 1/2$  цены деления – для шкальных приборов;  $\delta = 1$  цене деления – для цифровых приборов.

После вычисления случайной абсолютной  $\Delta x_{\text{сл}}$  и относительной  $\varepsilon_{x_{\text{сл}}}$  погрешностей полную абсолютную и относительную погрешности прямого измерения необходимо определить как  $\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{пр}}^2 + \Delta x_0^2 + \Delta x_{\text{сл}}^2}$  и  $\varepsilon_x = \sqrt{\varepsilon_{x_{\text{пр}}}^2 + \varepsilon_{x_0}^2 + \varepsilon_{x_{\text{сл}}}^2}$ .

За окончательный результат косвенного измерения принимают значение измеряемой величины  $\langle y \rangle$ , которое определяется по расчетной

формуле при подстановке всех средних значений прямых измерений, т. е.  $\langle y \rangle = f(\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \dots, \langle x_k \rangle)$ .

Абсолютная полная погрешность косвенного измерения вычисляется по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}.$$

Относительная полная погрешность косвенного измерения вычисляется по формуле

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{\langle y \rangle} 100 \%.$$

### 3.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРАВИЛА ПРИ РАСЧЕТАХ В ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТАХ

К точным числам относятся:

- 1) числовые коэффициенты:  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ ,  $V = \frac{\pi D^2}{4} H$ ;
- 2) показатели степеней;
- 3) коэффициенты, отражающие дольность и кратность единиц измерения:  $1 \text{ с} = \frac{1}{60} \text{ мин}$ ;
- 4) показатель преломления вакуума (точно)  $n = 1$ ;
- 5)  $\log_{\alpha} \alpha = 1$ .

Погрешность точных чисел равна нулю.

Для расчетов применяются разные кратные и дольные приставки к единицам измерения (табл. 3.3 и 3.4).

Таблица 3.3

Кратные приставки к единицам измерения в СИ

Приставка	Обозначение	Множитель	Пример
Тера	Т	$10^{12}$	1 ТДж = $1 \cdot 10^{12}$ Дж
Гига	Г	$10^9$	1 ГОм = $1 \cdot 10^9$ Ом
Мега	М	$10^6$	1 МОм = $1 \cdot 10^6$ Ом
Кило	к	$10^3$	1 км = $1 \cdot 10^3$ м
Гекто	г	$10^2$	1 гВт = $1 \cdot 10^2$ Вт

Дольные приставки к единицам измерения в СИ

Приставка	Обозначение	Множитель	Пример
Деци	д	$10^{-1}$	1 дм = $1 \cdot 10^{-1}$ м
Сантиметры	с	$10^{-2}$	1 см = $1 \cdot 10^{-2}$ м
Милли	м	$10^{-3}$	1 мм = $1 \cdot 10^{-3}$ м
Микро	мк	$10^{-6}$	1 мкм = $1 \cdot 10^{-6}$ м
Нано	н	$10^{-9}$	1 нм = $1 \cdot 10^{-9}$ м

К приближенным числам относятся:

- 1) результаты измерений;
- 2) округленные значения точных чисел;
- 3) табличные значения математических, физических, химических величин:  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ ;  $\pi = 3,14$ ;  $\sqrt{2} = 1,41$ ;
- 4) иррациональные числа.

Все приближенные числа имеют отличную от нуля погрешность.

Значащие цифры (в точных и приближенных числах) — это все цифры и нули числа (не расположенные в его начале).

Например: 3,1416 — 5 значащих цифр;  $5,094 \cdot 10^5$  — 4 значащие цифры ( $10^5$  не относится к значащим цифрам);  $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$  — 3 значащие цифры; 0,0172 — 3 значащие цифры.

Необоснованное дописывание нулей в конце приближенного числа приводит к увеличению значащих цифр в нем, т. е. к увеличению его точности. Потеря нулей в конце приближенного числа приводит к уменьшению его точности. В отличие от приближенных чисел, для точных чисел дописывание или потеря нулей в конце числа возможны без ограничения.

Например:  $l = 10,2 \text{ м} \rightarrow 1,02 \cdot 10^3 \text{ см} \rightarrow 1,02 \cdot 10^4 \text{ мм}$ ;  $l = 900 \text{ мм} \rightarrow 90,0 \text{ дм} \rightarrow 0,900 \text{ м}$ .

Данные  $l = 90 \text{ см}$  нельзя записать как  $l = 0,9 \text{ м}$ , так как будет полностью утеряна информация о сотых долях метра, правильная запись —  $l = 0,90 \text{ м}$ .

Нормальная форма записи числа: первая значащая в разряде единиц; остальные сохраняются; число записывается с множителем  $10^{\pm n}$ , где  $n$  — целое число. Например,  $1,72 \cdot 10^{-2}$  или  $1,980 \cdot 10^3$ .

В нормальной (стандартной) форме записаны числа в справочных таблицах:

- гравитационная постоянная  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ ;

- нормальное атмосферное давление  $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5$  Па;
- универсальная газовая постоянная  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ .

В точных числах все цифры верные. В приближенных числах количество верных определяется абсолютной погрешностью числа. Например,  $140\boxed{6} \pm \boxed{2}$ ;  $51\boxed{2,9} \pm \boxed{1,2}$ ;  $(8\boxed{2,4} \pm 0, \boxed{8}) \cdot 10^3$ .

Цифра является сомнительной, если ее разряд совпадает с разрядом абсолютной погрешности.

Все цифры, стоящие после сомнительной, — **неверные**, отбрасываются с использованием правил округления и правила запасной цифры.

*Правильно*

$$407 \pm 2$$

$$210,3 \pm 1,2$$

*Неправильно*

$$40\boxed{6},59 \pm \boxed{2}$$

$$21\boxed{0,3}24 \pm \boxed{1,2}$$

В числовых данных справочных таблиц записывают всегда некоторое определенное количество значащих цифр. В этом случае за абсолютную полную погрешность  $\Delta x$  данных справочных таблиц принимают величину, которая не превышает половины единицы неуказанного разряда. Например, плотность ртути  $\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. При такой записи значения плотности ртути абсолютной погрешности  $\Delta \rho = \pm 0,0\boxed{5} \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, тогда  $\varepsilon_\rho = \frac{\Delta \rho_{Hg}}{\rho_{Hg}} 100\% = 0,36\% \approx 0,4\%$ .

Общие математические правила округления распространяются на точные и приближенные числа, например:  $7,192 \rightarrow 7,19 \rightarrow 7,2$ ;  $1681 \rightarrow 1,7 \cdot 10^3$ ,  $0,80214 \rightarrow 0,80$ .

Приведем основные правила округления погрешностей и результатов измерений.

При  $P = 0,95$  абсолютные и относительные погрешности округляют до одной значащей (сомнительной) цифры. Например,  $\Delta I = 0,48 \cdot 10^{-3} \text{ А} \approx 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ А}$ ,  $\Delta R = 1,36 \text{ Ом} \approx 1,4 \text{ Ом}$ .

Исключение: если погрешность содержит первую цифру «1», то сохраняется вторая значащая цифра. Например,  $\Delta R = 1,36 \text{ Ом} \approx 1,4 \text{ Ом}$  или  $\varepsilon_R = 1,1\%$ .

Число значащих цифр в результате измерения однозначно определяется абсолютной полной погрешностью.

Правильно округленная абсолютная погрешность позволяет правильно округлить и записать результат измерения, содержащий верные и одну (две) сомнительные значащие цифры.

Например:

$$t = (18,9 \pm 0,4) \text{ с}; \quad \varepsilon_t = 2 \%; \quad P = 0,95;$$

$$I = (82,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-3} \text{ А}; \quad \varepsilon_I = 0,6 \%; \quad P = 0,95;$$

$$R = (124,5 \pm 1,4) \text{ Ом}; \quad \varepsilon_R = 1,1 \%; \quad P = 0,95.$$

Результат как прямых, так и косвенных измерений записывается в интервальной форме вида  $x = (\langle x \rangle \pm \Delta x)$ ,  $\varepsilon_x \%$ ,  $P = 0,95$  или  $y = (\langle y \rangle \pm \Delta y)$ ,  $\varepsilon_y \%$ ,  $P = 0,95$ .

*Правильно*

$$m = (40,12 \pm 0,05) \text{ г};$$

$$\varepsilon_m = 0,12 \%; P = 0,95$$

*Неправильно*

$$m = 40,12 \text{ г}$$

При записи погрешности ограничиваются одной значащей цифрой.

*Правильно*

$$t = (42,4 \pm 0,2) \text{ с};$$

$$\varepsilon_t = 0,5 \%; P = 0,95$$

*Неправильно*

$$t = (42,4 \pm 0,218) \text{ с}$$

Если в погрешности первая значащая цифра единица, то после нее сохраняется еще одна, а в результате – две сомнительные цифры.

*Правильно*

$$h = (21,45 \pm 0,12) \text{ мм};$$

$$\varepsilon_h = 0,6 \%; P = 0,95$$

*Неправильно*

$$h = (21,45 \pm 0,1) \text{ мм};$$

$$\varepsilon_h = 0,56 \%$$

Последняя цифра результата и последняя цифра его абсолютной погрешности должны принадлежать к одному и тому же десятичному разряду.

*Правильно*

$$l = (124,0 \pm 0,6) \text{ см};$$

$$\varepsilon_l = 0,5 \%; P = 0,95$$

*Неправильно*

$$l = (124 \pm 0,6) \text{ см};$$

$$\varepsilon_l = 0,48 \%; P = 0,95$$

$$v = (12,3 \pm 0,4) \text{ м/с};$$

$$\varepsilon_v = 3 \%; P = 0,95$$

$$v = (12,285 \pm 0,4) \text{ м/с};$$

$$\varepsilon_v = 3,25 \%; P = 0,95$$

Если в ответе содержится множитель вида  $10^n$ , то показатель степени  $n$  и в результате, и в его абсолютной погрешности должен быть одинаковым.

*Правильно*

$$R = (1,24 \pm 0,03) \cdot 10^5 \text{ Ом};$$

$$\varepsilon_R = 2 \%; P = 0,95$$

*Неправильно*

$$R = (1,24 \cdot 10^5 \pm 3 \cdot 10^3) \text{ Ом};$$

$$\varepsilon_R = 2,4 \%; P = 0,95$$

Измеренная величина и ее абсолютная погрешность выражается в одних единицах измерений.

*Правильно*

$$I = (0,240 \pm 0,005) \text{ А};$$

$$\varepsilon_I = 2 \%; P = 0,95$$

*Неправильно*

$$I = 0,240 \text{ А} \pm 5 \text{ мА};$$

$$\varepsilon_I = 2,08 \%; P = 0,95$$

$$I = (240 \pm 5) \text{ мА};$$

$$\varepsilon_I = 2 \%; P = 0,95$$

При обработке результатов измерений приходится выполнять различные математические действия. Приближенный характер исходных данных ограничивает точность получаемого результата.

**Сложение и вычитание.** При сложении и вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в числе с наименьшим количеством:

$$\begin{array}{r} 12, \boxed{1} \\ + 4,34 \\ \hline 0,402 \\ \hline 16,842 \approx 16, \boxed{8}. \end{array}$$

**Умножение и деление.** При умножении и делении приближенных чисел в результате сохранять столько значащих цифр, сколько их в числе с наименьшим количеством:

$$\frac{25 \boxed{0}}{100} = 2,5 \boxed{0};$$

$$\frac{0,82 \cdot 1,4382}{0,4281} \approx 2, \boxed{8}.$$

**Извлечение корня.** При извлечении корня степени из приближенного числа в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении:

$$\sqrt{5,20 \boxed{8}} \approx 2,282.$$

**Возведение в степень приближенного числа.** В результате сохраняют столько значащих цифр, сколько верных значащих в возводимом в степень числе:

$$0, \boxed{68}^2 \approx 0, \boxed{46};$$

$$1, \boxed{23}^2 \approx 1, \boxed{51};$$

$$1, \boxed{4}^3 \approx 2, \boxed{7}.$$

**Правило запасной цифры.** В промежуточных результатах, которые будут использоваться в последующих расчетах, для уменьшения в дальнейшем влияния ошибок округления следует сохранять на одну значащую цифру больше, чем это положено в окончательном ответе.

**Нахождение тригонометрической функции.** В результате сохраняют две значащие цифры, если угол задан с точностью до градуса, и четыре значащих, если угол задан до минут:

$$\sin 23^\circ = 0,39; \cos 44^\circ = 0,72; \operatorname{tg} 30^\circ = 0,58; \operatorname{ctg} 15^\circ = 3,7; \sin 36^\circ 24' = 0,5934;$$

$$\operatorname{tg} 17^\circ 30' = 0,3153; \cos 57^\circ 12' = 0,5417.$$

### 3.2. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДАМИ СРЕДНЕГО КВАДРАТИЧНОГО И ПОДСЧЕТА ЦИФР

Проволока длиной  $l$  и диаметром поперечного сечения  $D$  из исследуемого металла с удельным сопротивлением  $\rho$  используется в качестве резистора на участке цепи постоянного тока. На основании показаний двух приборов – амперметра и вольтметра – можно определить ток  $I$  в резисторе (проволоке) и напряжение  $U$  на его концах.

С учетом этого для расчета удельного сопротивления металла можно записать выражение

$$\rho = \frac{U\pi D^2}{I4l},$$

т. е.  $\rho = f(\pi, U, D, I, l)$ .

Величина удельного сопротивления  $\rho$  является косвенным измерением,  $\pi$  – число справочных таблиц, величины  $U, D, I, l$  – прямые измерения, которые выполнены непосредственно с помощью приборов (вольтметра, микрометра, амперметра, линейки).

На первом этапе для каждой из этих величин по результатам нескольких повторных экспериментов определяем средние значения  $\langle U \rangle, \langle D \rangle, \langle I \rangle, \langle l \rangle$ .

Затем определяем по методу среднего квадратичного полные (или предварительные) абсолютные ( $\Delta U, \Delta D, \Delta I, \Delta l$ ) и относительные ( $\varepsilon_U, \varepsilon_D, \varepsilon_I, \varepsilon_l$ ) погрешности.

Абсолютная  $\Delta\pi$  и относительная  $\varepsilon_\pi$  погрешности числа  $\pi$  рассчитываются по правилу расчета погрешностей справочных величин.

На втором этапе можно рассчитать сразу наиболее вероятное значение удельного сопротивления  $\langle \rho \rangle$  и полную относительную погрешность  $\varepsilon_\rho$  величины как косвенного измерения.

Окончательным результатом измерения является значение удельного сопротивления  $\langle \rho \rangle$ , которое определяется по расчетной формуле при под-

становке всех средних значений прямых измерений, т. е.  $\langle \rho \rangle = \frac{\langle U \rangle \pi \langle D \rangle^2}{\langle I \rangle 4 \langle l \rangle}$ .

Сразу можно рассчитать полную относительную погрешность

$$\varepsilon_\rho = \frac{1}{\langle \rho \rangle} \sqrt{\left( \frac{\partial \rho}{\partial \pi} \Delta \pi \right)^2 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial U} \Delta U \right)^2 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial I} \Delta I \right)^2 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial l} \Delta l \right)^2 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial D} \Delta D \right)^2} \cdot 100 \%$$

Преобразуем данное выражение. Для этого возьмем частные производные, сократим одинаковые величины, если какое-то слагаемое на порядок меньше других, им пренебрегаем и получим

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\rho} &= \frac{\Delta\rho}{\langle\rho\rangle} \cdot 100 \% = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta\pi}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{\langle U\rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{\langle I\rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{\langle I\rangle}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{\langle D\rangle}\right)^2} \cdot 100 \% = \\ &= \sqrt{\varepsilon_{\pi}^2 + \varepsilon_U^2 + \varepsilon_I^2 + \varepsilon_I^2 + 4\varepsilon_D^2} \cdot 100 \%.\end{aligned}$$

Зная полную относительную погрешность  $\varepsilon_{\rho}$  и среднее значение  $\langle\rho\rangle$ , можно найти полную абсолютную погрешность косвенного измерения

$$\Delta\rho = \frac{\varepsilon_{\rho}}{100 \%} \langle\rho\rangle.$$

Окончательный результат измерений записывают в интервальной форме:  $\rho = (\langle\rho\rangle \pm \Delta\rho)$ ;  $\varepsilon_{\rho} \%$ ;  $P = 0,95$ . Например:  $\rho = (1,10 \pm 0,04) \cdot 10^{-6}$  Ом·м;  $\varepsilon_{\rho} = 4 \%$ ;  $P = 0,95$ .

Расчет погрешности методом подсчета цифр осуществляют следующим образом:

1) рассчитывают искомую величину по необходимой формуле с учетом правил математических действий над приближенными величинами;

2) погрешность как таковую не рассчитывают, а оценивают так, что абсолютная погрешность равна двум или трем единицам последнего разряда.

Например,  $\rho = (1,1 \pm \boxed{0,3}) \cdot 10^{-6}$  Ом·м или  $\rho = (1,1 \pm \boxed{0,2}) \cdot 10^{-6}$  Ом·м;  $D = (48 \pm \boxed{2})$  мм или  $D = (48 \pm \boxed{3})$  мм.

### 3.3. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Метод наименьших квадратов применим лишь в том случае, если экспериментальную зависимость можно выразить в виде  $y = ax + b$ . Причем входящие в данное уравнение искомые величины (параметры  $a$  и  $b$ ) являются результатами косвенного измерения.

Метод наименьших квадратов позволяет рассчитать наилучшие значения параметров  $a$  и  $b$ , а также случайные абсолютные ( $\Delta a_{\text{сл}}$  и  $\Delta b_{\text{сл}}$ ) и относительные ( $\varepsilon_a$  и  $\varepsilon_b$ ) погрешности косвенного измерения искомым величин.

Метод наименьших квадратов в изложенной форме применяют, если результаты прямых измерений величин  $y_i$  и  $x_i$  являются независимыми, причем погрешности измерений  $\Delta y_i$  значительно (более чем на порядок) превосходят погрешности измерений величин  $\Delta x_i$  (т. е. этими погрешностями можно пренебречь).

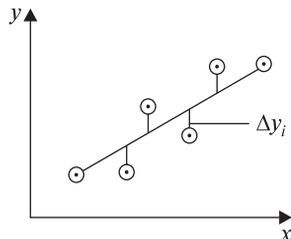


Рис. 3.2

Математическое правило построения графика заключается в подборе таких значений параметров  $a$  и  $b$  в линейной зависимости вида  $y = ax + b$ , чтобы сумма квадратов отклонений  $\Delta y_i$  (рис. 3.2) всех экспериментальных точек от линии графика была наименьшей, т. е. чтобы величина  $S = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$  имела минимум. Здесь  $x_i$  и  $y_i$  – значения величин  $x$  и  $y$  в  $i$ -м измерении,  $n$  – количество измерений. Величина  $S$  будет минимальной, если ее частные производные по параметрам  $a$  и  $b$  будут равны нулю:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^n 2(y_i - (ax_i + b))x_i = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^n 2(y_i - (ax_i + b)) = 0.$$

Отсюда наилучшие значения параметров

$$a = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \quad (3.1)$$

$$b = \langle y \rangle - a \langle x \rangle = \frac{\langle y \rangle \langle x \rangle^2 - \langle x \rangle \langle yx \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2},$$

где средние значения  $\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ,  $\langle xy \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i$ ,  $\langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ ,  
 $\langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$ .

Введем обозначения

$$S_x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \text{ и } S_y^2 = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2. \quad (3.2)$$

Абсолютные случайные погрешности  $\Delta a_{\text{сл}}$  и  $\Delta b_{\text{сл}}$  определяются по формулам

$$\Delta a = t_{n-2, p} \sqrt{\frac{1}{n-2} \left( \frac{S_y^2}{S_x^2} - a^2 \right)}; \quad (3.3)$$

$$\Delta b = \Delta a \sqrt{S_x^2 + \langle x \rangle^2},$$

где  $t_{n-2, p}$  – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности  $P$  и  $(n-2)$  измерений. В лабораторном физическом практикуме  $P = 0,95$  (см. табл. 3.2).

Используя формулы (3.1)–(3.3), можно рассчитать наилучшие значения параметров  $a$  и  $b$  и только случайные абсолютные погрешности  $\Delta a_{\text{сл}}$  и  $\Delta b_{\text{сл}}$ . Относительные погрешности параметров получают по формулам

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100 \%, \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_b = \frac{\Delta b}{b} \cdot 100 \%.$$

Использование формул (3.1)–(3.4) полностью оправдано, если в ходе измерений преобладают случайные погрешности, что чаще всего бывает на практике. Свидетельством этой ситуации является заметный разброс значений  $y_i$ ,  $x_i$  на графике, т. е. экспериментальные точки не ложатся точно на прямую, представляющую линейную зависимость.

Отметим, что систематическая приборная погрешность  $\Delta y_{\text{пр}}$  измерения величин  $y_i$  не влияет на определение параметра  $a$ , так как  $\Delta a_{\text{пр}} = 0$ , но является аддитивной добавкой к погрешности параметра  $b$ , т. е.  $\Delta b_{\text{пр}} = \Delta y_{\text{пр}}$ .

Значительно упрощает работу расчет погрешности методом наименьших квадратов (конкретно значений параметров  $a$  и  $b$ ) с использованием компьютерных программ, например, Excel.

Рассмотрим пример обработки экспериментальных данных, которые связаны зависимостью вида  $I = \frac{U}{R}$  (т. е. вида  $y = ax$ ), где значения силы тока – это  $y_i$ , а значения напряжения –  $x_i$ . В качестве параметра  $a$  в данном случае будет выступать электрическая проводимость  $\frac{1}{R}$ .

1. Записываем таблицу экспериментальных данных в Excel. В меню «Вставка» выбираем точечный тип диаграммы:

№	$y_i = I, A$	$x_i = U, B$
1	0,00	0,0
2	0,20	20,0
3	0,40	40,5
4	0,61	60,0
5	0,80	80,3
6	1,00	100,0
7	1,20	122,0
8	1,41	145,0
9	1,60	164,7
10	1,79	180,0
11	1,90	189,0

2. Получаем:

№	$y_i = I, A$	$x_i = U, B$
1	0,00	0,0
2	0,20	20,0
3	0,40	40,5
4	0,61	60,0
5	0,80	80,3
6	1,00	100,0
7	1,20	122,0
8	1,41	145,0
9	1,60	164,7
10	1,79	180,0
11	1,90	189,0

3. Нажимаем правую кнопку мыши в контекстном меню, выбираем строку «Данные», выделяем необходимый диапазон значений в таблице:

№	$y_i = I, A$	$x_i = U, B$
1	0,00	0,0
2	0,20	20,0
3	0,40	40,5
4	0,61	60,0
5	0,80	80,3
6	1,00	100,0
7	1,20	122,0
8	1,41	145,0
9	1,60	164,7
10	1,79	180,0
11	1,90	189,0

4. Нажимаем «Изменить» и получаем:

№	$y_i = I, A$	$x_i = U, B$
1	0,00	0,0
2	0,20	20,0
3	0,40	40,5
4	0,61	60,0
5	0,80	80,3
6	1,00	100,0
7	1,20	122,0
8	1,41	145,0
9	1,60	164,7
10	1,79	180,0
11	1,90	189,0

5. Вводим название ряда и сначала выделяем все  $x_i$  и вставляем в соответствующее окно, затем аналогично с  $y_i$ . Перед внесением данных ячейки должны быть пустыми. Нажимаем «ОК»:

The screenshot shows the Excel interface with a data table in columns A-C and rows 1-12. A dialog box titled "Изменение ряда" (Change Series) is open, showing the series name "зависимость силы тока от напряжения" and the data source ranges for X and Y values.

№	$y_i = I, A$	$x_i = U, B$
1	0,00	0,0
2	0,20	20,0
3	0,40	40,5
4	0,61	60,0
5	0,80	80,3
6	1,00	100,0
7	1,20	122,0
8	1,41	145,0
9	1,60	164,7
10	1,79	180,0
11	1,90	189,0

Dialog box "Изменение ряда" details:

- Имя ряда: зависимость силы тока от напряя = зависимость си...
- Значения X: =Лист1!\$C\$2:\$C\$12 = 0,0; 20,0; 40,...
- Значения Y: =Лист1!\$B\$2:\$B\$12 = 0,00; 0,20; 0,...

6. Получаем:

The screenshot shows the same data table as in the previous image, but now with a scatter plot chart titled "зависимость силы тока от напряжения" (dependence of current on voltage) inserted. The chart displays the data points from the table.

№	$y_i = I, A$	$x_i = U, B$
1	0,00	0,0
2	0,20	20,0
3	0,40	40,5
4	0,61	60,0
5	0,80	80,3
6	1,00	100,0
7	1,20	122,0
8	1,41	145,0
9	1,60	164,7
10	1,79	180,0
11	1,90	189,0

The chart shows a scatter plot with blue diamond markers. The X-axis represents voltage (U) from 0,0 to 200,0, and the Y-axis represents current (I) from 0,00 to 2,00. The data points show a positive correlation between voltage and current.

7. Подпишем оси. Выделяем в верхнем меню «Макет», затем «Название осей»:

The screenshot shows the Excel interface with the 'Макет' ribbon active. The 'Название осей' button is highlighted, and a tooltip is visible. The chart area shows a scatter plot with a linear trendline. The chart title is 'зависимость силы тока от напряжения'. The legend shows a single entry: 'зависимость силы тока от напряжения'.

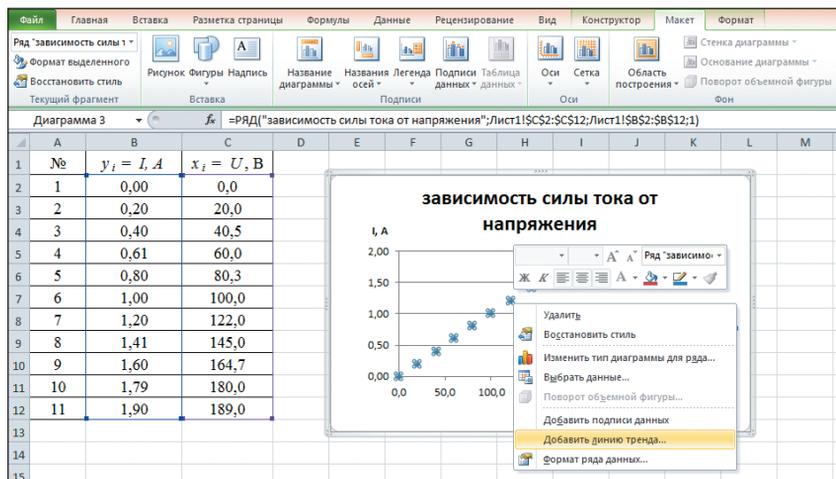
№	$y_i = I, A$	$x_i = U, B$
1	0,00	0,0
2	0,20	20,0
3	0,40	40,5
4	0,61	60,0
5	0,80	80,3
6	1,00	100,0
7	1,20	122,0
8	1,41	145,0
9	1,60	164,7
10	1,79	180,0
11	1,90	189,0

8. Поочередно подписываем горизонтальную и вертикальную оси:

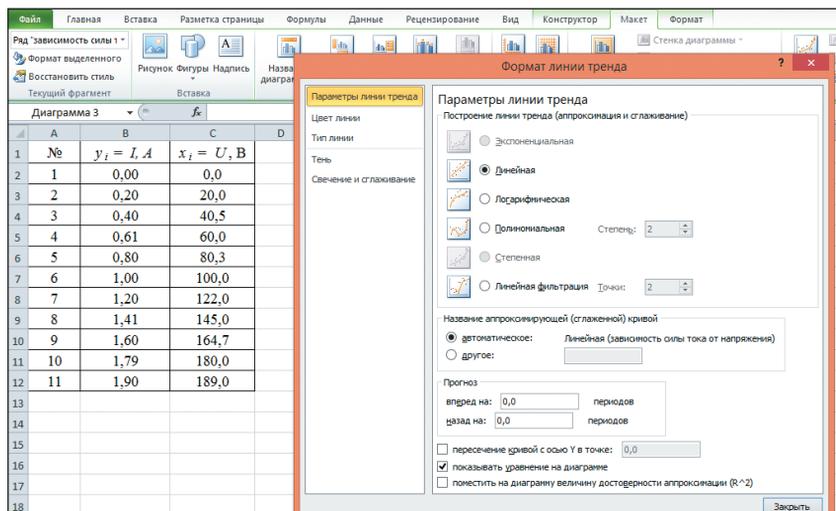
The screenshot shows the Excel interface with the chart updated. The vertical axis is labeled 'I, A' and the horizontal axis is labeled 'U, B'. The chart title is 'зависимость силы тока от напряжения'. The legend shows a single entry: 'зависимость силы тока от напряжения'.

№	$y_i = I, A$	$x_i = U, B$
1	0,00	0,0
2	0,20	20,0
3	0,40	40,5
4	0,61	60,0
5	0,80	80,3
6	1,00	100,0
7	1,20	122,0
8	1,41	145,0
9	1,60	164,7
10	1,79	180,0
11	1,90	189,0

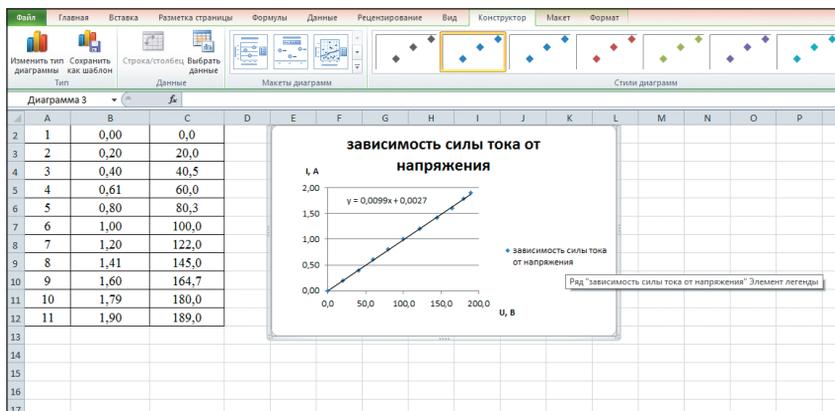
9. Мы получили линейный график. Добавим линию тренда и функцию, его описывающую. Для этого левой кнопкой мыши выделяем все точки на графике и нажимаем правую кнопку мыши:



10. Нажимаем «Добавить линию тренда» и в последующем меню ставим галочки в пунктах «Линейная» и «Показать уравнение на диаграмме». Получаем:



## 11. Окончательный вид:



Обратите внимание, что перед  $x$  находится либо искомая величина в явном виде, либо данная величина с множителями (зависит от формулы).

В нашем случае  $I = \frac{1}{R}U = GU$ , значение  $G = 0,0099 \text{ Ом}^{-1} = 0,0099 \text{ См}$  (Сименс) – проводимость. Причем значение проводимости получено с учетом всех экспериментальных данных. Кроме того, это же значение «0,0099 См» – параметр  $a$  в формуле  $a = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ , а значение

«0,0027» – значение  $b$  в формуле  $b = \langle y \rangle - a \langle x \rangle = \frac{\langle y \rangle \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \langle yx \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ .

Однако в конкретном примере параметр  $b$  мы не учитываем, так как функция заведомо должна проходить через начало координат.

## 3.4. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТОВ

В отчетах (протоколах) о лабораторных работах указывают:

- 1) номер и название работы и отдельных ее упражнений;
- 2) цель работы;
- 3) схематический рисунок установки, схемы, чертежи с обозначениями отдельных элементов и приборов, пояснения этих обозначений. Для электроизмерительных приборов указывают название, систему, класс точности, предельное значение измеряемой величины, цену деления шкалы;

4) расчетные формулы (для искомых величин и погрешностей) с пояснениями обозначений;

5) рассчитанную предварительную оценку погрешности измерения;

6) таблицы с данными, полученными в эксперименте. В таблицах записывают обозначение и единицу измерения каждой физической величины. В случае отсутствия каких-либо данных ставят прочерк (но не нуль!). Если числовые значения какой-то физической величины имеют общий множитель, например вида  $10^{\pm n}$ , то в таблицу удобно записывать не саму величину, а уменьшенную или увеличенную в  $10^n$  раз. Например, вместо давления  $p = 1,2 \cdot 10^5$  Па в таблицу заносят величину, в  $10^5$  раз меньшую:  $p \cdot 10^{-5} = 1,2$  Па. В обозначении соответствующего столбца таблицы в этом случае указывают новую величину ( $p \cdot 10^{-5}$ , Па), а в самом столбце записывают только значащие числа (1,2) без многократного повторения множителя (табл. 3.5). Показания измерительных приборов часто удобно сначала записывать в делениях шкалы, а в соседнем столбце – в единицах измеряемой величины.

Таблица 3.5

**Плотность веществ (при 20 °С)**

Вещество	$\rho \cdot 10^{-3}$ , кг/м <sup>3</sup>
Алюминий	2,7
Вольфрам	19,3
Древесина (сухая)	0,5–0,8
Железо	7,9
Медь	8,9
Свинец	11,3

7) расчет искомой величины по средним значениям параметров, входящих в расчетную формулу;

8) расчет погрешностей;

9) графики;

10) окончательный результат измерений;

11) выводы и замечания.

## 4. ПРИМЕРЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ НА РЕАЛЬНОЙ УСТАНОВКЕ

### З а д а н и е 1. Изучение процессов зарядки и разрядки конденсатора.

Для исследования процессов установления (исчезновения) тока в цепи, обладающей емкостью, предлагается использовать следующие элементы: конденсатор, набор сопротивлений (резисторов), источник напряжения, вольтметр, секундомер. Принципиальная схема электрической цепи представлена на рис. 4.1. В качестве сопротивления  $R$  в цепь включаются резисторы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  поочередно. Измерения напряжения на конденсаторе при зарядке и разрядке осуществляются в автоматическом режиме. Результаты измерений напряжения на конденсаторе при его зарядке и разрядке представлены в табл. 4.1.

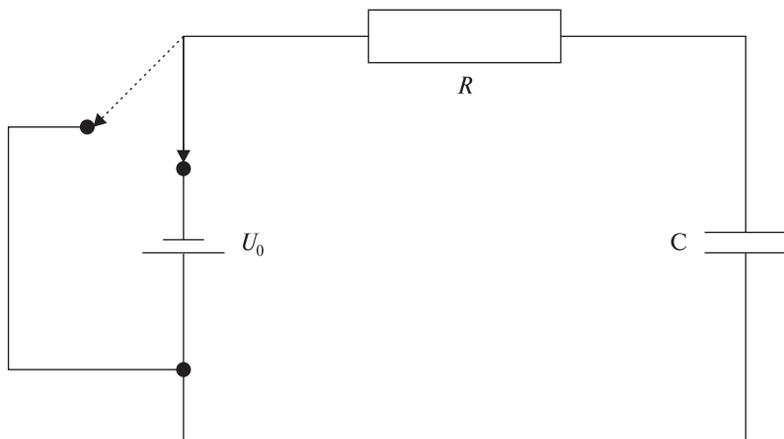


Рис. 4.1

Таблица 4.1

**Результаты измерений напряжения на конденсаторе через определенные интервалы времени в процессе его зарядки и разрядки при сопротивлении резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$**

$t$ , с	$R_1$	$R_2$	$R_3$
	$U_{c_1}$ , В	$U_{c_2}$ , В	$U_{c_3}$ , В
Зарядка конденсатора			
0	0,000	0,000	0,000
10	1,471	0,795	0,418
20	2,581	1,521	0,836
30	3,330	2,118	1,213
40	3,838	2,608	1,555
50	4,186	3,013	1,863
60	4,424	3,346	2,144
70	4,588	3,621	2,398
80	4,701	3,849	2,630
90	4,780	4,038	2,838
100	4,834	4,192	3,028
110	4,873	4,321	3,202
120	4,900	4,429	3,359
130	4,918	4,517	3,502
140	4,931	4,591	3,631
150	4,942	4,652	3,748
160	4,948	4,704	3,856
Разрядка конденсатора			
170	3,368	3,877	3,497
180	2,302	3,203	3,175
190	1,577	2,648	2,885
200	1,083	2,191	2,620
210	0,746	1,813	2,382
220	0,515	1,502	2,166
230	0,356	1,245	1,970
240	0,247	1,032	1,791
250	0,172	0,857	1,627
260	0,119	0,710	1,482
270	0,085	0,589	1,349
280	0,058	0,490	1,227
290	0,042	0,408	1,117
300	0,030	0,339	1,015
310	0,021	0,282	0,925
320	0,015	0,239	0,849

По данным табл. 4.1 построим зависимость напряжения от времени зарядки и разрядки конденсатора  $C_1 = 470 \text{ мкФ}$  для трех различных сопротивлений (рис. 4.2). Из полученных графиков видно, что величина активного сопротивления влияет на скорость зарядки (разрядки) конденсатора. На графике процессов в цепи, содержащей  $R_1$ , наблюдается горизонтальное плато в конце зарядки конденсатора, в отличие от графиков для двух других активных нагрузок  $R_2$  и  $R_3$ , т. е. конденсатор успевает полностью зарядиться, если в цепь включен резистор  $R_1$ . Можно предположить, что сопротивление  $R_1$  является наименьшим из имеющихся (в дальнейшем это предположение будет доказано). Можно также утверждать, что при наличии в цепи  $R_2$  или  $R_3$  конденсатор полностью не заряжается за время 160 с. Максимальные значения напряжения для различных нагрузок:

$$U_{0_{R_1}} = 4,948 \text{ Ом}, U_{0_{R_2}} = 4,704 \text{ Ом}, U_{0_{R_3}} = 3,856 \text{ Ом}.$$

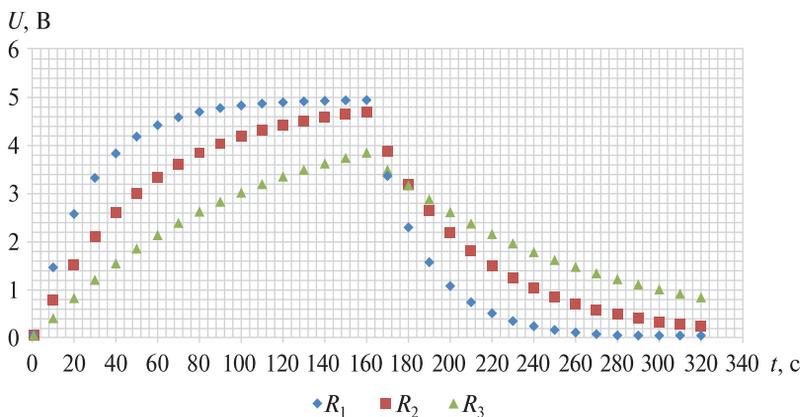


Рис. 4.2

Проанализируем поэтапно процессы зарядки и разрядки конденсатора и рассчитаем некоторые параметры элементов цепи (время релаксации и значение сопротивления активной нагрузки).

### Способ I

*Зарядка конденсатора.* Зарядка конденсатора в реальной цепи происходит в соответствии с уравнением  $u_C = U_0(1 - e^{-t/\tau})$ , где  $u_C$  – значение напряжения на обкладках конденсатора в момент времени  $t$ ;  $U_0$  – максимально возможное значение напряжения на обкладках конденсатора при зарядке (оно определяется параметрами подключаемого источника напряжения);  $\tau$  – время релаксации в данной цепи.

Проведем некоторые преобразования:

$$u_C = U_0 - U_0 e^{-t/\tau},$$

$$U_0 e^{-t/\tau} = U_0 - u_C,$$

$$e^{-t/\tau} = \frac{U_0 - u_C}{U_0},$$

$$e^{t/\tau} = \frac{U_0}{U_0 - u_C}.$$

Прологарифмируем полученное выражение для линеаризации функции (т. е. чтобы привести ее к виду  $y = ax$ ):

$$\frac{t}{\tau} = \ln \frac{U_0}{U_0 - u_C} \quad \text{или} \quad \ln \frac{U_0}{U_0 - u_C} = \frac{1}{\tau} t.$$

В функции  $y = ax$   $y = \ln \frac{U_0}{U_0 - u_C}$ ;  $a = \frac{1}{\tau}$ ;  $x = t$ .

С учетом этих преобразований составим табл. 4.2 данных и построим графики (рис. 4.3).

Таблица 4.2

Результаты расчетов логарифма  $\ln \frac{U_0}{U_0 - u_C}$  в указанные моменты времени при зарядке конденсатора для сопротивлений резисторов  $R_1, R_2, R_3$

$t, c$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
0	0,000	0,000	0,000
10	0,353	0,185	0,114
20	0,737	0,390	0,243
30	1,118	0,598	0,376
40	1,495	0,808	0,514
50	1,871	1,022	0,657
60	2,245	1,241	0,808
70	2,621	1,467	0,967
80	2,997	1,702	1,139
90	3,383	1,951	1,322

$t, c$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
100	3,771	2,213	1,526
110	4,189	2,501	1,758
120	4,636	2,829	2,026
130	5,106	3,210	2,355
140	5,674	3,703	2,788
150	6,715	4,449	3,465

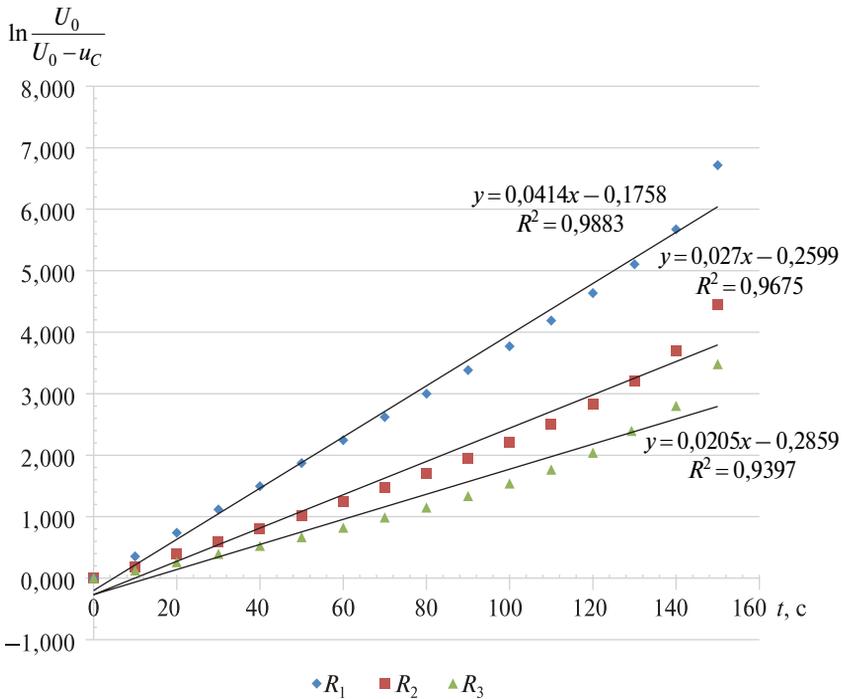


Рис. 4.3

Полученные графики имеют различные коэффициенты достоверности аппроксимации  $R^2$  ( $R^2 \in [0, 1]$ ) — параметра, который отражает соответствие значений линии тренда фактическим данным. Для нагрузок  $R_2$  и  $R_3$  данный коэффициент указывает на отклонение

экспериментальных графиков от прямой. Исходя из этого, для исследования выберем такой диапазон экспериментальных данных, в котором коэффициенты аппроксимации достоверности очень близки к 1, и изобразим его графически (рис. 4.4). При линейризации графиков получим значения коэффициентов в уравнении линии тренда  $y = ax + b$ , а из них — время релаксации для каждой цепи:

$$R_1: a = \frac{1}{\tau} = 0,0377, \tau = \frac{1}{0,0377} \text{ с} \approx 26,5 \text{ с};$$

$$R_2: a = \frac{1}{\tau} = 0,0220, \tau = \frac{1}{0,0220} \text{ с} \approx 45,5 \text{ с};$$

$$R_3: a = \frac{1}{\tau} = 0,0151, \tau = \frac{1}{0,0151} \text{ с} \approx 66,2 \text{ с}.$$

Зная время релаксации и значение емкости конденсатора  $C_1 = 470 \text{ мкФ}$ , из выражения  $\tau = RC$  получим значение активных сопротивлений

$$R_1 = \frac{26,5 \text{ с}}{470 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} \approx 56,4 \text{ кОм};$$

$$R_2 = \frac{45,5 \text{ с}}{470 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} \approx 96,8 \text{ кОм};$$

$$R_3 = \frac{66,2 \text{ с}}{470 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} \approx 141 \text{ кОм}.$$

Следует отметить, что линейность логарифмических графиков (см. рис. 4.4) подтверждает экспоненциальную зависимость напряжения на конденсаторе от времени при его зарядке.

*Разрядка конденсатора.* Разрядка конденсатора в реальной цепи происходит в соответствии с уравнением  $u_C = U_0 e^{-t/\tau}$ , где  $u_C$  — значение напряжения на обкладках конденсатора в момент времени  $t$ ;  $U_0$  — максимальное значение напряжения на обкладках конденсатора при зарядке;  $\tau$  — время релаксации в данной цепи, значит:

$$e^{-t/\tau} = \frac{u_C}{U_0};$$

$$e^{t/\tau} = \frac{U_0}{u_C}.$$

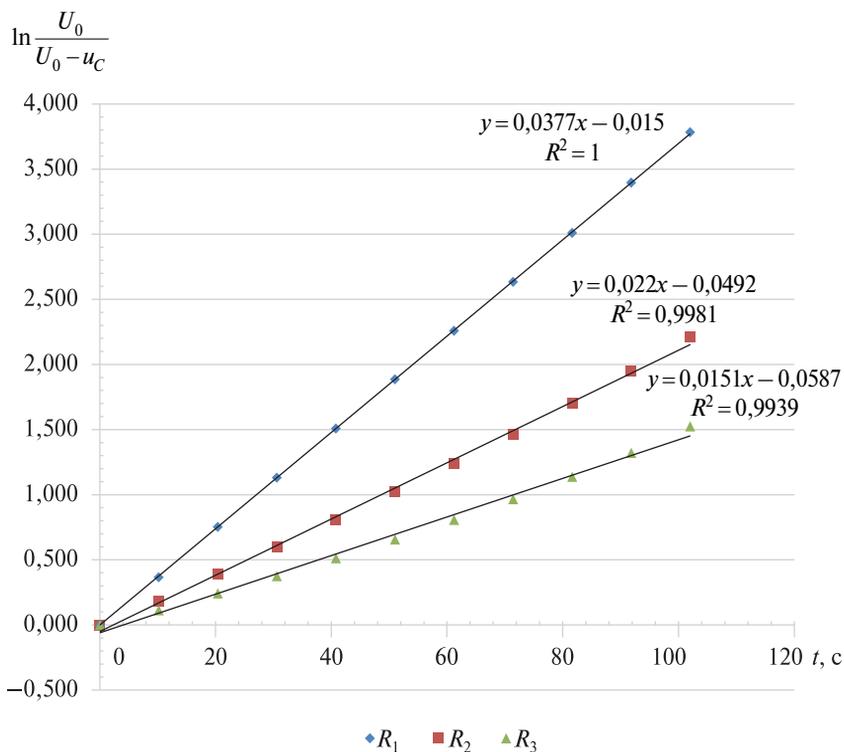


Рис 4.4

Прологарифмируем полученное выражение:

$$\frac{t}{\tau} = \ln \frac{U_0}{u_C} \quad \text{или} \quad \ln \frac{U_0}{u_C} = \frac{1}{\tau} t.$$

В функции  $y = ax$   $y = \ln \frac{U_0}{u_C}$ ;  $a = \frac{1}{\tau}$ ;  $x = t$ .

С учетом данных выражений составим таблицу данных (табл. 4.3) и построим логарифмические графики (рис. 4.5).

В отличие от графиков зарядки этого же конденсатора полученные графики разрядки имеют коэффициенты достоверности аппроксимации  $R^2$ , близкие или равные к 1, следовательно, отклонение от линейности минимально. Покажем это, построив логарифмическую зависимость.

Таблица 4.3

Результаты расчетов логарифма  $\ln \frac{U_0}{u_C}$  в указанные моменты времени при разрядке конденсатора для сопротивлений резисторов  $R_1, R_2, R_3$

$t, c$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
0	0,000	0,000	0,000
10	0,385	0,194	0,101
20	0,765	0,385	0,198
30	1,143	0,575	0,293
40	1,519	0,765	0,390
50	1,892	0,954	0,485
60	2,263	1,142	0,580
70	2,632	1,330	0,675
80	2,997	1,518	0,770
90	3,359	1,703	0,866
100	3,728	1,892	0,960
110	4,064	2,078	1,054
120	4,446	2,262	1,148
130	4,769	2,446	1,242
140	5,106	2,631	1,338
150	5,462	2,815	1,431

Из линеаризации графиков зависимости отношения максимального напряжения к напряжению на конденсаторе от времени разрядки для различных сопротивлений (см. рис. 4.5) получим следующие коэффициенты, а из них – время релаксации для каждой цепи:

$$R_1: a = \frac{1}{\tau} = 0,0364, \tau = \frac{1}{0,0364} \text{ c} \approx 27,5 \text{ c};$$

$$R_2: a = \frac{1}{\tau} = 0,0188, \tau = \frac{1}{0,0188} \text{ c} \approx 53,2 \text{ c};$$

$$R_3: a = \frac{1}{\tau} = 0,0095, \tau = \frac{1}{0,0095} \text{ c} \approx 105 \text{ c}.$$

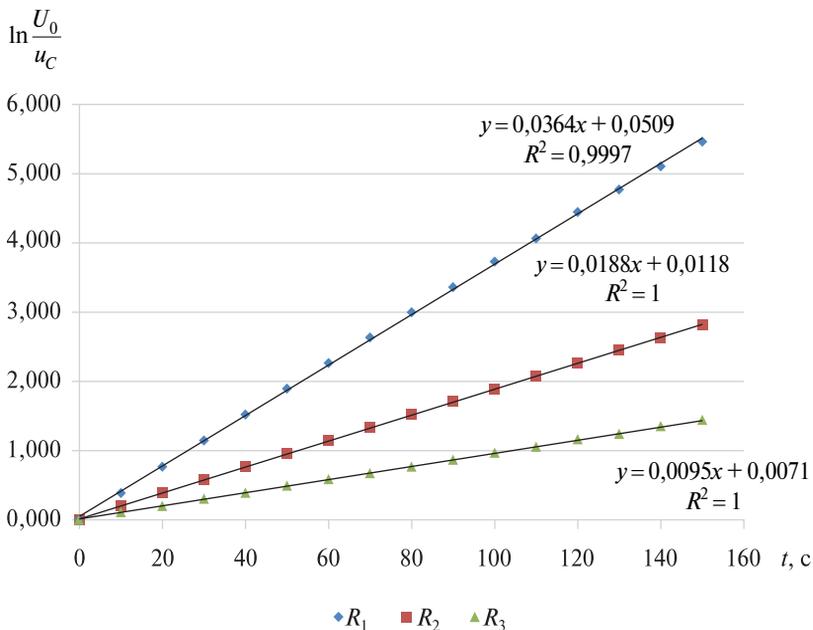


Рис. 4.5

Зная время релаксации и значение электроемкости конденсатора  $C_1 = 470 \text{ мкФ}$ , из выражения  $\tau = RC$  получим значение активных сопротивлений

$$R_1 = \frac{27,5 \text{ с}}{470 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} \approx 58,5 \text{ кОм};$$

$$R_2 = \frac{53,2 \text{ с}}{470 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} \approx 113 \text{ кОм};$$

$$R_3 = \frac{105 \text{ с}}{470 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} \approx 223 \text{ кОм}.$$

### Способ II

Рассчитаем время релаксации при зарядке и разрядке конденсатора при сопротивлении активной нагрузки  $R_1$  в цепи вторым способом.

За промежуток времени  $t = \tau$  сила тока в цепи уменьшается в  $e \approx 2,72$  раза, а напряжение на конденсаторе за это же время возрастает от нуля до  $U_C(\tau) = 0,63 U_0$  (В).

Найдем напряжение на конденсаторе в случае активного сопротивления  $R_1$  в цепи спустя промежуток времени  $t = \tau$ :

$$U_C(\tau) = 4,948 \cdot 0,63 = 3,12 \text{ В.}$$

Из рис. 4.6 находим время релаксации при зарядке, которому соответствует полученное значение напряжения,  $\tau_1 = 27 \text{ с}$ .

При разрядке конденсатора  $U_C(\tau) = \frac{4,948}{e} = 1,82 \text{ В}$ .

Из рис. 4.6 найдем время релаксации при разрядке, которому соответствует полученное значение напряжения,  $\tau_1 = 184 - 160 = 26 \text{ с}$ .

Сравнивая два способа нахождения времени релаксации в случае нахождения в цепи активного сопротивления  $R_1$ , можно увидеть сходство результатов.

Также можно проанализировать рассчитанные данные активных сопротивлений и времен релаксации при зарядке и разрядке конденсатора (табл. 4.4). Так как  $\tau = RC$ , то, построив линейный график зависимости  $\tau$  от  $R$  (см. рис. 4.6), можно получить значение емкости конденсатора  $C = 471 \text{ мкФ}$ .

Таблица 4.4

**Значения активных сопротивлений и времен релаксации при зарядке и разрядке конденсатора**

$R$	Зарядка		Разрядка	
	$\tau, \text{ с}$	$R \cdot 10^{-3}, \text{ Ом}$	$\tau, \text{ с}$	$R \cdot 10^{-3}, \text{ Ом}$
1	26,5	56,4	27,5	58,5
2	45,5	96,8	53,2	113
3	66,2	141	105	223

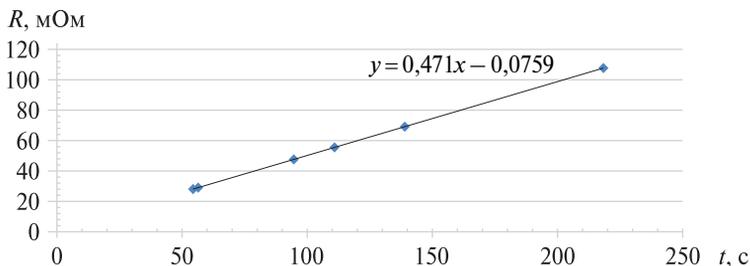


Рис. 4.6

Экспериментальное значение емкости конденсатора  $C = 471 \text{ мкФ}$  хорошо согласуется с теоретическим.

### З а д а н и е 2. Изучение колебательных процессов, протекающих в реальном колебательном контуре ( $R-L-C$ ).

С помощью колебательного контура ( $R-L-C$ ), состоящего из последовательно соединенных элементов, при включении различных активных сопротивлений изучить свободные затухающие колебания на основе данных амплитудных значений напряжений в цепи с активной нагрузкой (табл. 4.5),  $C_2 = 1,22$  мкФ,  $L = 0,40$  Гн. Определить параметры реального контура при различных включенных сопротивлениях  $R$ .

Таблица 4.5

**Результаты измерений и расчетов  
при исследовании свободных затухающих колебаний в контуре**

Номер измерения	$R_1$			$R_2$			$R_3$		
	$t$ , мс	$U_0$ , мВ	$\ln \left  \frac{U_0}{u_0} \right $	$t$ , мс	$U_0$ , мВ	$\ln \left  \frac{U_0}{u_0} \right $	$t$ , мс	$U_0$ , мВ	$\ln \left  \frac{U_0}{u_0} \right $
1	0,1	1976	0,00	0,10	1976	0,00	0,1	1976	0,00
2	2,5	1672	0,17	2,50	1482	0,29	2,4	1292	0,42
3	5,0	1349	0,38	5,00	1064	0,62	4,9	798	0,91
4	7,5	1102	0,58	7,40	779	0,93	7,3	513	1,35
5	9,9	893	0,79	9,90	570	1,24	9,7	304	1,87
6	12,3	741	0,98	12,20	437	1,51	12,1	209	2,25
7	14,7	589	1,21	14,60	304	1,87	14,4	133	2,70
8	17,0	494	1,39	17,00	228	2,16	—	—	—
9	19,5	418	1,55	19,20	152	2,56	—	—	—
10	21,8	361	1,70	21,50	114	2,85	—	—	—

Проверим справедливость уравнения, описывающего свободные затухающие колебания для амплитудных значений  $u_0 = U_0 e^{-\beta t}$ , где  $u_0$  — амплитудное значение напряжения на обкладках конденсатора в момент времени  $t$ ;  $U_0$  — максимальное значение напряжения на обкладках конденсатора;  $\beta$  — коэффициент затухания в данной цепи, рассчитанный на основе экспериментальных данных, приведенных в табл. 4.5. Заметим, что при всех активных нагрузках конденсатор заряжали до одинакового напряжения  $U_{0R_1} = U_{0R_2} = U_{0R_3} = 1976$  В.

Проведем преобразования с целью линеаризации и построим графики логарифмической зависимости отношения амплитудного напряжения к напряжению на конденсаторе от времени для различных сопротивлений (рис. 4.7):

$$u_0 = U_0 e^{-\beta t}, \quad e^{-\beta t} = \frac{u_0}{U_0}, \quad e^{\beta t} = \frac{U_0}{u_0}.$$

Прологарифмируем полученное выражение:

$$-\beta t = \ln \frac{u_0}{U_0} \quad \text{или} \quad \ln \frac{U_0}{u_0} = \beta t.$$

В функции  $y = ax$   $y = \ln \frac{U_0}{u_0}$ ;  $a = \beta$ ;  $x = t$ .

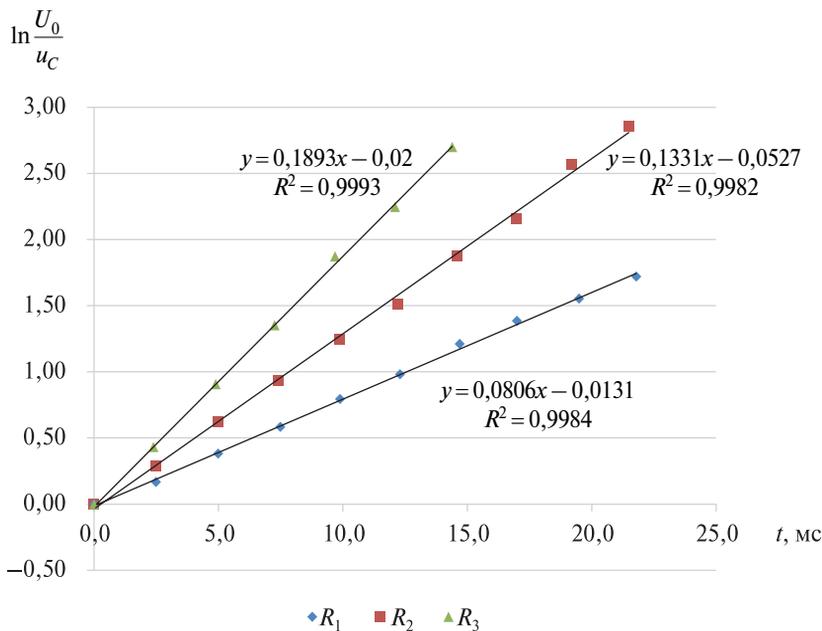


Рис. 4.7

На основании графиков значения коэффициентов затухания

$$\beta_4 = 81 \text{ с}^{-1}, \quad \beta_5 = 133 \text{ с}^{-1}, \quad \beta_6 = 189 \text{ с}^{-1}.$$

Значения активных сопротивлений получим из формулы  $\beta = \frac{R}{2L}$ , тогда  $R = 2\beta L$ . Следовательно,

$$\begin{aligned} R_4 &= 2 \cdot 81 \text{ с}^{-1} \cdot 0,4 \text{ Гн} = 64 \text{ Ом}; \\ R_5 &= 2 \cdot 133 \text{ с}^{-1} \cdot 0,4 \text{ Гн} = 106 \text{ Ом}; \\ R_6 &= 2 \cdot 189 \text{ с}^{-1} \cdot 0,4 \text{ Гн} = 151 \text{ Ом}; \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,40 \text{ Гн} \cdot 1,22 \text{ мкФ}}} = 1,43 \cdot 10^3 \text{ Гц}. \end{aligned}$$

Значение периода затухающих колебаний (в данном случае под периодом подразумевается промежуток времени между двумя ближайшими моментами времени, когда напряжение на конденсаторе максимально и знаки зарядов на обкладках те же) рассчитаем по формуле  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$ :

$$\begin{aligned} T_4 &= \frac{2\pi}{\sqrt{(1,43 \cdot 10^3)^2 - 81^2}} = 0,0044 \text{ с}; \\ T_5 &= \frac{2\pi}{\sqrt{(1,43 \cdot 10^3)^2 - 133^2}} = 0,00441 \text{ с}; \\ T_6 &= \frac{2\pi}{\sqrt{(1,43 \cdot 10^3)^2 - 189^2}} = 0,00443 \text{ с}. \end{aligned}$$

Время релаксации при затухающих колебаниях  $\tau = \frac{1}{\beta}$ :

$$\begin{aligned} \tau_4 &= \frac{1}{\beta_3} = \frac{1}{81} = 0,012 \text{ с}; \\ \tau_5 &= \frac{1}{\beta_2} = \frac{1}{133} = 0,00752 \text{ с}; \\ \tau_6 &= \frac{1}{\beta_1} = \frac{1}{189} = 0,00529 \text{ с}. \end{aligned}$$

Число колебаний за время релаксации  $N_\tau = \frac{\tau}{T}$ :

$$N_{\tau_4} = \frac{\tau_4}{T_4} = \frac{0,012}{0,0044} = 2,8;$$

$$N_{\tau_5} = \frac{\tau_5}{T_5} = \frac{0,00752}{0,00441} = 1,71;$$

$$N_{\tau_6} = \frac{\tau_6}{T_6} = \frac{0,00529}{0,00443} = 1,19.$$

Добротность контура  $D = \pi N_{\tau}$ :

$$D_4 = \pi N_{\tau_3} = \pi \cdot 2,80 = 8,8;$$

$$D_5 = \pi N_{\tau_2} = \pi \cdot 1,71 = 5,37;$$

$$D_6 = \pi N_{\tau_1} = \pi \cdot 1,19 = 3,74.$$

Критическое сопротивление  $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 1,1 \cdot 10^3$  Ом.

Анализ графиков зарядки-разрядки конденсатора позволяет сделать вывод, что в конденсаторе при некоторых активных сопротивлениях процесс зарядки происходит не полностью. Это в последствии сказалось на различиях в результатах обработки данных. В частности, при одних и тех же нагрузках время релаксации, рассчитанное исходя из данных для процессов зарядки и разрядки, оказалось различным.

Анализ используемых расчетов привел к тому, что ближе всего к истинному значению времени релаксации находится значение, полученное из данных о разрядке конденсатора. Согласно методу расчетов, при разрядке время релаксации менее всего зависит от наблюдаемого значения максимально возможного напряжения на обкладках конденсатора, которое соответствует полной его зарядке.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

*Калашников, С. Г.* Электричество / С. Г. Калашников. — 6-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2003. — 624 с.

*Кембровский, Г. С.* Физический практикум / Г. С. Кембровский. — Минск : Университет, 1986. — 352 с.

*Матвеев, А. Н.* Электричество и магнетизм / А. Н. Матвеев. — М. : Физматлит, 2003. — 462 с.

*Матвеев, А. Н.* Электричество и магнетизм : учеб. пособие / А. Н. Матвеев. — СПб. : Лань, 2010. — 464 с.

*Рошин, В. А.* Схемы включения счетчиков электрической энергии. Практическое пособие / В. А. Рошин. — М. : НЦ ЭНАС, 2005. — 64 с.

*Савельев, И. В.* Курс общей физики : в 3 т. / И. В. Савельев. — 15-е изд., стер. — М. : Лань, 2019. — Т. 2. — 500 с.

*Сивухин, Д. В.* Общий курс физики : в 3 т. / Д. В. Сивухин. — М. : Физматлит, 2009. — Т. 3. Электричество. — 656 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО КУРСУ «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ» .....	5
1.1. Принцип работы осциллографа .....	5
1.2. Постоянный ток.....	10
1.3. Элементы классической и зонной теорий проводимости полупроводников.....	15
1.3.1. Классическая теория проводимости полупроводников.....	16
1.3.2. Зонная теория проводимости полупроводников.....	21
1.4. Магнитное поле.....	29
1.5. Магнетики .....	30
1.6. Электромагнитная индукция.....	33
1.7. Переменный ток.....	34
1.8. Электромагнитные колебания.....	37
2. ПРИБОРЫ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА .....	44
3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ. РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ .....	68
3.1. Математические правила при расчетах в лабораторных работах.....	72
3.2. Расчет погрешности методами среднего квадратичного и подсчета цифр .....	77
3.3. Расчет погрешности методом наименьших квадратов .....	78
3.4. Оформление отчетов.....	86
4. ПРИМЕРЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ НА РЕАЛЬНОЙ УСТАНОВКЕ.....	88
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	102

Учебное издание

**Медведь** Ирина Николаевна  
**Кембровская** Наталья Геннадьевна  
**Чертко** Наталья Викторовна и др.

**ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ.  
РУКОВОДСТВО  
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**Пособие**

Редактор *О. В. Лысковец*  
Художник обложки *Т. Ю. Таран*  
Технический редактор *В. П. Явуз*  
Компьютерная верстка *Е. В. Севрук*

Подписано в печать 19.11.2021. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.  
Цифровая печать. Усл. печ. л. 6,04. Уч.-изд. л. 6,15. Тираж 95 экз. Заказ 347.

Белорусский государственный университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/270 от 03.04.2014.  
Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.

Республиканское унитарное предприятие  
«Издательский центр Белорусского государственного университета».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 2/63 от 19.03.2014.  
Ул. Красноармейская, 6, 220030, Минск.