

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

 **О.Г. Прохоренко**

«20» декабря 2022 г.

Регистрационный № УД – 11417/уч.

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям)

Направления специальности:

**1-31 03 08-01 Математика и информационные технологии (веб-
программирование и интернет-технологии)**

**1-31 03 08-02 Математика и информационные технологии (математическое и
программное обеспечение мобильных устройств)**

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 08-2021, типового учебного плана № G 31-1-012/пр-тип. от 31.03.2021 и учебных планов: №G31-1-011/уч., утвержденного 25.05.2021, № G 31-1-003/уч.ин. от 31.05.2021, № G 31-1-017/уч. от 25.05.2021, № G 31-1-001/уч.ин. от 31.05.2021, № G 31-1-004 /уч. з. от 31.05.2021, № G 31-1-003/уч. з. от 31.05.2021, № G 31-1-220/уч. от 22.03.2022, № G 31-1-225/уч. ин. от 27.05.2022, № G 31-1-218/уч. з. от 27.05.2022, № G 31-1-221/уч. от 22.03.2022, № G 31-1-235/уч. ин. от 27.05.2022, № G 31-1-219/уч. з. от 27.05.2022.

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.В. Бровка, заведующий кафедрой теории функций Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор;

В.Г. Кротов, профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук;

Е.В. Громак, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук;

А.П. Карпова, старший преподаватель кафедры теории функций Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Л.А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики Международного государственного экологического института им. А.Д. Сахарова, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.В. Гриб, заведующий кафедрой математики и методики преподавания математики УО «Белорусского государственного педагогического университета им. М. Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций Белорусского государственного университета (протокол № 8 от 05.12.2022);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 15.12.2022).

Заведующий кафедрой теории функций

Н.В. Бровка

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Теория функций комплексной переменной» – основных понятий и методов современной математики, повышение уровня профессионально-математической компетентности студентов, формирование знаний о методах и прикладных возможностях одного из разделов комплексного анализа.

Образовательная цель: изложение основ комплексного анализа, путей и методов его использования в моделях классического и современного естествознания.

Развивающая цель: формирование у студентов умений использования методов комплексного анализа для самостоятельного построения и исследования математических моделей.

Задачи учебной дисциплины «Теория функций комплексной переменной»:

- освоение важнейших понятий теории функций комплексной переменной (предел, непрерывность, дифференцируемость);
- знакомство с понятием многозначных функций комплексной переменной и понятием аналитического продолжения;
- изучение основ теории интегрирования и освоение специальных приемов интегрирования функций комплексной переменной, в том числе различных аспектов теории вычетов;
- изучение основ геометрической теории функций комплексной переменной и отработка навыков построения специальных отображений элементарными функциями;
- разработка элементов теории рядов в комплексной области и характеристики особых точек однозначного характера.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Теория функций комплексной переменной» относится к дополнительным видам обучения компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина «Теория функций комплексной переменной» тесно связана с такими дисциплинами как «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики». В рамках дисциплины «Теория функций комплексной переменной» на случай комплексных переменных переносятся теория функциональных рядов и теория интегрирования, рассматриваемые при изучении дисциплины «Математический анализ». С другой стороны, аналитические методы, разрабатываемые на основе базовых понятий дисциплины «Теория функций комплексной переменной», используются при изучении учебной дисциплины «Уравнения математической физики». На базе теории функций комплексного переменного строятся примеры, иллюстрирующие основные элементы теории метрических, нормированных и

гильбертовых пространств (дисциплина «Функциональный анализ»). Свойства функций комплексного переменного используются при построении спектральной теории операторов и теории разрешимости некоторых классов интегральных уравнений (дисциплины «Функциональный анализ» и «Интегральные уравнения»).

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория функций комплексной переменной» должно обеспечить формирование следующей базовой профессиональной компетенции:

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия теории функций одной комплексной переменной;
- доказательства фактов и алгоритмы решения задач комплексного анализа;
- новейшие достижения в области теории функций комплексного переменного применительно к задачам естествознания;

уметь:

- использовать основные результаты комплексного анализа в математике;
- использовать теоретические основы теории функций комплексного переменного в практической деятельности;

владеть:

- методами теории аналитических функций;
- методами решения основных вычислительных задач теории функций комплексного переменного.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 семестре для очной формы получения высшего образования и в 6 семестре для заочной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория функций комплексной переменной» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 90 часов, в том числе 34 аудиторных часа, из них: лекции – 18 часов, практические занятия – 14 часов, управляемая самостоятельная работа (аудиторный контроль) – 2 часа.

Форма текущей аттестации – зачет.

- для заочной формы получения высшего образования – 90 часов, в том числе 8 аудиторных часа, из них: лекции – 6 часов, практические занятия – 2 часов.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение в комплексный анализ

Предмет теории функций комплексного переменного. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана, стереографическая проекция, сферическое расстояние.

Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.

Тема 2. Дифференцируемые функции комплексного переменного

Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции). Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

Конформные отображения. Однолиственность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности.

Тема 3. Элементарные аналитические функции

Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.

Линейная и дробно-линейная функции. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Автоморфизмы единичного круга. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления.

Функция Жуковского. Профили Жуковского.

Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).

Тригонометрические функции их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений).

Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений).

Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви).

Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случаи целого, рационального и иррационального действительного показателя).

Обратные тригонометрические и гиперболические функции (свойства, выделение однозначной ветви).

Тема 4. Интегрирование функций комплексного переменного

Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона-Лейбница.

Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Бесконечная

дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера.

Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем. Интегралы Пуассона и Шварца.

Тема 5. Последовательности и ряды аналитических функций

Функциональные последовательности и ряды. Виды сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге.

Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.

Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.

Тема 6. Ряд Лорана и особые точки однозначного характера

Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.

Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Полюс и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.

Тема 7. Теория вычетов и ее приложения. Аналитическое продолжение.

Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов. Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше, теорема Гурвица. Принцип сохранения области. Понятие аналитического продолжения. Целые и мероморфные функции.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП (аудиторный контроль)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4 семестр							
1	Введение в комплексный анализ	1	2					
2	Дифференцируемые функции комплексного переменного	2	2					
3	Элементарные аналитические функции	3	2					проверка индивидуальных дуальных заданий
4	Интегрирование функций комплексного переменного	2	2					проверка индивидуальных дуальных заданий
5	Последовательности и ряды аналитических функций	4	2					
6	Ряд Лорана и особые точки однозначного характера	4	2				2	коллоквиум
7	Теория вычетов и ее приложения.	2	2					
	Всего по дисциплине	18	14				2	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения образования

Номер раздела, те- мы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР (аудиторный контроль)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	6 семестр							
1	Введение в комплексный ана- лиз	1						
2	Дифференцируемые функции комплексного переменного	1						
3	Элементарные аналитические функции	1						проверка индиви- дуальных заданий
4	Интегрирование функций ком- плексного переменного		1					
5	Последовательности и ряды аналитических функций	1						
6	Ряд Лорана и особые точки од- нозначного характера	1						
7	Теория вычетов и ее приложе- ния. Аналитическое продолже- ние.	1	1					
	Всего по дисциплине	6	2					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

- 1 Ганичева, А. В. Основы теории функции комплексной переменной. Операционное исчисление: учебное пособие для вузов / А. В. Ганичева. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 148 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.
— URL: <https://e.lanbook.com/book/173082>.
- 2 Зверович, Э. И. Вещественный и комплексный анализ: учеб. пособие для студ. учреждений, обеспечивающих получение высш. образования по мат. специальностям: в 6 ч. Кн. 4: Ч. 6: Теория аналитических функций комплексного переменного / Э. И. Зверович. - Минск: Вышэйшая школа, 2008. — 320 с.
- 3 Коган, Е. А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление: учебное пособие / Е. А. Коган, Г. С. Жукова. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 180 с. — Текст: электронный.
— URL: <https://znanium.com/catalog/product/1058889>.
- 4 Кротов В.Г., Ровба Е.А., Старовойтов А.П., Сетько Е.А., Смотрицкий К.А. Теория функций комплексного переменного (учебное пособие) // Минск: Вышэйшая школа, 2019. — 431 с.
- 5 Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 448 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.
— URL: <https://e.lanbook.com/book/212138>.
- 6 Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной: учебное пособие / И. М. Петрушко, А. Г. Елисеев, В. И. Качалов, С. Ф. Кудин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 368 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.
— URL: <https://e.lanbook.com/book/210425>.

Перечень дополнительной литературы

- 7 Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: учеб. пособие для студ. вузов / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. — Изд. 4-е, перераб. — Москва: Физматлит, 2004. — 312с.
- 8 Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного: учеб. пособие для студ. ун-тов, обуч. по спец. "Математика", "Физика", "Механика" / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. — Изд. 5-е, испр. — Москва: Наука, 1987. — 688 с.
- 9 Сидоров, Ю. В. Лекции по теории функций комплексного переменного: учебник для студ. инженерно-физических и физико-технических спец. вузов / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин. — Изд. 3-е, испр.

- Москва: Наука, 1989. – 477с.
- 10 Шабат, Б. В. Введение в комплексный анализ: учебник для студ. мех-мат. спец. ун-тов: [в 2 ч.]. Ч. 1: Функции одного переменного / Б. В. Шабат. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – Москва: Наука, 1985. – 336 с.
 - 11 Евграфов М.А. Аналитические функции. М.: Наука, 1968 и др. издания.
 - 12 Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М.: Наука, 1974 и др. издания.
 - 13 Сборник задач по теории аналитических функций / Под ред. М.А. Евграфова. М., 1972.
 - 14 Гурвиц А., Курант Р. Теория функций. М.: Наука, 1968.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами используется следующий диагностический инструментарий:

- проверка индивидуальных заданий;
- коллоквиум.;

Формой текущей аттестации учебным планом предусмотрен зачет в 4 семестре для очной формы получения высшего образования и в 6 семестре для заочной формы получения высшего образования.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 6. Ряд Лорана и особые точки однозначного характера (2 ч)

Примерный перечень вопросов:

1. Ряд Лорана, область его сходимости.
2. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения.
3. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.
4. Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля.

5. Классификация изолированных особых точек однозначного характера.
6. Полус и существенно особая точка.
7. Случай бесконечно удаленной точки.
8. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.
(Форма контроля – коллоквиум).

Примерная тематика практических занятий

Занятие 1. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Топология комплексной плоскости. Предел, непрерывность.

Занятие 2. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитические функции.

Занятие 3. Понятие о конформных отображениях. Степенная функция с натуральным показателем, полиномы. Линейная и дробно-линейная функции.

Занятие 4. Функция Жуковского. Профили Жуковского. Интегрирование функций комплексного переменного. Интегральная теорема Коши.

Занятие 5. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.

Занятие 6. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.

Занятие 7. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие коммуникативной культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Теория функций комплексной переменной» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении индивидуальных заданий по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

Пример индивидуальных заданий:

Тема 3. Элементарные аналитические функции

Задание 1 (уровень узнавания).

Дайте определение аналитической функции.

Задание 2 (уровень воспроизведения).

Является ли функция $\omega = x - iy$ аналитической?

Задание 3 (уровень применения полученных знаний).

Выделить действительную и мнимую части функции $\omega = f(z)$ и проверить для нее выполнение условий Коши-Римана:

а) $\omega = e^z$; б) $\omega = \sqrt{z}$; в) $\omega = \bar{z} \cdot \operatorname{Im} z$.

Задание 4 (уровень применения полученных знаний).

Найти аналитическую функцию $\omega = U(x, y) + iV(x, y)$ по заданной действительной части $U = x^2 - y^2 - 5x + y$ при условии, что $f(0) = 0$.

Задание 5 (уровень применения полученных знаний).

Найти аналитическую функцию $\omega = U(x, y) + iV(x, y)$ по заданной мнимой части $V = 3x + 2xy$.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость.
2. Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.

3. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции).

4. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

5. Понятие о конформных отображениях. Однолиственность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности.

6. Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.

7. Линейная и дробно-линейная функции.

8. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Автоморфизмы единичного круга.

9. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении.

10. Функция Жуковского. Профили Жуковского.

11. Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).

12. Тригонометрические функции их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений).

13. Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений).

14. Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви).

15. Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случаи целого, рационального и иррационального действительного показателя).

16. Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона-Лейбница.

17. Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши.

18. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера.

19. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем.

20. Функциональные последовательности и ряды. Виды сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге.

21. Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.

22. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.

23. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.

24. Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера.

28. Полюс и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки.

29. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.

30. Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов.

31. Логарифмический вычет, принцип аргумента. Принцип сохранения области. Целые и мероморфные функции.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1.Функциональный анализ	кафедра функционального анализа и аналитической геометрии	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 8 от 05.12.2022)
2.Дифференциальные уравнения	кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 8 от 05.12.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой
Доктор педагогических наук, профессор _____ Н.В. Бровка

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
Доктор физико-математических наук _____ С.М. Босяков