

# Белорусский государственный университет

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«20» декабря 2022 г.

Регистрационный № УД – 11430/уч.



## **Методы решения и когнитивной визуализации математических задач**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 03 01 Математика (по направлениям)**

**Направление специальности:**

**1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)**

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021, типового учебного плана № G 31-1-011/пр-тип. от 31.03.2021 и учебных планов № G 31-1-016/уч. от 25.05.2021, № G 31-1-010/уч. ин. от 31.05.2021, № G 31-1-002/уч. з. от 31.05.2021.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Н.В. Бровка**, заведующий кафедрой теории функций Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор;  
**А.П. Карпова**, старший преподаватель кафедры теории функций Белорусского государственного университета.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Л.А. Хвощинская**, доцент кафедры общей и медицинской физики Международного государственного экологического института им. А.Д. Сахарова, кандидат физико-математических наук, доцент;  
**Н.В. Гриб**, заведующий кафедрой математики и методики преподавания математики УО «Белорусского государственного педагогического университета им. М. Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теории функций механико-математического факультета БГУ  
(протокол № 8 от 05.12.2022);

Научно-методическим Советом БГУ  
(протокол № 3 от 15.12.2022)

Заведующий кафедрой теории функций



Н.В. Бровка

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – усвоение студентами основных понятий и методов решения задач школьного курса математики наряду с освоением методики обучения этим методам учащихся с использованием когнитивной визуализации и содержательных связей между школьным и вузовским курсами математики, развитие умений логически мыслить, анализировать и систематизировать изучаемый материал.

### Задачи учебной дисциплины:

- закрепить знания студентов по элементарной математике и систематизировать междисциплинарные связи элементарной и высшей математики;
- сформировать навыки по решению различных задач;
- сформировать навыки когнитивной визуализации различных задач;
- развивать и углублять навыки применения основных методов решения и конструирования систем задач;

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Дисциплина «Методы решения и когнитивной визуализации математических задач» относится к циклу дисциплин специализации компонента учреждения высшего образования.

Овладение навыками и методами решения задач по элементарной математике является важным компонентом профессиональной подготовки будущих учителей математики и информатики. В частности, содержание данной дисциплины специализации предусматривает закрепление и развитие навыков решения уравнений, систем уравнений, неравенств аналитическим и графическим способом, применение методов исследования и поиска решений на основе использования свойств функций (ограниченность, сравнение областей определения и множеств значений, монотонность, четность функций и др.), что способствует развитию логико-аналитического мышления; формированию умений анализировать, систематизировать, моделировать и исследовать свойства различных математических объектов; закреплению не только навыков решения задач школьного курса математики, но и развитию основ методики преподавания математики с использованием когнитивно-визуального подхода. Изучение данной дисциплины является важным компонентом подготовки молодого специалиста-математика, в том числе будущих учителей и преподавателей математики.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Дисциплина тесно связана с учебными дисциплинами: «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Математическая логика», «Методика преподавания математики».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Методы решения и когнитивной визуализации математических задач» должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных компетенций**:

**БПК-2.** Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира.

**БПК-5.** Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы для решения теоретических и прикладных математических задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

**знать:** основные методы и приемы решения различных математических задач.

**уметь:** применять методы и приёмы решения в разнообразных типах задач по математике.

**владеть:** методами и приемами решения задач, основами методики обучения решению задач и методами когнитивной визуализации различных задач.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 4 семестре для очной формы обучения и в 4,5 семестрах заочной формы обучения. Всего на изучение учебной дисциплины «Методы решения и когнитивной визуализации математических задач» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 150 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 50 часов, лабораторные занятия – 14 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

– для заочной формы получения высшего образования – 150 часов, в том числе 16 аудиторных часов, из них:

4 семестр: всего – 44 часа, в том числе – 8 аудиторных часов, из них: лекции – 4 часа, практические занятия – 4 часа;

5 семестр: всего – 106 часов, в том числе – 8 аудиторных часов, из них: лекции – 4 часа, практические занятия – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен в 5 семестре.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Тема 1. Введение

Цель и содержание учебной дисциплины “Методы решения и когнитивной визуализации математических задач”. Сущность и особенности реализации когнитивно-визуального подхода в обучении учащихся математике.

### Тема 2. Основы обучения учащихся методам решения задач.

Уровни усвоения содержания обучения математике.

Закономерности развития мышления, внимания и памяти и их учет при обучении математике. Структура задачи и этапы ее решения. Особенности мыслительной деятельности в процессе решения задач

### Тема 3. GeoGebra как способ визуализации. Интерфейс и простейшие построения

Динамическая геометрическая среда GeoGebra. История программ динамической геометрии. Интерфейс программы. Панель главного меню. Элементы панели инструментов.

Задачи на построение циркулем и линейкой. Анимация изображений и список команд. Построения в 3D.

### Тема 4. Функции и их свойства

Построение графиков основных элементарных функций, их преобразования и свойства. Построение графиков тригонометрических функций, их преобразования и свойства. Гиперболические функции и их свойства. Графики функций, аналитическое выражение которых содержит знак абсолютной величины, их преобразования и свойства.

### Тема 5. Теория равносильности уравнений и неравенств

Основные определения, связанные с функциональной зависимостью (область определения уравнения, неравенства, уравнения-следствия). Равносильность уравнений, неравенств и т.п. Теоремы о равносильности уравнений и неравенств, их доказательство. Сравнительный анализ содержания учебников по математике для средней школы по данной теме.

### Тема 6. Линейные уравнения и неравенства

Линейные уравнения, зависящие от параметров, и уравнения, сводящиеся к линейным. Линейные неравенства с параметрами: теория, иллюстрации в примерах.

### Тема 7. Квадратные уравнения и неравенства

Неполные и полные квадратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Прямая и обратная теорема Виета. Квадратные уравнения, зависящие от параметров, и уравнения, сводящиеся к квадратным: определение, решение в общем виде и рассмотрение различных примеров, их анализ. Квадратные неравенства с пара-

метрами. Типовые ошибки при решении квадратных и сводящихся к ним уравнений.

#### **Тема 8. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля**

Абсолютная величина: определение, простейшие свойства. Решение уравнений, содержащих знак абсолютной величины. Графическое решение уравнений с модулем. Решение неравенств, содержащих знак абсолютной величины. Графические способы решения неравенств. Решение уравнений, содержащих знак абсолютной величины с параметрами. Решение неравенств, содержащих знак абсолютной величины с параметрами. Решение задач, при которых используется понятие абсолютной величины.

#### **Тема 9. Системы рациональных уравнений и неравенств**

Системы уравнений: основные понятия. Основные методы решения систем уравнений. Системы линейных уравнений и системы, сводящиеся к ним. Нелинейные системы уравнений. Однородные системы. Симметрические системы. Системы и совокупности неравенств. Системы уравнений с параметрами. Системы неравенств с параметрами. Графическое решение системы уравнений.

#### **Тема 10. Задачи на составление уравнений, неравенств и систем уравнений**

Задачи на числовые зависимости. Задачи на прогрессии. Задачи на совместную работу. Задачи на сплавы и смеси. Задачи на движение. Задачи на составление неравенств. Сравнительный анализ содержания учебников по математике для средней школы по данной теме

#### **Тема 11. Иррациональные уравнения и неравенства**

Свойства арифметического корня  $n$ -ой степени. Свойства степени с рациональным показателем. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств. Системы иррациональных уравнений и неравенств. Определение иррациональных уравнений с параметрами и рассмотрение различных способов решения таких уравнений. Определение иррациональных неравенств с параметрами и рассмотрение различных способов решения таких уравнений. Системы уравнений и неравенств с параметрами.

#### **Тема 12. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства**

Основные методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Системы показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Определение элементарного показательного и логарифмических уравнений, их решения в общем виде. Решение различных показательных логарифмических уравнений с параметрами. Определение элементарного показательного и логарифмических неравенств, их решения в общем виде. Решение различных показательных логарифмических неравенств с параметрами. Системы показательных и логарифмических уравнений и неравенств с параметрами. Сравнительный анализ

содержания учебников по математике для средней школы по данной теме. Типовые ошибки при выполнении заданий по данной теме.

### **Тема 13. Тригонометрические выражения**

Определение основных тригонометрических функций и обратных к ним. Формулы приведения. Теоремы сложения. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение и обратно. Метод вспомогательного аргумента. Тожественное преобразование тригонометрических выражений и выражений, содержащих обратные тригонометрические функции. Сравнительный анализ содержания учебников по математике для средней школы по данной теме.

### **Тема 14. Тригонометрические уравнения и неравенства**

Решение тригонометрических уравнений и неравенств. Сведение к квадратным уравнениям. Группировка и разложение на множители. Сведение к однородным уравнениям. Системы уравнений. Решение различных тригонометрических уравнений с параметрами. Смешанная тригонометрия. Решение различных тригонометрических неравенств с параметрами. Системы уравнений и неравенств с параметрами.

### **Тема 15. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств**

Основные методы решения задач с использованием свойств функций – монотонности, ограниченности, выпуклости. Метод мажорант. Подстановка и группировка. Логические задачи. Необходимость и достаточность. Геометрический подход. Задачи, содержащие одновременно логарифмы, модули, радикалы и т.п.

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

| Номер раздела, те-<br>мы | Название раздела, темы                                                  | Количество аудиторных часов |                         |                        |                         |      | Количество часов<br>УСР | Форма контроля<br>знаний                    |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------|-------------------------|---------------------------------------------|
|                          |                                                                         | Лекции                      | Практические<br>занятия | Семинарские<br>занятия | Лабораторные<br>занятия | Иное |                         |                                             |
| 1                        | 2                                                                       | 3                           | 4                       | 5                      | 6                       | 7    | 8                       | 9                                           |
|                          | 4 семестр                                                               |                             |                         |                        |                         |      |                         |                                             |
| 1                        | Введение                                                                | 2                           |                         |                        |                         |      |                         |                                             |
| 2                        | Основы обучения учащихся методам<br>решения задач                       | 2                           |                         |                        |                         |      |                         |                                             |
| 3                        | GeoGebra как способ визуализации.<br>Интерфейс и простейшие построения. | 4                           |                         |                        | 4                       |      |                         | Опрос, проверка инди-<br>видуальных заданий |
| 4                        | Функции и их свойства                                                   | 4                           |                         |                        | 2                       |      |                         | Собеседование                               |
| 5                        | Теория равносильности уравнений и<br>неравенств                         | 2                           |                         |                        |                         |      |                         | Опрос                                       |
| 6                        | Линейные уравнения и неравенства                                        | 2                           |                         |                        | 2                       |      |                         |                                             |
| 7                        | Квадратные уравнения и неравенства                                      | 4                           |                         |                        |                         |      |                         | Опрос                                       |
| 8                        | Уравнения и неравенства, содержа-<br>щие переменную под знаком модуля   | 2                           |                         |                        | 2                       |      |                         |                                             |
| 9                        | Системы рациональных уравнений и<br>неравенств                          | 4                           |                         |                        |                         |      |                         | Собеседование                               |
| 10                       | Задачи на составление уравнений, не-<br>равенств и систем уравнений     | 4                           |                         |                        | 2                       |      |                         | Опрос                                       |
| 11                       | Иррациональные уравнения и нера-<br>венства                             | 4                           |                         |                        | 2                       |      | 2                       | Контрольная работа                          |
| 12                       | Показательные и логарифмические<br>уравнения и неравенства              | 4                           |                         |                        |                         |      |                         | Опрос                                       |



|    |                                                     |           |  |  |  |  |  |  |           |   |          |                    |
|----|-----------------------------------------------------|-----------|--|--|--|--|--|--|-----------|---|----------|--------------------|
| 13 | Тригонометрические выражения                        | 4         |  |  |  |  |  |  |           |   |          | Собеседование      |
| 14 | Тригонометрические уравнения и неравенства          | 4         |  |  |  |  |  |  |           |   |          | Опрос              |
| 15 | Нестандартные методы решения уравнений и неравенств | 4         |  |  |  |  |  |  |           | 2 |          | Контрольная работа |
|    | <b>Всего</b>                                        | <b>50</b> |  |  |  |  |  |  | <b>14</b> |   | <b>4</b> | экзамен            |

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## Заочная форма получения образования

| Номер раздела, те-<br>мы | Название раздела, темы                                                  | Количество аудиторных часов |                         |                        |                         |      | Количество часов<br>УСР | Форма контроля<br>знаний             |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------|-------------------------|--------------------------------------|
|                          |                                                                         | Лекции                      | Практические<br>занятия | Семинарские<br>занятия | Лабораторные<br>занятия | Иное |                         |                                      |
| 1                        | 2                                                                       | 3                           | 4                       | 5                      | 6                       | 7    | 8                       | 9                                    |
|                          | 4 семестр                                                               |                             |                         |                        |                         |      |                         |                                      |
| 1                        | Введение                                                                |                             |                         |                        |                         |      |                         |                                      |
| 2                        | Основы обучения учащихся методам<br>решения задач                       | 1                           |                         |                        |                         |      |                         |                                      |
| 3                        | GeoGebra как способ визуализации.<br>Интерфейс и простейшие построения. |                             | 1                       |                        |                         |      |                         | Проверка индивиду-<br>альных заданий |
| 4                        | Функции и их свойства                                                   |                             | 1                       |                        |                         |      |                         | Собеседование                        |
| 5                        | Теория равносильности уравнений и<br>неравенств                         | 1                           |                         |                        |                         |      |                         | Опрос                                |
| 6                        | Линейные уравнения и неравенства                                        |                             | 1                       |                        |                         |      |                         | Проверка индивиду-<br>альных заданий |
| 7                        | Квадратные уравнения и неравенства                                      |                             | 1                       |                        |                         |      |                         | Проверка индивиду-<br>альных заданий |
| 8                        | Уравнения и неравенства, содержа-<br>щие переменную под знаком модуля   | 1                           |                         |                        |                         |      |                         | Опрос                                |
| 9                        | Системы рациональных уравнений и<br>неравенств                          | 1                           |                         |                        |                         |      |                         | Собеседование                        |
|                          | Всего за семестр                                                        | 4                           | 4                       |                        |                         |      |                         |                                      |
|                          | 5 семестр                                                               |                             |                         |                        |                         |      |                         |                                      |
| 10                       | Задачи на составление уравнений, не-<br>равенств и систем уравнений     |                             | 2                       |                        |                         |      |                         | Проверка индивиду-<br>альных заданий |

|    |                                                         |   |   |  |  |  |  |  |  |                                 |
|----|---------------------------------------------------------|---|---|--|--|--|--|--|--|---------------------------------|
| 11 | Иррациональные уравнения и неравенства                  | 1 |   |  |  |  |  |  |  | Собеседование                   |
| 12 | Показательные и логарифмические уравнения и неравенства | 1 |   |  |  |  |  |  |  | Опрос                           |
| 13 | Тригонометрические выражения                            | 1 |   |  |  |  |  |  |  | Собеседование                   |
| 14 | Тригонометрические уравнения и неравенства              | 1 |   |  |  |  |  |  |  | Опрос                           |
| 15 | Нестандартные методы решения уравнений и неравенств     |   | 2 |  |  |  |  |  |  | Проверка индивидуальных заданий |
|    | Всего за семестр                                        | 4 | 4 |  |  |  |  |  |  |                                 |
|    | Итого:                                                  | 8 | 8 |  |  |  |  |  |  | экзамен                         |

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Азаров А.И., Федосенко В.С., Барвенков С.А. Экзамен по математике. Задачи с параметрами: Функциональные методы решения. (В помощь абитуриентам). – Мн.: Полымя, 2001. – 352 с.
2. Арефьева И.Г., Пирютко О.Н. Алгебра : учебное пособие для 10-го класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко. — Минск : Народная асвета, 2019. — 285 с.
3. Бровка Н.В. Формы и средства интеграции теории и практики обучения студентов математике. – Мн.: БГПУ, 2009.- 192 с.
4. И.Арнольд, Теория чисел. Изд.: ЛЕНАНД, 2019. – 288 с.
5. Математика, Алгебра. Начало математического анализа. Профильный уровень. /М.И.Шабунин, А.А.Прокофьев.–3-е изд., испр. и доп. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018.– 393 с.
6. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре. 8 – 9 классы: пособие для учащихся общеобразоват. учреждений / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – 17-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 301 с.
7. Горништейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – М.: Инекса, Харьков: Гимназия, 1998. – 336 с.
8. Далингер, В. А. Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода / В. А. Далингер // Вестник Брянского государственного университета. – 2011. - № 1. – 346 с.
9. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Научно-исслед. ин-т школ М-ва просвещения РСФСР. — Ч. 1 : Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. — М. : Просвещение, 1977. — 111 с.
10. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике / Научно-исслед. ин-т школ М-ва просвещения РСФСР. — Ч. 2 : Обучение математике через задачи и обучение решению задач. — М. : Просвещение, 1977.
11. Темербекова, А. А. Методика обучения математике: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. – Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2013. – 365 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. Кузьмич, В. В. Мониторинг влияния технологий визуализации на процесс обучения / В. В. Кузьмич // Профессиональное образование. – 2015. – № 1. – С. 11-16.
2. Колпакова Д.С. GeoGebra как средство визуализации решения задач на уроках геометрии в 7 классе. // Молодой учёный. 2018. №11. С. 164-167
3. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учебное пособие. – М.: Лабиринт, 2015. 192 с.
4. Овсянникова Т.Л. Использование программы GeoGebra на уроках геометрии в школе // Педагогические и психологические технологии в условиях модернизации образования. – Самара: НИЦ АЭТЕРНА, 2017. С. 166-170.

5. Садовничий Ю.В., Туркменов Р.М. Методические особенности использования интерактивной геометрической среды GeoGebra при изучении темы «решение нестандартных уравнений» // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2015. С. 78-85.
6. Танкевич Л.М., Шкляр А.Е. GeoGebra как средство решения стереометрических задач // Молодой учёный. 2018. №11. С. 53-57.

#### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами используется следующий диагностический инструментарий:

- опросы;
- собеседование;
- проверка индивидуальных заданий;
- контрольные работы.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Методы решения и когнитивной визуализации математических задач» учебным планом предусмотрен экзамен в 4 семестре для дневной формы получения высшего образования, и экзамен в 5 семестре заочной формы получения высшего образования.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

- опросы – 10 %;
- собеседование – 10 %;
- выполнение индивидуальных заданий – 50 %;
- выполнение контрольных работ – 30 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная отметка – 50 %.

#### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

**Тема № 11. Иррациональные уравнения и неравенства**

**Примеры заданий:**

1. Решить уравнение:  $\sqrt{a - \sqrt{a + x}} = x$ .
2. Найти среднее арифметическое корней уравнения:

$$5 \sqrt[15]{x^{22}} - 4 \sqrt[15]{x^{15}\sqrt{x}} = 12 \sqrt[15]{x^7}.$$

(Форма контроля - контрольная работа).

### Тема № 15. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств

#### Примеры заданий:

1. Решить уравнение:  $\frac{3x}{x^2-4x+1} - \frac{2x}{x^2+x+1} = \frac{8}{3}$ .
2. Квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  не имеет действительных корней. Найти знак числа  $c$ , если  $a+b+c < 0$ .
3. Решить неравенство  $x^{2\lg 2} \cdot 2^{-\lg x} \leq 2$ .

(Форма контроля - контрольная работа).

### Примерная тематика лабораторных занятий

Занятие № 1. Меню, особенности построения прямых, окружностей, треугольников, четырёхугольников, возможности использования ползунков, ввод текста на поле чертежа.

Занятие № 2. Задачи на построение циркулем и линейкой. Анимация изображений и список команд. Построения в 3D.

Занятие № 3. Функции и их свойства.

Занятие № 4. Линейные уравнения, зависящие от параметров, и уравнения, сводящиеся к линейным. Линейные неравенства с параметрами: теория и ее иллюстрация в примерах.

Занятие № 5. Решение уравнений и неравенств, содержащих знак абсолютной величины. Графические способы и визуализация решений уравнений и неравенств с модулем.

Занятие № 6. Задачи на числовые зависимости. Задачи на прогрессии. Задачи на совместную работу. Задачи на сплавы и смеси. Задачи на движение, их визуализация. Задачи на составление неравенств.

Занятие № 7. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств.

## **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используются:

1) **практико-ориентированный подход**, который предполагает освоение содержания обучения посредством решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной педагогической деятельности; ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов; использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

2) **метод учебной дискуссии**, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении задач и определении оптимальности метода решения.

3) **методы и приемы развития критического мышления**, которые включают деятельность, связанную с методами работы с информацией в процессе определения и выбора метода решения той или иной задачи, с оценкой целесообразности визуализации математического материала на разных этапах ее изучения.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении индивидуальных заданий по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

### **Примерный перечень индивидуальных заданий**

**Тема 3. GeoGebra как способ визуализации. Интерфейс и простейшие построения.**

1. **Задачи на построение циркулем и линейкой (уровень 1 – узнавание).**

1.1. Постройте треугольник по трём сторонам.

- 1.2. Постройте окружность, касающуюся двух данных параллельных прямых и проходящую через данную точку.
- 1.3. Дана прямая и две точки А и В по одну сторону от неё. Найдите на прямой такую точку С, чтобы прямые АС и ВС были наклонены к прямой под равными углами.
- 1.4. В данный треугольник впишите квадрат так, чтобы две вершины квадрата принадлежала одной из сторон треугольника, а две других – двум другим сторонам.
- 1.5. Постройте равносторонний треугольник, у которого одна вершина совпадает с данной точкой, а две другие лежат на двух данных окружностях.
2. Анимация изображений и список команд (*уровень 2 – воспроизведение*).
  - 2.1. Определите, какую траекторию будет описывать середина гипотенузы подвижного прямоугольного треугольника, сумма катетов которого равна 5.
  - 2.2. Сделайте иллюстрацию к теореме: «Если секущая и касательная проведены из одной точки, то квадрат касательной равен произведению секущей на её внешнюю часть».
  - 2.3. Постройте чертёж, демонстрирующий правило параллелограмма при сложении векторов.
  - 2.4. Найдите количество решений уравнения  $|x^2 - 7x| + 10 = a$  в зависимости от значения параметра а.
3. Построения в 3D (*уровень 3 – применение*).
  - 3.1. Дан куб ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>. Постройте сечение куба, проходящее через середины сторон АВ и ВС параллельно BD<sub>1</sub>.
  - 3.2. Постройте чертёж к задаче: «В правильной четырёхугольной пирамиде двугранный угол при ребре основания равен α. Найдите двугранный угол при боковом ребре».
  - 3.3. Найдите площадь правильного треугольника, вписанного в окружность, являющуюся сечением сферы радиусом R плоскостью, проходящей на расстоянии а от центра сферы.
  - 3.4. Постройте цилиндр и вписанный в него конус. Покажите, что объём конуса втрое меньше, чем цилиндра.
  - 3.5. В правильную треугольную призму вписан шар, касающийся трёх граней и обоих оснований призмы. Найдите отношение поверхности шара к полной поверхности призмы.

#### Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Сущность и особенности реализации когнитивно-визуального подхода в обучении учащихся математике.
2. Уровни усвоения содержания обучения математике.
3. Закономерности развития мышления, внимания и памяти и их учет при обучении математике.



4. Особенности построения прямых, окружностей, треугольников, четырёхугольников, возможности использования ползунков, ввод текста на поле чертежа.
5. Задачи на построение циркулем и линейкой.
6. Анимация изображений и список команд. Построения в 3D.
7. Функции и их свойства.
8. Теоремы о равносильности уравнений и неравенств, их доказательство.
9. Неполные и полные квадратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Прямая и обратная теорема Виета. Типовые ошибки при решении квадратных уравнений и неравенств.
10. Абсолютная величина: определение, простейшие свойства.
11. Системы уравнений: основные понятия. Основные методы решения систем уравнений.
12. Свойства арифметического корня  $n$ -ой степени. Свойства степени с рациональным показателем. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств.
13. Определение элементарного показательного и логарифмических уравнений и неравенств, их решения в общем виде.
14. Определение основных тригонометрических функций и обратных к ним. Формулы приведения. Теоремы сложения. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение и обратно. Метод вспомогательного аргумента.
15. Основные методы решения тригонометрических уравнений и неравенств.
16. Основные методы решения задач с использованием свойств функций – монотонности, ограниченности, выпуклости. Метод мажорант.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

| Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование | Название кафедры                                          | Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Дополнительные главы анализа                               | кафедра функционального анализа и аналитической геометрии | нет                                                                                                           | вносить изменения не требуется (протокол № 8 от 05.12.2022)                                       |

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО  
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

| №<br>п/п | Дополнения и изменения | Основание |
|----------|------------------------|-----------|
|          |                        |           |

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)

Заведующий кафедрой

Доктор педагогических наук, профессор \_\_\_\_\_ Н.В. Бровка

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

Доктор физико-математических наук \_\_\_\_\_ С.М. Босяков