

РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ВБЛИЗИ ПАРЫ КВАЗИОДНОМЕРНЫХ ПРОВОДНИКОВ СО СТАЦИОНАРНЫМ ТОКОМ

Н. А. Поклонский¹, И. А. Галимский², А. Т. Власов¹, С. А. Вырко¹

¹⁾ *Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь,
e-mail: poklonski@bsu.by*

²⁾ *НИИ Институт ядерных проблем БГУ, ул. Бобруйская, 11, 220006, г. Минск, Беларусь,
e-mail: ivan.galimsky@gmail.com*

Получена формула для релятивистского электрического потенциала вблизи пары параллельно расположенных квазиодномерных проводников электричества со стационарным током в зависимости от координаты детектора потенциала. Учен вклад токоподводящих и токоотводящих электродов, которые присоединены к концам каждого проводника. Показано, что для двух проводников с противоположно направленными токами вклад электродов практически исчезает, и стационарный потенциал имеет чисто релятивистскую природу.

Ключевые слова: релятивистский электрический потенциал; пара квазиодномерных проводников; противоположно направленные токи.

RELATIVISTIC ELECTRIC POTENTIAL NEAR A PAIR OF QUASI-ONE-DIMENSIONAL CONDUCTORS WITH STATIONARY CURRENT

N. A. Poklonski¹, I. A. Halimski², A. T. Vlassov¹, S. A. Vyrko¹

¹⁾ *Belarusian State University, Nezavisimosti Ave., 4, 220030, Minsk, Belarus*

²⁾ *Institute for Nuclear Problems, Belarusian State University, Bobruiskaya str., 11,
220006, Minsk, Belarus*

Corresponding author: N. A. Poklonski (poklonski@bsu.by)

We obtain a formula for the relativistic electric potential near a pair of parallel quasi-one-dimensional conductors of electricity with a stationary current, depending on the coordinate of the detector of a potential. The contribution of current-carrying and current-removing electrodes, which are attached to the ends of each conductor, is taken into account. It is shown that for two conductors with oppositely directed currents, the contribution of the electrodes practically disappears, and the stationary potential has a purely relativistic nature.

Key words: relativistic electric field; pair of quasi-one-dimensional conductors; oppositely directed currents.

ВВЕДЕНИЕ

Из классической теории электромагнетизма известно, что стационарный электрический ток является источником стационарного магнитного поля [1–3]. В работе [4], однако, в рамках специальной теории относительности показано, что прямолинейный проводник конечной длины с возбужденным в нем стационарным током является также источником стационарного электрического поля. Это чисто релятивистский

эффект. В работах [4–7], где обсуждается релятивистский эффект в проводниках со стационарным током, не учитывается вклад в этот эффект электродов (катода и анода), в которых электроны движутся ускоренно.

Цель работы — вычислить релятивистский электрический потенциал в точке между двумя квазиодномерными проводниками со стационарным током, оценить вклады электрических контактов (электродов) к проводникам и обсудить следствия из полученных результатов.

Конфигурация исследуемой нами системы (рис. 1) выбрана так, чтобы уменьшить вклад контактов (электродов) в релятивистский электрический потенциал и регистрировать релятивистский потенциал самих проводников в вакууме. Рассматриваются два параллельных квазиодномерных проводника с электрическими контактами; стационарные токи в проводниках равны и противоположно направлены. К каждому из прямых квазиодномерных проводников длины L присоединены электроды длины ξ (в которых электроны последовательно ускоряются и замедляются). Для удобства расчетов проводники разбиты на участки и пронумерованы, их номера приведены в верхней части рисунка. Первый участок состоит из двух проводников с баллистическим дрейфом электронов. На этом участке скорость электронов постоянна и равна $v_1 = \beta c$, где $c = 299792458$ м/с — скорость света в вакууме. На втором участке вблизи катода электроны постепенно разгоняются от скорости v_2 до скорости v_1 , а вблизи анода на этом участке электроны постепенно замедляются от скорости v_1 до скорости v_2 . На третьем участке электроны движутся аналогичным образом. Четвертый участок в расчетах не учитывается, поскольку там электроны движутся с много меньшей дрейфовой скоростью, чем в первом участке (т. е. $v_2 \ll v_1$).

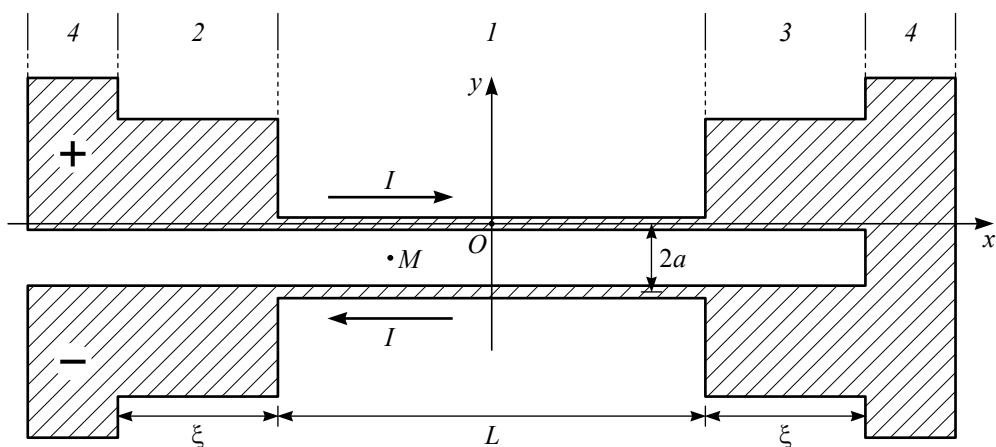


Рисунок 1. Конфигурация исследуемой системы на плоскости xu (M — точка наблюдения потенциала). Участок 1 состоит из двух квазиодномерных проводников (каждый длиной L) и расстоянием между центрами проводников $2a$ (в них электроны движутся с постоянной дрейфовой скоростью v_1 в направлении от катода « \leftarrow » к аноду « \rightarrow » в противоположных направлениях, обуславливая силу тока I). Участки 2 и 3 — электроды размера ξ , в которых электроны проводимости последовательно ускоряются и замедляются

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Вывод формулы и расчет релятивистского электрического потенциала φ основан на формуле потенциала Лиенара–Вихерта [1, 2]. Потенциал, создаваемый элементом тока интегрируется по проводнику, состоящему из верхней и нижней частей. В каждой точке проводника задана дрейфовая скорость электронов и их концентрация, проводник предполагается электрически нейтральным.

Вывод формулы для потенциала φ вначале проведем для одного проводника, а затем запишем формулу для двух проводников (потенциал подчиняется принципу суперпозиции).

Приведем краткую схему вывода формулы для потенциала.

1. Введем лабораторную систему отсчета S и семейство собственных систем отсчета $\{S'\}$ движущихся зарядов. Рассмотрим элемент заряда dq на участке проводника dx . Все электроны в dq имеют одинаковую дрейфовую скорость $v(x)$. Система отсчета S' выбирается с центром в точке P расположения заряда dq (так, чтобы электроны заряда dq были в ней неподвижны). Итак, точечный заряд $dq = \rho(x)s(x)dx$, находящийся в момент времени t_P в точке P с координатами $(ct_P, x_P, 0, 0)$, движется вдоль оси Ox со скоростью $v(x_P)$, зависящей от его положения x_P . В точке $M = (ct_M, x_M, y_M, z_M)$ в момент времени t_M измеряется потенциал $\varphi(x_M)$ электрического поля.

2. Поскольку в системе S' заряд dq неподвижен, электрический потенциал определяется кулоновской формулой $\varphi' = dq/4\pi\epsilon_0 r'$, где ϵ_0 — электрическая постоянная, r' — расстояние между источником P поля и приемником M (в системе S'). Применим преобразование Лоренца [8] к φ' и получим электрический потенциал в S : $\varphi = \gamma(x_P) dq/4\pi\epsilon_0 r'$, где $\gamma(x_P) = (1 - [v(x_P)]^2/c^2)^{-1/2}$.

3. Сила тока в проводнике равна $I = \rho(x_P)v(x_P)$, где P — точка проводника, в которой находится излучающий заряд $dq(x_P)$, дрейфовая скорость заряда $v(x_P)$ зависит только от его положения x_P в проводнике, $\rho(x_P)$ — линейная плотность заряда, равная $ns(x_P)$, $s(x_P)$ — поперечное сечение проводника [для участков 1, 2, 3 и 4 проводника выполняются соотношения: $s_1(x_P) \ll s_2(x_P) = s_3(x_P) < s_4(x_P)$; см. рис. 1], n — постоянная объемная плотность зарядов (отрицательных или положительных) на всех участках исследуемой системы. Теперь потенциал $d\varphi$ в системе S записывается так:

$$d\varphi = \frac{I}{4\pi\epsilon_0} \frac{\gamma dx_P}{v(x_P)r'}. \quad (1)$$

4. Используя преобразование Лоренца, выразим расстояние r' из (1) через величины в системе S :

$$r'(x_M, x_P) = (\gamma^2(v(x_P)) [(x_M - x_P) - v(x_P)((x_M - x_P)^2 + a^2)^{1/2}/c]^2 + a^2)^{1/2}, \quad (2)$$

где $a = |y_M|$ — расстояние от точки наблюдения M в плоскости xu до проводника, $2a$ — расстояние между проводниками электричества.

5. Полный электрический потенциал складывается из потенциала φ_+ неподвижных (положительных) зарядов ионных остовов и потенциала φ_- движущихся электронов проводимости. Для того, чтобы оценить потенциал всей системы, нужно проинтегрировать формулу (1) по отрезку $[-L/2 - \xi, L/2 + \xi]$. Полный потенциал запишется следующим образом:

$$\varphi(x_M) = \varphi_+(x_M) + \varphi_-(x_M),$$

$$\varphi_+(x_M) = \frac{I}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dx_P}{v(x_P)r_+}, \quad \varphi_-(x_M) = -\frac{I}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\gamma(x_P)dx_P}{v(x_P)r'}, \quad (3)$$

где $r_+ = [(x_M - x_P)^2 + a^2]^{1/2}$ — расстояние для положительных зарядов, т. е. между неподвижным источником электрического потенциала и приемником (измерителем потенциала) в системе отсчета S . (Для вычисления релятивистского потенциала второго проводника используется сдвиг и поворот на угол π поля первого проводника.)

Чтобы оценить вклады каждого участка системы (ускоренного и равномерного движения), получим выражения для потенциала в относительных единицах. Выразим все длины в системе в единицах длины центральной части L , а все скорости — в единицах скорости света c . Тогда вклады положительных и отрицательных зарядов в безразмерный потенциал $\varphi(\eta_M) \cdot 4\pi c \epsilon_0 / I$ запишутся так:

$$\frac{4\pi c \epsilon_0}{I} \varphi_+(\eta_M) = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{d\eta_P}{v(\eta_P) [(\eta_M - \eta_P)^2 + k^2]^{1/2}}, \quad (4)$$

$$\frac{4\pi c \epsilon_0}{I} \varphi_-(\eta_M) = - \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\gamma(\eta_P) d\eta_P}{v(\eta_P) [\gamma^2(\eta_P) [(\eta_M - \eta_P) - v(\eta_P)((\eta_M - \eta_P)^2 + k^2)^{1/2}]^2 + k^2]^{1/2}}, \quad (5)$$

где η_1 и η_2 — пределы интегрирования (вдоль оси x); $\eta_M = x_M/L$, $\eta_P = x_P/L$, $k = a/L$, $v(\eta_P) = v(x_P)/c$ — безразмерные параметры.

Разложим теперь полный потенциал двух проводников электричества в относительных единицах в ряд по степеням β . Для противоположных токов разложение полного потенциала $\varphi(x_M/L)$ до членов второго порядка по β запишется следующим образом:

$$\frac{4\pi c \epsilon_0}{I} \varphi(x_M/L) = - \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{2\beta(\eta_M - \eta_P)^2 v(\eta_P)}{[(\eta_M - \eta_P)^2 + k^2]^{3/2}} d\eta_P, \quad (6)$$

где $v(\eta_P) = v(x_P)/c$ — скорость электрона (в единицах c), которая учитывает наряду с баллистическим движением на участке 1 увеличение и уменьшение дрейфовой скорости электронов на участках 2 и 3 из-за изменении площади поперечного сечения проводников на этих участках.

РАСЧЕТ И ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим зависимость потенциала φ от геометрических параметров L , ξ и k (см. рис. 1).

Отметим, что при уменьшении β пропорционально уменьшается значение потенциала. Зависимость скорости зарядов от координаты x_P на участках 2 и 3 (рис. 1) выбиралась линейной (постоянное ускорение).

Зафиксируем значения $\beta = 0.001$, $k = 0.1$ и проведем расчеты потенциала φ по формуле (6) при разных ξ (рис. 2а и б). При вычислении суммарного потенциала φ системы проводников в интеграле (6) выбирается $\eta_2 = -\eta_1 = 1/2 + \xi/L$ (на рис. 2 сплошные линии 1), для расчета вклада центральной части проводников в интеграле (6) выбирается $\eta_2 = -\eta_1 = 1/2$ (штриховые линии 2), для расчета вклада электронов берется интеграл (6) по двум отрезкам $[-\xi/L - 1/2, -1/2]$ и $[1/2, 1/2 + \xi/L]$ (пунктирные линии 3). Видно, что при увеличении ξ увеличивается вклад участков ускорения

(пунктирные линии 3). Однако во всех случаях основной вклад вносит участок равномерного движения электронов (штриховые линии 2).

Зафиксируем значения $\beta = 0.001$, $\xi = 0.5L$ и проведем расчеты ϕ при разных k (рис. 2в и г). Видно, что с увеличением $k = a/L$ увеличивается вклад электродов в центре системы ($x_M = 0$), но основной вклад все еще продолжает вносить центральная часть. Локальные максимумы потенциала смещаются в сторону движения электронов. Для двух проводников с противоположными токами эти максимумы смещаются в противоположных направлениях, и в центре модуль потенциала уменьшается, что может привести к образованию минимума в центре, как на рис. 2г. Для экспериментов это существенно: надо выбирать точку измерения с максимальным значением модуля потенциала (в центре — для систем на рис. 2а–в или смещенной от центра — для системы на рис. 2г).

Рекомендуемые значения параметров при создании системы для экспериментов: $\xi/L = 0.1–0.2$, $k = a/L = 0.1–0.2$. Дрейфовая (баллистическая) скорость электронов в квазиодномерных проводниках (участок 1 на рис. 1), естественно, должна быть максимально возможной.

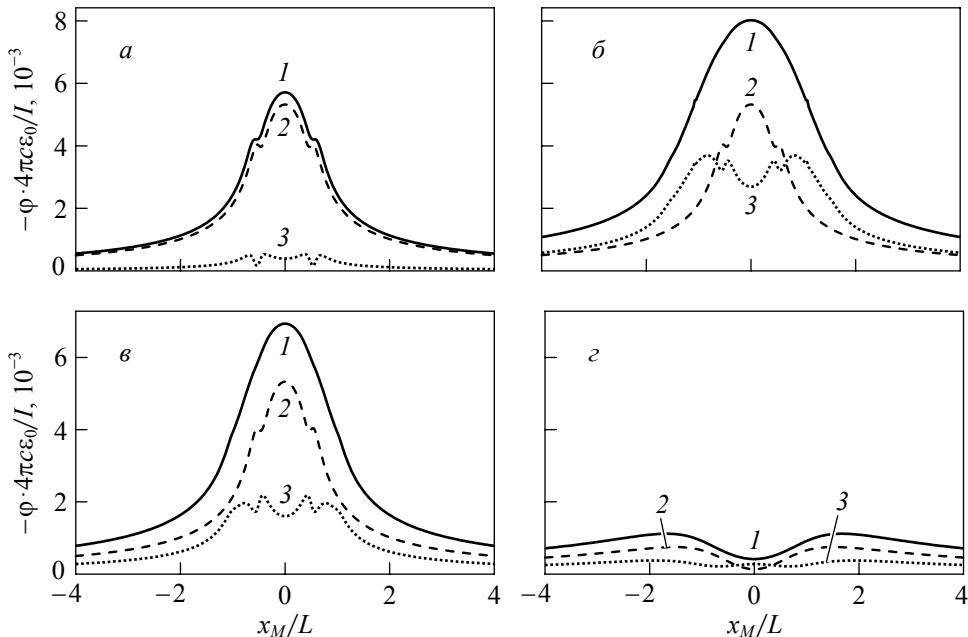


Рисунок 2. Потенциал двух проводников для $\beta = 0.001$ и $k = 0.1$ при разных ξ : $\xi = 0.1L$ (а), $\xi = L$ (б), а также для $\beta = 0.001$ и $\xi = 0.5L$ при разных k : $k = 0.1$ (в), $k = 1$ (г).

Сплошная линия 1 — суммарный потенциал, штриховая 2 — вклад центральной части системы (участок 1 на рис. 1), пунктирная 3 — вклад электродов (участки 2 и 3 на рис. 1)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследован стационарный электрический потенциал вблизи двух прямых квазиодномерных проводников с баллистическим переносом электронов. При рассмотрении релятивистских эффектов учтен вклад токоподводящих электродов. Показано, что электроды вносят существенный вклад в электрический потенциал одного проводника. Однако для двух проводников с противоположно направленными

ми токами можно добиться практически полной компенсации вкладов в потенциал электродов, и тогда поле имеет чисто релятивистскую природу. Для полной компенсации вклада электродов (катода и анода) необходимо выбирать длину квазиодномерных проводников настолько большой относительно длины электродов, насколько это возможно (но без нарушения баллистического режима дрейфа электронов в этих проводниках). Полученная формула имеет и практическое значение: экспериментально регистрируя релятивистский электрический потенциал, можно затем расчетным способом определить некоторые электрические параметры квазиодномерных проводников [9].

Работа выполнена при поддержке ГПНИ «Конвергенция-2025» Республики Беларусь и Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований (грант № Ф23РНФ-049).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Т. 2: Теория поля. – М.: Физматлит, 2006. – 536 с.
2. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – Вып. 6: Электродинамика. – М.: УРСС, 2014. – 360 с.
3. Миллер, М. А. Неоднозначности обратных задач в макроэлектродинамике. Сферические и тороидальные источники электромагнитных полей / М. А. Миллер // Изв. вузов. Радиофизика. – 1986. – Т. 29, № 9. – С. 991–1007.
4. Митянок, В. В. Релятивистское электростатическое поле проводника с постоянным током / В. В. Митянок, Н. А. Поклонский // ЖТФ. – 1993. – Т. 63, № 1. – С. 189–191.
5. Pelzer, H. Interaction between currents as a relativistic second order effect of electrostatic forces / H. Pelzer, S. Whitehead // Br. J. Appl. Phys. – 1951. – Vol. 2, № 11. – P. 330–332.
6. Rosser, W.G.V. Second-order electric field due to a conduction current / W. G. V. Rosser // Am. J. Phys. – 1962. – Vol. 30, № 7. – P. 509–511.
7. Baker, D.A. Second-order electric field due to a conduction current / D.A. Baker // Am. J. Phys. – 1964. – Vol. 32, № 2. – P. 153–157.
8. Хуан, С.-Б. Строгий вывод преобразования Лоренца на основе минимальных предположений / С.-Б. Хуан // УФН. – 2011. – Т. 181, № 5. – С. 553–556.
9. Poklonski, N.A. Relativistic electric potential near a resting straight carbon nanotube of a finite-length with stationary current / N.A. Poklonski, I.A. Halimski, S.A. Vyrko, A.T. Vlassov, N.N. Hieu // J. Belarusian State Univ. Phys. – 2021. – № 1. – P. 20–25.

ФОРМИРОВАНИЕ НАНОРАЗМЕРНЫХ ОСТРОВКОВ НА ПОВЕРХНОСТИ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СЛОЕВ Si/SiGe ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ЛАЗЕРНОМ ОБЛУЧЕНИИ

С. Л. Прокопьев, П. И. Гайдук

*Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030 Минск, Беларусь,
e-mail: prokopyev@bsu.by*

Методами просвечивающей электронной микроскопии и спектроскопии резерфордского обратного рассеяния обнаружено, что при воздействии импульсов длительностью 15 нс лазерного излучения на длине волны 1,06 мкм с плотностью энергии 0,66–1,88 Дж/см² на монокристаллические слои Si/SiGe толщиной 500 нм, выра-