

ISSN 1561-2430 (Print)
 ISSN 2524-2415 (Online)
 УДК 539.293:621.382
<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-2-237-244>

Поступила в редакцию 21.04.2022
 Received 21.04.2022

Д. В. Ушаков¹, А. А. Афоненко¹, Р. А. Хабибуллин², В. К. Кононенко¹, И. С. Манак¹

¹Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь

²Институт сверхвысокочастотной полупроводниковой электроники имени В. Г. Мокерова РАН,
 Москва, Российская Федерация

ЭФФЕКТЫ НАСЫЩЕНИЯ УСИЛЕНИЯ В КВАНТОВО-КАСКАДНЫХ ЛАЗЕРАХ ТГц-ДИАПАЗОНА*

Аннотация. На основе системы балансных уравнений проведен анализ эффекта насыщения усиления в квантово-каскадных структурах с 2–4 квантовыми ямами в периоде. Показано, что параметр нелинейности уменьшается при увеличении скорости релаксации лазерных уровней, но при этом растет полный ток через структуру. Использование предложенных многофотонных дизайнов приводит к уменьшению параметра нелинейности без увеличения рабочего тока. Например, в двухфотонной схеме лазерных переходов при одинаковых вероятностях переходов и коэффициентах дифференциального усиления достигается в 2 раза более медленное насыщение коэффициента усиления с ростом плотности фотонов, что обуславливает более высокую эффективность генерации, чем в однофотонных схемах.

Ключевые слова: квантово-каскадный лазер, балансные уравнения, насыщение усиления

Для цитирования. Эффекты насыщения усиления в квантово-каскадных лазерах ТГц-диапазона / Д. В. Ушаков [и др.] // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2022. – Т. 58, № 2. – С. 237–244. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-2-237-244>

Dmitrii V. Ushakov¹, Alexander A. Afonenko¹, Rustam A. Khabibullin², Valerii K. Kononenko¹, Ivan S. Manak¹

¹Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus

²V. G. Mokerov Institute of Ultra-high Frequency Semiconductor Electronics of Russian Academy of Sciences,
 Moscow, Russian Federation

GAIN SATURATION EFFECTS IN THz QUANTUM CASCADE LASERS

Abstract. The effect of gain saturation in quantum-cascade structures with 2–4 quantum wells per period is herein analyzed on the basis of a system of balance equations. It is shown that the nonlinearity parameter decreases with an increase in the relaxation rate of laser levels, but the total current through the structure also increases. The use of the proposed multiphoton designs leads to a decrease in the non-linearity parameter without increasing the operating current. For example, in a two-photon scheme of laser transitions with the same transition probabilities and differential gains, two times slower saturation of the gain with an increase in the photon density is achieved, which leads to a high generation efficiency than in single-photon schemes.

Keywords: quantum-cascade laser, balance equations, gain saturation

For citation. Ushakov D. V., Afonenko A. A., Khabibullin R. A., Kononenko V. K., Manak I. S. Gain saturation effects in THz quantum cascade lasers. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2022, vol. 58, no. 2, pp. 237–244 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2022-58-2-237-244>

Введение. Эффект насыщения мощности усиления или поглощения является одним из наиболее важных аспектов моделирования лазеров и связан с уменьшением коэффициента поглощения или усиления на фиксированной частоте света ν с ростом амплитуды напряженности электромагнитного поля. Концепция насыщения усиления является неотъемлемой частью скоростных уравнений для квантовых генераторов [1, 2] и объясняет уменьшение населенности верхнего и увеличение населенности нижнего лазерных уровней с ростом плотности фотонов S , что близко к поведению всех известных типов лазеров. Эффект насыщения усиления учитывался при расчете интенсивности излучения в резонаторе оптических лазеров с большим коэффициентом

* К 90-летию Виктора Павловича Грибковского – члена-корреспондента НАН Беларусі, доктора фізіка-матэматычных навук, прафесара, асновацеля беларускай навуковай школы па оптыцы палупроводнікаў.

усиления [3, 4]. В полупроводниковых системах эффект насыщения обусловлен приближением разности квазиуровней Ферми ΔF к значению энергии фотонов $h\nu$ при увеличении интенсивности монохроматического излучения. Особенности нелинейного поглощения или усиления света анализировались ранее как для объемных полупроводников [5–9], так и для квантоворазмерных систем [10–12]. В работах [13–17] для легированных сверхрешеток ($n-i-p-i$ -кристаллов) установлен аномальный характер насыщения, описываемый ростом коэффициента поглощения (усиления) и связанного с ним показателя преломления при малых плотностях фотонов. В одномерных фотонных кристаллах на легированных сверхрешетках на основе GaAs данный эффект объясняет бистабильные режимы переключения коэффициентов пропускания, отражения и выходной мощности излучения, а также подстройки длины волны генерации [18–20].

Для наиболее точного согласия с экспериментальными данными необходимо учитывать эффекты нелинейного усиления, связанные с выгоранием пространственных и спектральных провалов, динамического нагрева носителей при неизменной средней концентрации неравновесных носителей в зонах, которые приводят к дополнительному затуханию релаксационных колебаний [21–23]. В работе [21] в балансные уравнения введен феноменологический фактор насыщения усиления в виде $f(S) = 1/(1 + \alpha S)$ с параметром нелинейности α . Корректность данного обобщения позже была теоретически исследована в рамках формализма матрицы плотности в [24, 25].

В терагерцовом (ТГц) диапазоне наиболее перспективными источниками излучения считаются униполярные квантово-каскадные лазеры (ККЛ) [26–29]. Населенности уровней подзон в таких структурах также находятся из системы балансных уравнений типа [1, 2]. Для повышения эффективности генерации актуальными являются исследования по разработке способов уменьшения эффекта насыщения усиления в квантово-каскадных структурах.

Теоретическая модель. Балансное уравнение, определяющее связь между коэффициентом усиления G и плотностью фотонов S , имеет вид [30–32]

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum_{j \neq i} \frac{n_j}{\tau_{ji}} - \sum_{j \neq i} \frac{n_i}{\tau_{ij}} - v_g g_{ij} (n_i - n_j) S - \frac{n_i}{\tau_{esc\ i}} = 0. \quad (1)$$

Здесь τ_{ij} – результирующие времена безызлучательных переходов с уровня i на уровень j , g_{ij} – коэффициенты дифференциального усиления, $\tau_{esc\ i}$ – время утечки электронов с локализованного уровня в состояния континуума, S – двумерная плотность фотонов в каскаде, v_g – групповая скорость света в кристалле. Результирующие времена безызлучательных переходов определялись доминирующим для ККЛ рассеянием на оптических фононах, а также рассеянием на примесях, шероховатостях гетерограниц и электрон-электронным рассеянием. Плотность тока через каскад находилась из выражения

$$J(V_1, N_d) = e \sum_{E_i > E_1} \sum_{E_j \leq E_1} \left(\frac{n_i}{\tau_{ij}} - \frac{n_j}{\tau_{ji}} + v_g g_{ij} (n_i - n_j) S \right). \quad (2)$$

Спектр усиления рассчитывался в многоуровневом приближении с учетом вклада нерезонансных переходов [31, 32]:

$$G(\nu) = \frac{\pi e^2 h \nu}{\hbar \epsilon_0 c n_r d} \sum_{E_i > E_j} |z_{ij}|^2 (n_i - n_j) [F_{ij}(h\nu, E_i - E_j) - F_{ij}(h\nu, E_j - E_i)] = \sum_{E_i > E_j} g_{ij} (n_i - n_j), \quad (3)$$

где ν – частота излучения, n_r – показатель преломления активной области, d – период структуры, $n_{i,j}$ и $E_{i,j}$ – двумерные концентрации носителей заряда и энергии уровней i и j , z_{ij} – матричные элементы дипольных переходов, $F_{ij}(h\nu, \Delta E)$ – форм-фактор уширения спектральной линии [31].

В общем случае зависимость $k(S)$ подчиняется сложному закону [5]. Если использовать среднее значение параметра нелинейности α , то изменение коэффициента усиления (поглощения) можно описать простой формулой [3–5]:

$$G(\nu) = \frac{G_0(\nu)}{1 + \alpha S}, \quad (4)$$

где G_0 – начальный коэффициент усиления, α – параметр нелинейности, зависящий от частоты ν .

Результаты и их обсуждение. Базисные волновые функции находились $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -методом с последующим преобразованием специального вида для учета дефазировки [31, 32]. Вероятности переходов учитывали процессы туннелирования, электрон-электронного рассеяния, рассеяния на оптических фононах, заряженных примесях, шероховатостях гетерограниц.

На рис. 1 приведены расчеты уровней энергии и волновых функций для квантово-каскадных лазеров с 2–4 квантовыми ямами (КЯ) в периоде и толщинами КЯ и барьерных слоев согласно таблице. Для всех структур слоевая концентрация примесей составила $3,0 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$, а частота генерации $\sim 3,9 \text{ ТГц}$.

Параметры квантово-каскадных лазеров на основе GaAs/Al_xGa_{1-x}As-гетероструктур

Parameters of quantum-cascade lasers based on GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterostructures

№	Дизайны	Период, нм	Состав, x	Толщины слоев, нм
1	2 КЯ, Bosco, 2019	29,6	0,25	1,98 / 16,37 / 3,39 / 7,90
2	3 КЯ, Kumar, 2009	45,2	0,15	4,23 / 16,37 / 4,80 / 8,47 / 2,82 / 8,47
3	4 КЯ, 2 $\hbar\omega$	56,2	0,15	3,95 / 16,37 / 4,52 / 8,47 / 3,1 / 9,6 / 1,98 / 8,18

Для первых дизайнов двумя и тремя КЯ схема лазерных переходов основана на использовании туннелирования с уровня инжектора (i) на верхний рабочий уровень (u), лазерного перехода ($u-l$) и опустошения нижнего рабочего уровня (l) за счет резонансного испускания оптического фонона (см. рис. 1, *a*) либо туннелирования на уровень экстрактора (e) и резонансного испускания оптического фонона ($\hbar\omega_{LO} = 37 \text{ мэВ}$) (см. рис. 1, *b*). При этом рабочее напряжение на одном каскаде близко к сумме энергий излучения и энергии продольного оптического фонона $\hbar\omega + \hbar\omega_{LO}$.

Упрощенная система балансных уравнений в стационарном режиме для каскада с испусканием одного фотона имеет вид

$$0 = -p(n_u - n_{u0}) - v_g g_n (n_u - n_l) S, \quad (5)$$

$$0 = -p(n_l - n_{l0}) + v_g g_n (n_u - n_l) S, \quad (6)$$

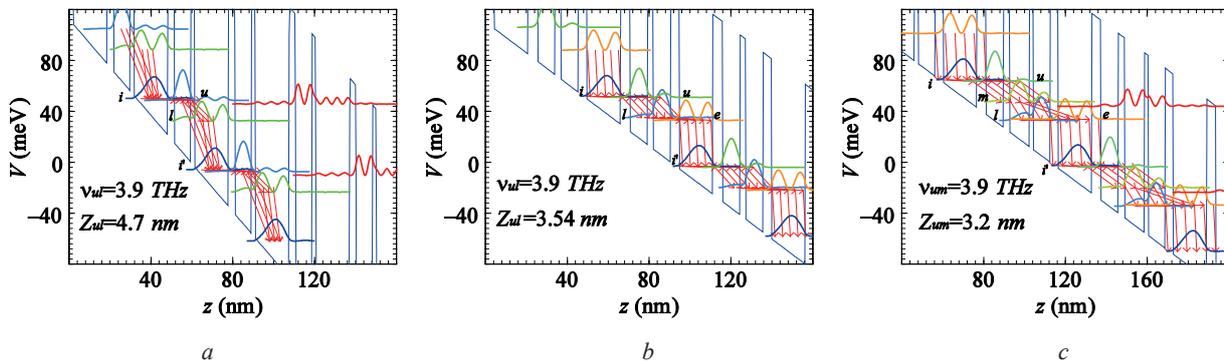


Рис. 1. Диаграммы зоны проводимости и квадраты модулей волновых функций электронов, рассчитанные $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -методом для ТГц ККЛ на основе GaAs/AlGaAs с периодом из двух [28] (*a*), трех [29] (*b*) и четырех КЯ ($2 \hbar\omega$) (*c*) при напряжении на каскаде $V_1 = 56$ (*a*), 55 (*b*) и $67,4 \text{ мВ}$ (*c*) и плотности токов $j = 2250$ (*a*), 557 (*b*) и 428 А/см^2 (*c*) при температуре $T = 77 \text{ К}$

Fig. 1. Diagrams of the conduction band and the squares of the electron wave functions calculated by the $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ method for THz QCLs based on GaAs/AlGaAs with a period of 2 [28] (*a*), 3 [29] (*b*) and 4 QWs ($2 \hbar\omega$) (*c*) at cascade voltage $V_1 = 56$ (*a*), 55 (*b*) and 67.4 mV (*c*) and current density $j = 2250$ (*a*), 557 (*b*) and 428 A/cm^2 (*c*) at $T = 77 \text{ K}$

где n_u, n_l и n_{u0}, n_{l0} – населенности верхнего и нижнего лазерных уровней и их стационарные значения при $S = 0$, p – вероятность безызлучательных переходов между уровнями, g_n – дифференциальное усиление. Усиление структуры составляет

$$G = g_n(n_u - n_l) = \frac{G_0}{1 + \alpha S} \quad (7)$$

при $G_0 = g_n(n_{u0} - n_{l0})$, $\alpha = 2v_g g_n / p$.

В оригинальной третьей схеме происходит туннелирование с уровня инжектора (i) на верхний рабочий уровень (u), двух последовательных лазерных переходов ($u-m$ и $m-l$) и опустошения нижнего рабочего уровня (l) за счет туннелирования на уровень экстрактора (e) и резонансного испускания оптического фонона. При этом рабочее напряжение на одном каскаде близко к сумме двух энергий излучения и энергии продольного оптического фонона $2\hbar\omega + \hbar\omega_{LO}$.

Упрощенная система балансных уравнений в стационарном режиме для каскада с испусканием двух фотонов имеет вид

$$0 = -p(n_u - n_{u0}) - v_g g_n(n_u - n_m)S, \quad (8)$$

$$0 = -p(n_m - n_{m0}) + v_g g_n(n_u - n_m)S - v_g g_n(n_m - n_l)S, \quad (9)$$

$$0 = -p(n_l - n_{l0}) + v_g g_n(n_m - n_l)S, \quad (10)$$

где n_m и n_{m0} – населенность промежуточного лазерного уровня и его стационарное значение при $S = 0$. Усиление структуры составляет

$$G = g_n(n_u - n_m) + g_n(n_m - n_l) = \frac{G_0}{1 + \alpha S} \quad (11)$$

при $G_0 = g_n(n_{u0} - n_{l0})$, $\alpha = v_g g_n / p$.

Сравнивая выражения (7) и (11), получаем, что при одинаковых дифференциальных усилениях и вероятностях безызлучательных переходов коэффициент насыщения схемы $2\hbar\omega + \hbar\omega_{LO}$ в 2 раза меньше, чем в традиционной схеме $\hbar\omega + \hbar\omega_{LO}$. Можно показать, что в многофотонных схемах с увеличением числа испускаемых в каскаде фотонов эффект насыщения ослабевает.

Справедливость приведенного выше анализа подтверждается численными расчетами системы балансных уравнений (1) с вероятностями безызлучательных переходов и дифференциальными усилениями, определяемыми лазерной структурой. Населенности подзон на рис. 2 a, b демонстрируют поведение как для типичной 2-уровневой схемы лазерных переходов с активацией

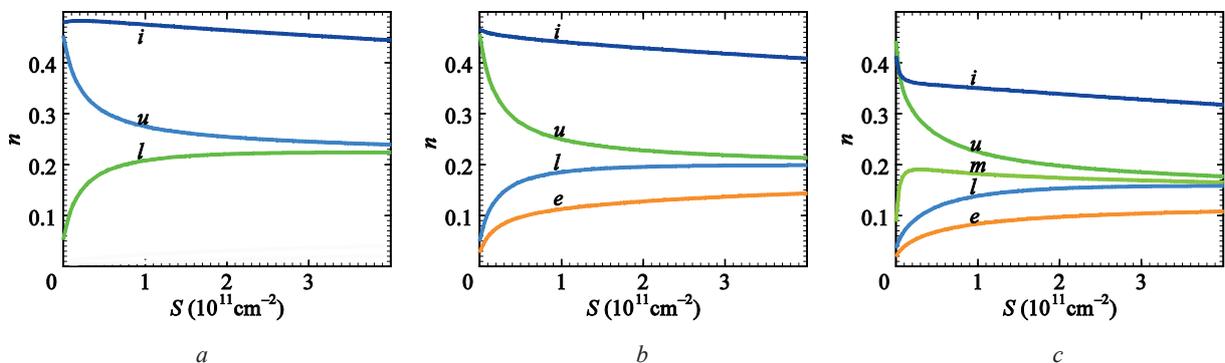


Рис. 2. Зависимости удельных населенностей энергетических уровней от плотности фотонов для ККЛ с периодом из двух [28] (a), трех [29] (b) и четырех КЯ ($2\hbar\omega$) (c)

Fig. 2. Dependences of the relative populations of energy levels on the photon density for a QCL with a period of 2 [28] (a), 3 [29] (b) and 4 QWs ($2\hbar\omega$) (c)

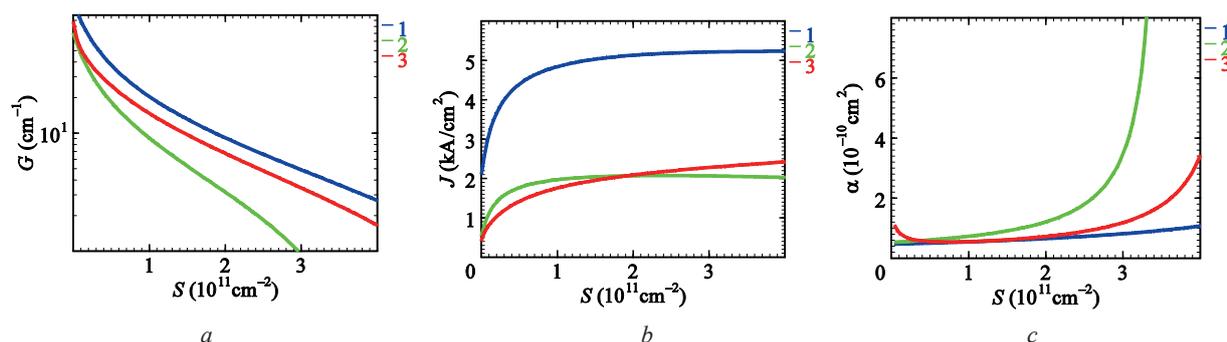


Рис. 3. Зависимость усиления G (a), плотности тока J (b) и параметра нелинейного усиления α (см. формулу (4)) (c) от плотности фотонов S для ККЛ с активной областью из двух (1, [29]), трех (2, [28]) и четырех КЯ в периоде (3, $2\hbar\omega$)

Fig. 3. Gain G (a), current density J (b), and nonlinear gain parameter α (see formula (4)) (c) as a function of photon density S for a QCL with an active region of 2 (1, [29]), 3 (2, [28]) and 4 QWs (3, $2\hbar\omega$) in the period

нижнего и деактивацией верхнего лазерных уровней с ростом плотности фотонов. Для 3-уровневой схемы (рис. 2, b) за счет 2-диагональных лазерных переходов $u-m$ и $m-l$ инверсия населенностей падает медленнее. При этом населенность промежуточного лазерного уровня (m) остается практически постоянной.

Результаты расчетов насыщения усиления для трех типов квантово-каскадных лазеров при $T = 77$ К представлены на рис. 3. В широком диапазоне изменения плотности фотонов S зависимость $G(S)$ не описывается формулой (4) с постоянным значением параметра нелинейности α . Расчетные плотности фотонов, при которых усиление равно коэффициенту потерь ~ 10 см^{-1} , составляют $S \approx 1,7 \cdot 10^{11}$ (2 КЯ, $\hbar\omega$), $0,8 \cdot 10^{11}$ (3 КЯ, $\hbar\omega$) и $1,4 \cdot 10^{11}$ см^{-2} (4 КЯ, $2\hbar\omega$). При изменении плотности фотонов от 10^{11} до $2 \cdot 10^{11}$ см^{-2} параметры нелинейности α изменяются в диапазонах $5,4-6,5 \cdot 10^{-11}$ см^2 (2 КЯ, $\hbar\omega$), $7,3-12 \cdot 10^{-11}$ см^2 (3 КЯ, $\hbar\omega$), $5,5-7,2 \cdot 10^{-11}$ см^2 (4 КЯ, $2\hbar\omega$). Предложенный оригинальный 2-фотонный дизайн с периодом из четырех КЯ показывает близкие коэффициенты нелинейности к однофотонной структуре с двумя квантовыми ямами с прямым каналом опустошения нижнего лазерного уровня, но обладает в 3 раза меньшей плотностью тока накачки (1,9 против 5,3 $\text{кА}/\text{см}^2$). Структуры с каналом опустошения нижнего лазерного уровня через дополнительный экстракторный уровень с тремя и четырьмя КЯ имеют близкие рабочие токи, но однофотонный дизайн с тремя КЯ обладает коэффициентом нелинейности α на 33–67 % больше, чем у предложенного 2-фотонного дизайна с четырьмя КЯ.

Заключение. Таким образом, на основе системы балансных уравнений проанализирован эффект насыщения усиления в квантово-каскадных структурах с активной областью из 2–4 КЯ в периоде. Показано, что параметр нелинейности уменьшается при увеличении скорости релаксации лазерных уровней, но при этом растет полный ток через структуру. Использование предложенных многофотонных дизайнов приводит к уменьшению параметра нелинейности без увеличения рабочего тока. Многофотонные дизайны лазерных переходов перспективны для получения непрерывного режима генерации AlGaAs квантово-каскадных структур в диапазоне до 3 ТГц.

Список использованных источников

1. Оптические свойства четырехуровневого квантового генератора / Ю. А. Ананьев [и др.] // Докл. АН СССР. – 1963. – Т. 150, № 3. – С. 507–510.
2. Методы расчета оптических квантовых генераторов / под ред. Б. И. Степанова. – Минск: Наука и техника, 1968. – Т. 1. – 483 с.
3. Schulz-Dubois, E. O. Pulse Sharpening and Gain Saturation in Traveling-Wave Masers / E. O. Schulz-Dubois // Bell Syst. Tech. J. – 1964. – Vol. 43, № 2. – P. 625–658. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1964.tb00999.x>
4. Rigrod, W. W. Saturation Effects in High Gain Lasers / W. W. Rigrod // J. Appl. Phys. – 1965. – Vol. 36, № 8. – P. 2487–2490. <https://doi.org/10.1063/1.1714517>
5. Кононенко, В. К. Эффект насыщения в полупроводниковых усилителях света и фильтрах / В. К. Кононенко, В. П. Грибковский // Оптика и спектроскопия. – 1970. – Т. 29, № 5. – С. 975–984.

6. Грибковский, В. П. Теория поглощения и испускания света в полупроводниках / В. П. Грибковский. – Минск: Наука и техника, 1975. – 464 с.
7. Грибковский, В. П. Полупроводниковые лазеры / В. П. Грибковский. – Минск: Университетское, 1988. – 304 с.
8. Кононенко, В. К. О насыщении поглощения в области хвостов плотности состояний / В. К. Кононенко // Журн. приклад. спектроскопии. – 1984. – Т. 41, № 6. – С. 106–110.
9. Gaponenko, S. V. Saturation of absorption in zinc selenide / S. V. Gaponenko, L. G. Zimin, N. K. Nikeenko // J. Appl. Spectrosc. – 1984. – Vol. 40, № 2. – P. 198–201. <https://doi.org/10.1007/BF00660261>
10. Homogeneous gain saturation in GaAs/AlGaAs quantum well lasers / E. O. Göbel [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1985. – Vol. 47, № 8. – P. 781–783. <https://doi.org/10.1063/1.96036>
11. Kononenko, V. K. Nonlinear Absorption in Quantum-Size Heterostructures / V. K. Kononenko // Phys. Status Solidi B. – 1988. – Vol. 150, № 2. – P. 695–698. <https://doi.org/10.1002/pssb.2221500256>
12. Кононенко, В. К. Насыщение усиления в квантоворазмерных гетероструктурах / В. К. Кононенко, И. С. Манак, Э. Р. Фурунжиев // Журн. приклад. спектроскопии. – 1997. – Т. 64, № 6. – С. 797–800.
13. Tunable absorption and electroluminescence in GaAs doping superlattices / G. Hasnain [et al.] // Superlattices & Microstructures. – 1987. – Vol. 3, № 3. – P. 277–282. [https://doi.org/10.1016/0749-6036\(87\)90072-3](https://doi.org/10.1016/0749-6036(87)90072-3)
14. Renn, M. Effect of random impurity distribution on the luminescence of n-i-p-i doping superlattices / M. Renn, C. Metzner, G. H. Döhler // Phys. Rev. B. – 1993. – Vol. 48, № 15. – P. 11220–11227. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.48.11220>
15. Disorder effects on luminescence in δ -doped n-i-p-i superlattices / C. Metzner [et al.] // Phys. Rev. B. – 1995. – Vol. 51, № 8. – P. 5106–5115. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.51.5106>
16. Ушаков, Д. В. Нелинейные оптические процессы в легированных полупроводниковых сверхрешетках / Д. В. Ушаков, В. К. Кононенко, И. С. Манак // Журн. приклад. спектроскопии. – 2001. – Т. 68, № 4. – С. 501–505.
17. Ushakov, D. V. Saturation of absorption in n-i-p-i crystals // D. V. Ushakov, V. K. Kononenko, I. S. Manak // SPIE Proc. – 2001. – Vol. 4358. – P. 171–174. <https://doi.org/10.1117/12.418850>
18. Кононенко, В. К. Влияние насыщения усиления на выходные мощностные характеристики гетероструктур типа фотонных кристаллов / В. К. Кононенко, А. Г. Смирнов, Д. В. Ушаков // Изв. РАН, Сер. физическая. – 2004. – Т. 68, № 1. – С. 128–131.
19. Фотонные гетероструктуры на полупроводниковых легированных сверхрешетках / В. К. Кононенко [и др.] // Вестн. ФФИ. – 2005. – Т. 34, № 4. – С. 54–75.
20. Ushakov, D. V. Nonlinearities in the reflection and transmission spectra of the photonic bandgap heterostructures with n-i-p-i crystals / D. V. Ushakov, V. K. Kononenko, M. Marciniak // Opt. Quant. Electron. – 2007. – Vol. 39, № 4–6. – P. 431–439. <https://doi.org/10.1007/s11082-007-9083-7>
21. Chanin, D. J. Effect of gain saturation on injection laser switching / D. J. Chanin // J. Appl. Phys. – 1979. – Vol. 50, № 6. – P. 3858–3860. <https://doi.org/10.1063/1.326510>
22. Schatz, R. Dynamics of Spatial Hole Burning Effects in DFB Lasers / R. Schatz // IEEE J. Quant. Electron. – 1995. – Vol. 31, № 11. – P. 1981–1993. <https://doi.org/10.1109/3.469279>
23. Huang, J. Gain and saturation in semiconductor lasers / J. Huang, L. W. Casperson // Opt. Quant. Electron. – 1993. – Vol. 25, № 6. – P. 369–390. <https://doi.org/10.1007/BF00420579>
24. Agrawal, G. P. Gain nonlinearities in semiconductor lasers: Theory and application to distributed feedback lasers / G. P. Agrawal // IEEE J. Quant. Electron. – 1987. – Vol. 23, № 6. – P. 860–868. <https://doi.org/10.1109/jqe.1987.1073406>
25. Agrawal, G. P. Spectral hole burning and gain saturation in semiconductor lasers: Strong signal theory / G. P. Agrawal // J. Appl. Phys. – 1988. – Vol. 63, № 4. – P. 1232–1235. <https://doi.org/10.1063/1.339990>
26. Quantum cascade lasers with double metal-semiconductor waveguide resonators / K. Unterrainer [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2002. – Vol. 80, № 17. – P. 3060–3062. <https://doi.org/10.1063/1.1469657>
27. Terahertz quantum cascade lasers operating up to ~ 200 K with optimized oscillator strength and improved injection tunneling / S. Fathololoumi [et al.] // Opt. Express. – 2012. – Vol. 20, № 4. – P. 3866–3876. <https://doi.org/10.1364/OE.20.003866>
28. Kumar, S. 186 K operation of terahertz quantum-cascade lasers based on a diagonal design / S. Kumar, Q. Hu, J. L. Reno // Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol. 94, № 13. – P. 131105. <https://doi.org/10.1063/1.3114418>
29. Thermoelectrically cooled THz quantum cascade laser operating up to 210 K / L. Bosco [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 2019. – Vol. 115, № 1. – P. 010601. <https://doi.org/10.1063/1.5110305>
30. Ушаков, Д. В. Двухпериодная модель расчета населенностей уровней подзон многопериодных квантово-каскадных сверхрешеточных структур / Д. В. Ушаков, И. С. Манак // Журн. приклад. спектроскопии. – 2007. – Т. 74, № 6. – С. 801–804.
31. Моделирование квантово-каскадных лазеров терагерцового диапазона частот методом балансных уравнений на основе базиса волновых функций со сниженными дипольными моментами туннельно-связанных состояний / Д. В. Ушаков [и др.] // Квантовая электроника. – 2019. – Т. 49, № 10. – С. 913–918.
32. HgCdTe-based quantum cascade lasers operating in the GaAs phonon Reststrahlen band predicted by the balance equation method / D. Ushakov [et al.] // Opt. Express. – 2020. – Vol. 28, № 17. – P. 25371–25382. <https://doi.org/10.1364/OE.398552>

References

1. Ananiev Yu. A., Gribkovsky V. P., Mak A. A., Stepanov B. I. Optical properties of a four-level quantum generator. *Doklady Akademii nauk SSSR = Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 1963, vol. 150, no. 3, pp. 507–510 (in Russian).
2. *Methods for Calculating Optical Quantum Generators*. Ed. B. I. Stepanov. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1968, vol. 1. 483 p. (in Russian).

3. Schulz-Dubois E. O. Pulse Sharpening and Gain Saturation in Traveling-Wave Masers. *Bell System Technical Journal*, 1964, vol. 43, no. 2, pp. 625–658. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1964.tb00999.x>
4. Rigrod W. W. Saturation Effects in High Gain Lasers. *Journal of Applied Physics*, 1965, vol. 36, no. 8, pp. 2487–2490. <https://doi.org/10.1063/1.1714517>
5. Kononenko V. K., Gribkovskii V. P. Effect of saturation in semiconductor light amplifiers and filters. *Optika i spektroskopiya = Optics and Spectroscopy*, 1970, vol. 29, no. 5, pp. 975–984 (in Russian).
6. Gribkovskii V. P. *Theory of Absorption and Emission of Light in Semiconductors*. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1975. 464 p. (in Russian).
7. Gribkovskiy V. P. *Semiconductor Lasers*. Minsk, Universitetskoe Publ., 1988. 304 p. (in Russian).
8. Kononenko V. K. Absorption saturation in the region of the tails of the state density. *Journal of Applied Spectroscopy*, 1984, vol. 41, no. 1, pp. 820–823. <https://doi.org/10.1007/BF00657701>
9. Gaponenko S. V., Zimin L. G., Nikeenko N. K. Saturation of absorption in zinc selenide. *Journal of Applied Spectroscopy*, 1984, vol. 40, no. 2, pp. 198–201. <https://doi.org/10.1007/BF00660261>
10. Göbel E. O., Höger R., Kuhl J., Polland H. J., Ploog K. Homogeneous gain saturation in GaAs/AlGaAs quantum well lasers. *Journal of Applied Physics*, 1985, vol. 47, no. 8, pp. 781–783. <https://doi.org/10.1063/1.96036>
11. Kononenko V. K. Nonlinear Absorption in Quantum-Size Heterostructures. *Physica Status Solidi B*, 1988, vol. 150, no. 2, pp. 695–698. <https://doi.org/10.1002/pssb.2221500256>
12. Kononenko V. K., Manak I. S., Furunzhiev É. R. Gain saturation in quantum-well heterostructures. *Journal of Applied Spectroscopy*, 1997, vol. 64, no. 6, pp. 813–817. <https://doi.org/10.1007/BF02678866>
13. Hasnain G., Chang-Hasnain C. J., Döhler G. H., Miller J. N., Johnson N. M., Whinnery J. R., Dienes A. Tunable absorption and electroluminescence in GaAs doping superlattices. *Superlattices & Microstructures*, 1987, vol. 3, no. 3, pp. 277–282. [https://doi.org/10.1016/0749-6036\(87\)90072-3](https://doi.org/10.1016/0749-6036(87)90072-3)
14. Renn M., Metzner C., Döhler G. H. Effect of random impurity distribution on the luminescence of n-i-p-i doping superlattices. *Physical Review B*, 1993, vol. 48, no. 15, pp. 11220–11227. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.48.11220>
15. Metzner C., Schrüfer K., Wieser U. [et al.]. Disorder effects on luminescence in δ -doped n-i-p-i superlattices. *Physical Review B*, 1995, vol. 51, no. 8, pp. 5106–5115. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.51.5106>
16. Ushakov D. V., Kononenko V. K., Manak I. S. Nonlinear optical properties in semiconductor doping superlattices. *Journal of Applied Spectroscopy*, 2001, vol. 68, no. 4, pp. 656–662. <https://doi.org/10.1023/A:1012586425501>
17. Ushakov D. V., Kononenko V. K., Manak I. S. Saturation of absorption in n-i-p-i crystals. *SPIE Proceedings*, 2001, vol. 4358, pp. 171–174. <https://doi.org/10.1117/12.418850>
18. Kononenko V. K., Smirnov A. G., Ushakov D. V. Influence of gain saturation on output power characteristics of the photonic crystal type heterostructures. *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Seriya Fizicheskaya = Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, 2004, vol. 68, no. 1, pp. 127–130 (in Russian).
19. Kononenko V. K., Smirnov A. G., Ushakov D. V., Nefedov I. S. Photon Heterostructures on Semiconductor Doping Superlattices. *Vestnik fonda fundamental'nykh issledovaniy = Bulletin of the Foundation of Fundamental Research*, 2005, vol. 34, no. 4, pp. 54–75 (in Russian).
20. Ushakov D. V., Kononenko V. K., Marciniak M. Nonlinearities in the reflection and transmission spectra of the photonic bandgap heterostructures with n-i-p-i crystals. *Optical and Quantum Electronics*, 2007, vol. 39, no. 4–6, pp. 431–439. <https://doi.org/10.1007/s11082-007-9083-7>
21. Chanin D. J. Effect of gain saturation on injection laser switching. *Journal of Applied Physics*, 1979, vol. 50, no. 6, pp. 3858–3860. <https://doi.org/10.1063/1.326510>
22. Schatz R. Dynamics of Spatial Hole Burning Effects in DFB Lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1995, vol. 31, no. 11, pp. 1981–1993. <https://doi.org/10.1109/3.469279>
23. Huang J., Casperson L.W. Gain and saturation in semiconductor lasers. *Optical and Quantum Electronics*, 1993, vol. 25, no. 6, pp. 369–390. <https://doi.org/10.1007/BF00420579>
24. Agrawal G. P. Gain nonlinearities in semiconductor lasers: Theory and application to distributed feedback lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1987, vol. 23, no. 6, pp. 860–868. <https://doi.org/10.1109/jqe.1987.1073406>
25. Agrawal G. P. Spectral hole burning and gain saturation in semiconductor lasers: Strong signal theory. *Journal of Applied Physics*, 1988, vol. 63, no. 4, pp. 1232–1235. <https://doi.org/10.1063/1.339990>
26. Unterrainer K., Colombelli R., Gmachl C., Capasso F., Hwang H., Sergent A., Sivco D., and Cho A. Quantum cascade lasers with double metal-semiconductor waveguide resonators. *Applied Physics Letters*, 2002, vol. 80, no. 17, pp. 3060–3062. <https://doi.org/10.1063/1.1469657>
27. Fatholouloumi S., Dupont E., Chan C. W. I., Wasilewski Z. R., Laframboise S. R., Ban D., Mátyás A., Jirauschek C., Hu Q., and Liu H. C. Terahertz quantum cascade lasers operating up to ~ 200 K with optimized oscillator strength and improved injection tunneling. *Optics Express*, 2012, vol. 20, no. 4, pp. 3866–3876. <https://doi.org/10.1364/OE.20.003866>
28. Kumar S., Hu Q., Reno J. L. 186 K operation of terahertz quantum-cascade lasers based on a diagonal design. *Applied Physics Letters*, 2009, vol. 94, no. 13, pp. 131105. <https://doi.org/10.1063/1.3114418>
29. Bosco L., Franckić M., Scaliari G., Beck M., Wacker A., Faist J. Thermoelectrically cooled THz quantum cascade laser operating up to 210 K. *Applied Physics Letters*, 2019, vol. 115, no. 1, pp. 010601. <https://doi.org/10.1063/1.5110305>
30. Ushakov D. V., Manak I. S. Two-period model for calculation of level populations in subbands of multi-period quantum-cascade superlattice structures. *Journal of Applied Spectroscopy*, 2007, vol. 74, no. 6, pp. 892–896. <https://doi.org/10.1007/s10812-007-0138-0>

31. Ushakov D. V., Afonenko A. A., Dubinov A. A., Gavrilenko V. I., Volkov O. Yu., Shchavruk N. V., Ponomarev D. S., Khabibullin R. A. Balance-equation method for simulating terahertz quantum-cascade lasers using a wave-function basis with reduced dipole moments of tunnel-coupled states. *Quantum Electronics*, 2019, vol. 49, no. 10, pp. 913–918. <https://doi.org/10.1070/QEL17068>

32. Ushakov D., Afonenko A., Khabibullin R., Ponomarev D., Aleshkin V., Morozov S., Dubinov A. HgCdTe-based quantum cascade lasers operating in the GaAs phonon Reststrahlen band predicted by the balance equation method. *Optics Express*, 2020, vol. 28, no. 17, pp. 25371–25382. <https://doi.org/10.1364/OE.398552>

Информация об авторах

Ушаков Дмитрий Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент, декан факультета радиоп физики и компьютерных технологий, Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: UshakovDV@bsu.by

Афоненко Александр Анатольевич – доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой квантовой радиоп физики и оптоэлектроники, Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь). E-mail: afonenko@bsu.by

Хабибуллин Рустам Анварович – кандидат физико-математических наук, ученый секретарь, Институт сверхвысокочастотной полупроводниковой электроники имени В. Г. Мокерова Российской академии наук (Нагорный проезд, 7, стр. 5, 117105, Москва, Российская Федерация). E-mail: khabibullin@isvch.ru

Кононенко Валерий Константинович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры квантовой радиоп физики и оптоэлектроники, Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь).

Манак Иван Степанович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры квантовой радиоп физики и оптоэлектроники, Белорусский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Республика Беларусь).

Information about the authors

Dmitrii V. Ushakov – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Dean of the Faculty of Radiophysics and Computer Technologies, Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: UshakovDV@bsu.by

Alexander A. Afonenko – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Head of the Department of Quantum Radiophysics and Optoelectronics, Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: afonenko@bsu.by

Rustam A. Khabibullin – Ph. D. (Physics and Mathematics), Senior Researcher, V. G. Mokerov Institute of Ultra-high Frequency Semiconductor Electronics of Russian Academy of Sciences (7, building 5, Nagorny proezd, 117105, Moscow, Russian Federation). E-mail: khabibullin@isvch.ru

Valerii K. Kononenko – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Professor of the Department of Quantum Radiophysics and Optoelectronics, Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus).

Ivan S. Manak – Ph. D. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Quantum Radiophysics and Optoelectronics, Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus).