

ISSN 1561-2430 (Print)

ISSN 2524-2415 (Online)

УДК 537.533.79, 621.385.69

<https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-1-64-76>

Поступила в редакцию 27.10.2020

Received 27.10.2020

С. В. Анищенко, В. Г. Барышевский, И. В. Мороз, А. А. Ровба*Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь***РАДИАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ, ДВИЖУЩЕГОСЯ В ДВУСВЯЗНОМ РЕЗОНАТОРЕ**

Аннотация. Рассмотрено развитие радиационной неустойчивости в двусвязном несимметричном резонаторе для релятивистского случая с учетом объемного заряда пучка. В приближении малого сигнала получены выражения для потери энергии частицей, пролетающей через резонатор, и величины модуляции тока пучка. На основании аналитических и численных расчетов показано, что симметричная конфигурация обеспечивает наибольшую скорость развития неустойчивости. Установлено, что с ростом начальной энергии электронов величина модуляции тока пучка и эффективность передачи энергии от частиц электромагнитному полю убывают. Увеличение плотности пучка вносит положительный эффект в развитие радиационной неустойчивости. Полученные результаты важно учитывать при разработке генераторов электромагнитного излучения либо системы модулирования тока пучка на базе двусвязного резонатора.

Ключевые слова: модуляция электронного пучка, радиационная неустойчивость пучка, объемный заряд, генерация электромагнитного излучения, сверхвысокочастотное излучение, двусвязный резонатор

Для цитирования. Радиационная неустойчивость релятивистского пучка электронов, движущегося в двусвязном резонаторе / С. В. Анищенко [и др.] // Вестн. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 2021. – Т. 57, № 1. – С. 64–76. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-1-64-76>

Sergei V. Anishchenko, Vladimir G. Baryshevsky, Illia V. Maroz, Anatoli A. Rouba*Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University, Minsk, Belarus***RADIATION INSTABILITY OF A RELATIVISTIC ELECTRON BEAM MOVING IN A SPLIT RESONATOR**

Annotation. In this paper, we considered the radiation instability in a split asymmetric resonator for the relativistic case assuming the space charge of the beam. In the small-signal approximation, expressions for the energy loss by a particle passing through the resonator and for the beam current modulation are obtained. Based on analytical and numerical calculations, it is shown that the symmetric configuration provides the highest growth rate of instability. It is found that with the increase of the initial electron energy, the modulation of the beam current as well as the efficiency of the energy transfer from particles to the electromagnetic field decrease. The increase of the beam density has a positive effect on the radiation instability. The results obtained have to be taken into account when developing generators of electromagnetic radiation or a system for modulating the beam current based on a split resonator.

Keywords: modulation of an electron beam, radiation instability of a beam, space charge, generation of electromagnetic radiation, microwave radiation, split resonator

For citation. Anishchenko S. V., Baryshevsky V. G., Maroz I. V., Rouba A. A. Radiation instability of a relativistic electron beam moving in a split resonator. *Vestsi Natsyianal'nai akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2021, vol. 57, no. 1, pp. 64–76 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2021-57-1-64-76>

Введение. Микроволновое электромагнитное излучение используется в различных областях науки и техники. С его помощью осуществляют нагрев плазмы, радиолокацию быстро движущихся объектов, ускоряют заряженные частицы и т. д. Широким применением микроволнового излучения обуславливается постоянно растущий интерес к созданию и усовершенствованию генераторов, работающих в микроволновом диапазоне.

В 1992 г. М. Мардер [1] предложил устройство для генерации микроволнового излучения. Ключевым элементом генератора является двусвязный (расщепленный) резонатор, в котором обеспечивается модуляция сильноточного пучка электронов по скоростям и энергиям на малой длине пролета частиц. Это позволяет создавать источники излучения без магнитной системы проводки пучка. В основе работы генератора Мардера лежат времяпролетные эффекты,

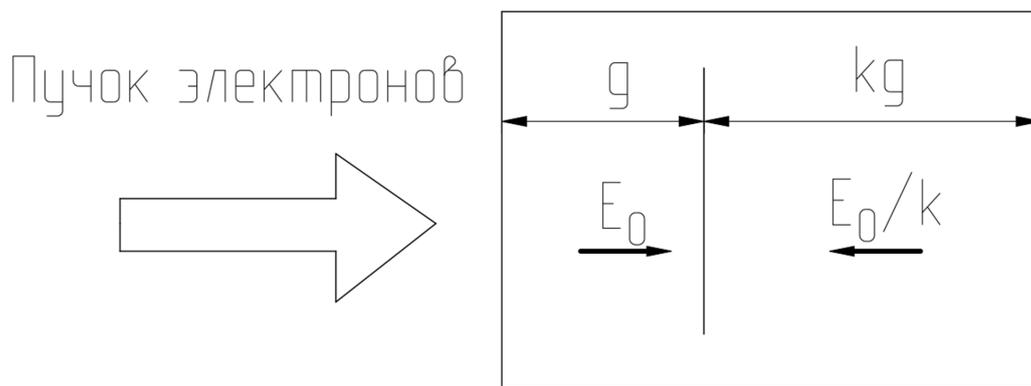


Рис. 1. Схематическое изображение резонатора

Fig. 1. Scheme of the resonator

возникающие при взаимодействии электронного потока с электромагнитным полем моды двусвязного резонатора. Согласно [1], в результате такого взаимодействия развивается радиационная неустойчивость электронного пучка, и он становится модулированным. Следует отметить, что структура электромагнитного поля в генераторе дает возможность обеспечить эффективное взаимодействие излучения с пучком, поперечное сечение которого соизмерно площади сетки (рис. 1). Теоретические и экспериментальные работы [1–9] показали, что генератор Мардера обладает рядом существенных преимуществ, к которым, помимо отсутствия магнитов, можно отнести широкие интервалы рабочих токов, простоту конструкции, изготовления и настройки.

За некоторым исключением теоретическое исследование работы генератора производилось в нерелятивистском приближении. Релятивистскому рассмотрению процесса излучения посвящена статья [2]. В ней было показано, что с ростом энергии электронов эффективность генератора падает. Целью настоящей работы является дальнейшее развитие релятивистской теории генератора Мардера.

Нами исследовано развитие радиационной неустойчивости в релятивистском генераторе с неравными по длине секциями. Получены аналитические выражения для изменения энергии электронов на выходе из резонатора и амплитуды переменной составляющей тока пучка. Численно проанализировано влияние объемного заряда пучка на эффективность модуляции. Получена оценка времени нарастания поля в резонаторе.

Взаимодействие заряженных частиц с электромагнитным полем в резонаторах. Рассмотрим цилиндрический резонатор, разделенный на две части (секции) прозрачной для частиц проводящей сеткой или фольгой (см. рис. 1). Электродинамическая связь между частями резонатора обеспечивается благодаря наличию зазора между разделительной сеткой и боковой стенкой. Такой резонатор обладает дополнительным набором собственных мод по сравнению с полым резонатором такого же размера. Одна из этих мод является *рабочей модой* исследуемого генератора. В секциях резонатора продольные компоненты электрического поля рабочей моды направлены в противоположные стороны (рис. 2).

Вдоль оси симметрии цилиндрического резонатора движется электронный пучок, который взаимодействует с рабочей модой. Под действием продольной компоненты электрического поля происходит модуляция электронного пучка по скоростям и изменяется кинетическая энергия частиц, покидающих резонатор. Если это изменение оказывается отрицательной величиной, то происходит эффективная передача энергии от заряженных частиц к электромагнитному полю и развивается радиационная неустойчивость. В начале процесса генерации электромагнитное поле в резонаторе возникает благодаря спонтанному переходному излучению.

Возбуждение электронным пучком рабочей моды резонатора с секциями одинаковой длины в приближении малого сигнала было подробно рассмотрено в работах [1, 2]. Это приближение применимо для слабых полей и, следовательно, описывает начальную стадию работы генератора.

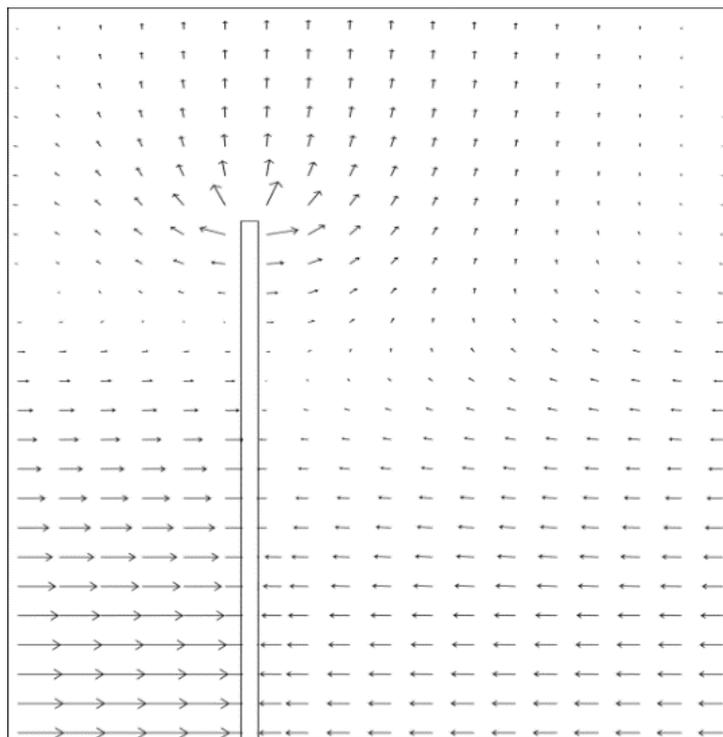


Рис. 2. Распределение продольной компоненты электрического поля

Fig. 2. Distribution of the longitudinal component of the electric field

Теперь в приближении малого сигнала исследуем радиационную неустойчивость релятивистского пучка в резонаторе с неравными по длине секциями. Основной целью является установление значений параметров, при которых передача энергии от частиц полю идет наиболее эффективно и обеспечивается наиболее быстрый рост поля в резонаторе.

Для резонатора с неравными секциями структура рабочей моды колебаний была установлена с помощью пакета программ Superfish [10]. Численные расчеты показали, что продольная компонента электрического поля E , действующая на отдельно взятый электрон, движущийся вблизи оси резонатора, с хорошей степенью точности описывается выражением

$$E = \begin{cases} E_0 \sin(\omega t + \theta), & z < g, \\ -\frac{E_0 \sin(\omega t + \theta)}{k}, & z \geq g, \end{cases} \quad (1)$$

где θ – фаза электромагнитного поля в момент влета частицы в область взаимодействия, g – длина первой секции, k – отношение длин двух секций, z – координата частицы, ω – частота рабочей моды, которая задается геометрией резонатора, E_0 – амплитуда поля излучения. Время t отсчитывается от момента влета частицы в резонатор. Обратим внимание, что при пересечении частицей разделительной сетки электрическое поле, действующее на нее, меняет знак и изменяется по абсолютному значению в $1/k$ раз.

Найдем усредненное по фазам θ изменение кинетической энергии электронов ΔK под действием поля E и нормируем полученное значение на начальную энергию частиц и энергию поля в резонаторе. С точностью до несущественного множителя полученное значение равно

$$\Delta K = \frac{1}{2\pi\epsilon^2 x \left(1 + \frac{1}{k}\right)} \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{(\beta\gamma)^2 + 1} - \gamma_0}{\gamma_0} d\theta, \quad (2)$$

где $\beta = v/c$, v – скорость частиц на выходе из резонатора, которая находится из решения уравнения движения, v_0 – начальная скорость частицы, c – скорость света в вакууме, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ – гамма-фактор частицы на выходе из резонатора, γ_0 – гамма-фактор частицы на входе в область взаимодействия, $\varepsilon = \frac{eE_0}{m_e c \omega}$ – безразмерная напряженность электрического поля, m_e – масса частицы, e – элементарный заряд, $x = \frac{\omega T_0}{2\pi}$ – безразмерная длина секции, $T_0 = \frac{g}{v_0}$ – время пролета первой

секции в отсутствие полей. В используемом приближении полагается, что безразмерная амплитуда поля ε мала ($\varepsilon \ll 1$). Выбор нормировки ΔK на энергию поля в резонаторе обусловлен тем, что основной целью исследования является определение условий, при которых наблюдается наиболее быстрый рост модулирующего поля в резонаторе. При использовании указанной нами нормировки величина ΔK оказывается пропорциональной инкременту неустойчивости.

Для расчета ΔK необходимо найти скорости частиц на выходе из резонатора. Для этого последовательно решим уравнения движения частиц в двух секциях. Уравнения движения и начальные условия для частиц в первой секции можно записать в виде

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = -eE_0 \sin(\omega t + \theta), \\ z|_{t=0} = 0, \\ p|_{t=0} = p_0, \end{cases} \quad (3)$$

где p – импульс частицы в момент времени t , p_0 – начальный импульс частицы. Проинтегрировав выражение (3) и разделив на cm_e , получим

$$\beta\gamma = \beta_0\gamma_0 + \varepsilon(\cos(\omega t + \theta) - \cos(\theta)) = F_0. \quad (4)$$

Следует заметить, что величина ε введена иначе, чем в работах [1, 2]. Разрешим уравнение (4) относительно скорости частицы. Поскольку частица движется в положительном направлении z , получим

$$z = \int_0^t \frac{cF_0}{\sqrt{1+F_0^2}} dt'. \quad (5)$$

В приближении малого сигнала ($\varepsilon \ll 1$) время пролета частицей первой секции дается выражением

$$T_1 = T_0 + \frac{\varepsilon [T_0 \omega \cos(\theta) + \sin(\theta) - \sin(T_0 \omega + \theta)]}{\gamma_0^3 \beta_0 \omega}. \quad (6)$$

Для второй секции длиной kg уравнения движения и начальные условия аналогичны. Только теперь начальной скоростью каждой частицы будет ее скорость v_1 при влете во вторую секцию. При этом фаза в момент влета равна $(\omega T_1 + \theta)$. В результате для ΔK получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \Delta K = & -\frac{1}{\gamma_0^4 kL} \left\{ -1 - k - k^2 + k(1+k) \cos\left(\frac{2\pi L}{1+k}\right) + (1+k) \cos\left(\frac{2k\pi L}{1+k}\right) + \right. \\ & \left. + k \left(-\cos(2\pi L) + \pi L \left[\sin\left(\frac{2\pi L}{1+k}\right) + \sin\left(\frac{2k\pi L}{1+k}\right) - \sin(2\pi L) \right] \right) \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $L = x(1+k)$ – безразмерная длина системы.

При переходе к симметричному резонатору (7) существенно упрощается

$$\Delta K_{k=1} = -\frac{8}{\gamma_0^4 L} \left\{ \pi L \cos\left(\frac{\pi L}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi L}{2}\right) \right\} \sin^3\left(\frac{\pi L}{2}\right). \quad (8)$$

Выражение (8) совпадает с приведенным в [1] с точностью до коэффициента $\frac{1}{2\gamma_0^4}$. Множитель $\frac{1}{2}$ возникает из-за различия в нормировке ΔK и определении ε , а $\frac{1}{\gamma_0^4}$ – вследствие релятивизма.

Наличие коэффициента $\frac{1}{2\gamma_0^4}$ в выражениях (7) и (8) свидетельствует об уменьшении потерь энергии с ростом лоренц-фактора γ_0 . Следовательно, генератор Мардера подходит для работы со слабо и умеренно релятивистскими пучками.

Не теряя общности, дальнейшие вычисления будем производить при фиксированном значении $\beta = 0,1$. Как следует из зависимости ΔK от L и k , изображенной на рис. 3, существуют такие значения параметров L_0 и k_0 , при которых потери энергии максимальны: $L_0 = 0,53$ и $k_0 = 1$. Обратим внимание, что условие $k_0 = 1$ отвечает резонатору с равными длинами секций. При фиксированной длине резонатора $L_0 = 0,53$ перемещение разделительной сетки в сторону от симметричного положения (рис. 4, *a*) приводит к незначительным изменениям ΔK . Если же сохранять симметричную конфигурацию резонатора ($k = 1$), то наблюдается существенное уменьшение ΔK при отклонении длины L от оптимального значения $L_0 = 0,53$ (рис. 4, *b*).

Потери энергии частицами наблюдаются в широком диапазоне изменений параметра L , что при фиксированной длине первой секции резонатора g дает возможность развития радиационной неустойчивости пучка в достаточно широком диапазоне энергий электронов (рис. 5).

Следует отметить, что при нерелятивистских энергиях частиц оптимальная длина резонатора $\frac{2\pi\nu_0 L_0}{\omega} \approx \frac{3,3\nu_0}{\omega}$, настроенного на частоту ω , падает с уменьшением начальной скорости частиц ν_0 . Следовательно, при очень низких энергиях электронов продольные размеры системы, соответствующие максимальным потерям энергии, будут малы. Малая длина резонатора способствует быстрому перекрытию электродинамической структуры плазмы, образованной взаимодействием пучка с торцевыми фольгами, и срыву генерации. Кроме того, при низких энергиях будут наблюдаться большие потери энергии электронов в фольгах резонатора. В ультрарелятивистском случае $\gamma_0 \gg 1$ заметно уменьшается энергия, переданная от частиц полю, а также существенно увеличиваются поля, необходимые для эффективной модуляции электронного пучка.

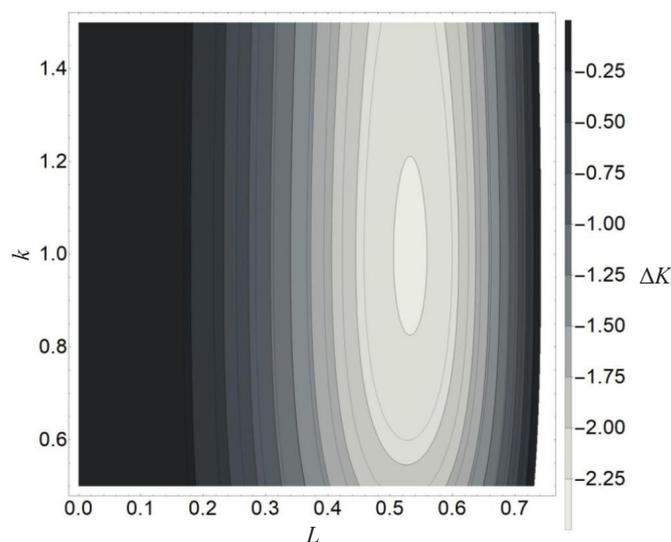


Рис. 3. Зависимость потерь энергии электрона от размера резонатора L и соотношения длин секций k

Fig. 3. Dependence of the electron energy loss on the cavity size L and the section lengths ratio k

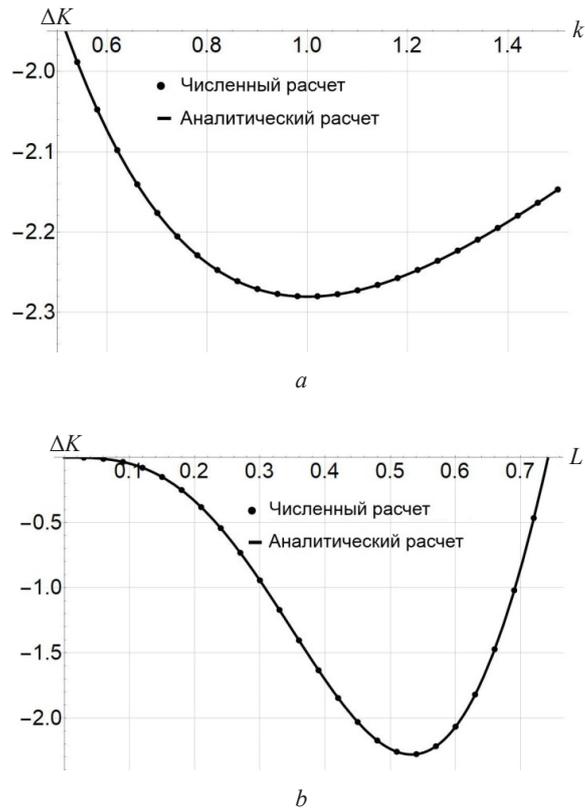


Рис. 4. Зависимость потерь энергии электрона: *a* – от соотношения длин секций k при $L = 0,53$; *b* – от размера резонатора L при $k = 1$

Fig. 4. Dependence of the electron energy loss on (a) the section lengths ratio k when $L = 0,53$, and (b) the cavity size L when $k = 1$

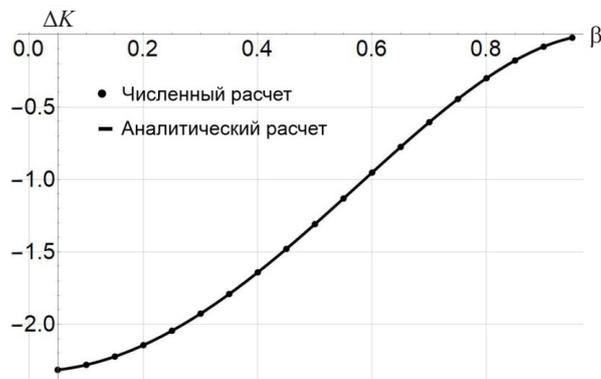


Рис. 5. Зависимость потерь энергии электрона от начальной скорости электрона β при $L = 0,53$ и $k = 1$

Fig. 5. Dependence of the electron energy loss on the initial electron velocity β when $L = 0,53$ and $k = 1$

Для получения большей выходной мощности при фиксированной конфигурации системы необходимо увеличивать ток пучка. Это приведет к возрастанию плотности тока и, следовательно, собственного поля пучка. По этой причине необходимо при исследовании поведения энергетических потерь электрона учитывать объемный заряд электронов.

Будем считать, что пучок однороден по сечению, и только продольная компонента электрического поля пучка отлична от нуля. В этом случае уравнения движения и начальные условия будут иметь вид

$$\frac{dp}{dt} = -eE_0 \sin(\omega t + \theta) + \frac{m_e g \omega_p^2}{2} \left(\frac{2z}{g} - 1 \right),$$

$$\begin{cases} z|_{t=0} = 0, \\ p|_{t=0} = p_0, \end{cases} \tag{9}$$

где $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$ – плазменная частота, n_e – концентрация электронов, ϵ_0 – электрическая постоянная. Для дальнейшего анализа введем безразмерную величину $S = \frac{\omega_p}{\omega}$, характеризующую плотность тока в системе. Основываясь на приведенных выше результатах, найдем оптимальные значения параметров системы (L, k, S), при которых наблюдаются максимальные потери энергии частицами. Исследование будем проводить вблизи значений $L_0 = 0,53$ и $k_0 = 1$. Результаты численного решения уравнения (9) приведены на рис. 6 и 7. При небольших значениях S параметры L и k , соответствующие наибольшим потерям энергии, практически не изменяются. Так, $S = 0,3$ и $S = 0,5$, безразмерные длины равны $L_{0,3} = 0,52$ и $L_{0,5} = 0,50$ соответственно. Изменение параметра k незначительно, и можно полагать $k = 1$. Зависимость ΔK от скорости частиц при учете объемного заряда ведет себя так же, как и без его учета (см. рис. 7). Таким образом, наличие собственного поля пучка не приводит к существенному изменению оптимальных параметров резонатора, соответствующих наибольшим потерям электронами энергии. При этом его наличие увеличивает эффективность отбора энергии у частиц. Данное поведение характерно и для нерелятивистского случая, как показано в работе [11].

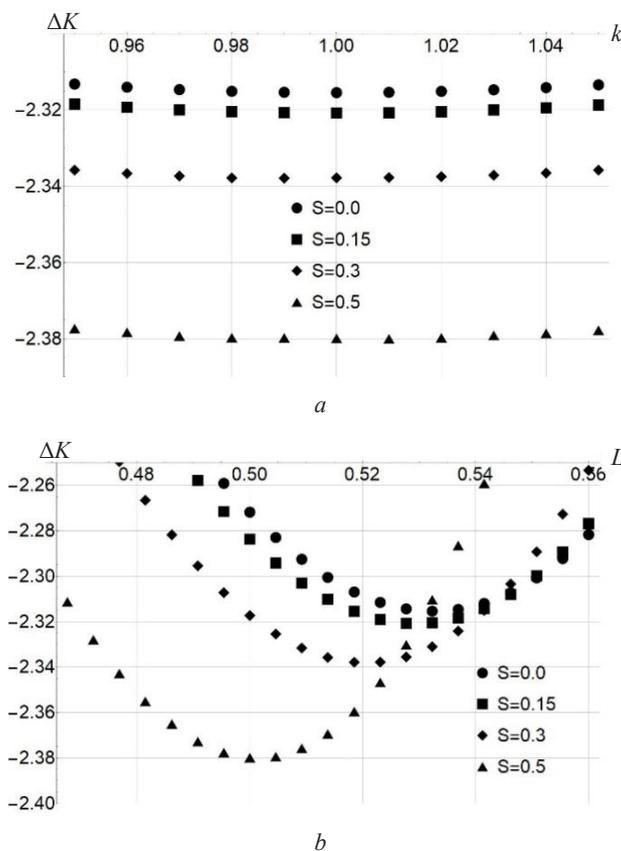


Рис. 6. Зависимость потерь энергии электрона: a – от соотношения длин секций k при $L = 0,53$; b – от размера резонатора L при $k = 1$

Fig. 6. Dependence of the electron energy loss on a) the section lengths ratio k when $L = 0.53$, and b) the cavity size L when $k = 1$

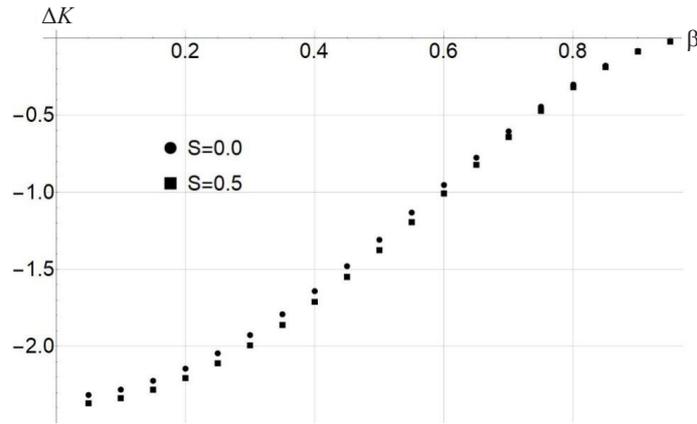


Рис. 7. Зависимость потерь энергии электрона от начальной скорости β при $k = 1$. Для каждого значения S безразмерная длина L выбирается такой, чтобы соответствовать наибольшим потерям энергии

Fig. 7. Dependence of the electron energy loss on the initial electron velocity when $k = 1$. For each value of S , the dimensionless length L is chosen related to the greatest energy loss

Оценка времени нарастания энергии в резонаторе. Полученные выше результаты позволяют произвести оценку скорости нарастания поля в резонаторе. Начальное поле в резонаторе возникает благодаря генерации электронным пучком спонтанного переходного излучения. Спонтанные процессы излучения определяют поле в резонаторе только на начальной стадии генерации. В процессе развития неустойчивости решающая роль в поведении системы переходит к индуцированному излучению.

Оценим скорость роста поля в резонаторе в приближении малого сигнала. С достаточно хорошей степенью точности можно считать, что распределение поля излучения в резонаторе с пучком такое же, как и в резонаторе без пучка [12]. В этом случае энергия поля во всем резонаторе находится путем интегрирования плотности электромагнитного поля по объему резонатора:

$$W_{\text{res}} = E_0^2 \varepsilon_0 (V_{\text{res}} / k) \int_0^1 x J_0^2(x \eta_{01}) dx, \tag{10}$$

где W_{res} – энергия электромагнитного поля в резонаторе, J_0 – функция Бесселя нулевого порядка, η_{01} – первый корень функции Бесселя нулевого порядка, E_0 – максимальная амплитуда электрического поля в резонаторе, V_{res} – объем резонатора, который определяется как $V_{\text{res}} = g(1+k)\pi R^2$, R – радиус резонатора.

Найдем мощность P_{SCO} излучения однородного электронного пучка, проходящего через резонатор. Воспользовавшись определениями (2), (10) и выражением для распределения электрического поля в резонаторе [12], получим

$$P_{\text{SCO}} = \frac{2\gamma_0 e I_0 |\Delta K| \int_0^{R_b/R} x J_0^2(x \eta_{01}) dx}{m_e \omega^2 \varepsilon_0 S_{\text{res}} \left(\frac{R_b^2}{R^2} \right) \int_0^1 x J_0^2(x \eta_{01}) dx} W_{\text{res}} = \alpha_1 W_{\text{res}}, \tag{11}$$

где R_b – радиус электронного пучка, S_{res} – площадь поперечного сечения резонатора. Обратим внимание, что в выражение для мощности излучения (11) входит множитель ΔK . Множитель ΔK определяет поведение P_{SCO} при изменении параметров k, S, L .

Будем считать, что резонатор имеет добротность $Q > \omega/\alpha_1$. Тогда уравнение баланса энергии в резонаторе будет иметь вид

$$\frac{dW_{\text{res}}}{dt} = \left(\alpha_1 - \frac{\omega}{Q} \right) W_{\text{res}} + P_{\text{tr}}, \quad (12)$$

где P_{tr} – мощности спонтанного переходного излучения.

Решив это уравнение с нулевым начальным условием ($W_{\text{res}}|_{t=0} = 0$), получим

$$W_{\text{res}} = \frac{P_{\text{tr}}}{\left(\alpha_1 - \frac{\omega}{Q} \right)} \left(e^{\left(\alpha_1 - \frac{\omega}{Q} \right) t} - 1 \right). \quad (13)$$

Данное выражение позволяет оценить время развития неустойчивости. Рассмотрим для наглядности конкретный пример. Пусть радиус резонатора R равен 60 мм, радиус пучка R_b – 30 мм, энергия частиц – 300 кэВ, частота резонатора – 3 ГГц, добротность резонатора $Q = 10^3$. При таких параметрах длина секции резонатора $g = 20$ мм ($k = 1$) соответствует максимальным потерям энергии электронным пучком. Положим ток пучка равным $I_0 = 3$ кА ($S = 0,5$). Можно показать, что в этом случае характерная мощность спонтанного переходного излучения составит 110 мкВт. При таких параметрах время развития неустойчивости ($\varepsilon = 0,05$, что соответствует напряженности поля $E_0 \approx 16$ кВ/см) составляет приблизительно 40 нс. Постоянная времени равна $\tau = \left(\alpha_1 - \frac{\omega}{Q} \right)^{-1} \approx 2$ нс.

Модулирование электронного пучка, проходящего через двусвязный резонатор. В рассмотренном выше двусвязном резонаторе возникает неравномерность в распределении по скоростям заряженных частиц и, вследствие конечных размеров системы, неоднородность плотности пучка. Таким образом, подобная система позволяет модулировать ток пучка [1], что дает возможность использовать ее и как модулирующую подсистему для других генераторов.

Рассмотрим процесс группировки частиц в электронном пучке. Пусть, начиная с момента времени t_0 , в резонатор влетает $\Delta N = J_0 \Delta t_0$ частиц за время Δt_0 (J_0 – ток немодулированного пучка). Обозначим символом t_f момент вылета частиц из резонатора, попавших в него в момент времени t_0 . Тогда число частиц, покидающих область взаимодействия в момент времени t_f , равно $\Delta N = J \Delta t_f$. В результате перехода к бесконечно малым величинам, получим выражение для тока J пучка на выходе из резонатора

$$J = J_0 \left(\frac{dt_f}{dt_0} \right)^{-1}. \quad (14)$$

Решив уравнения движения (3) с начальной фазой поля ($\theta + \omega t_0$), получим явное выражение для тока пучка J (14).

Для удобства дальнейшего анализа введем безразмерную переменную j , пропорциональную относительному изменению плотности тока

$$j = \frac{1}{\varepsilon'} \left(\frac{J}{J_0} - 1 \right), \quad (15)$$

где $\varepsilon' = \frac{eE_{0\text{max}}}{m_e c \omega}$, $E_{0\text{max}}$ – максимальное значение амплитуды электрического поля в резонаторе (см. (1)). Следует отметить, что выбор такой нормировки обусловлен тем, что существует предельное значение максимальной амплитуды модулирующего поля $E_{0\text{max}}$, ограниченное развитием электрического пробоя резонатора. Следовательно, относительно этой величины необходимо рассматривать эффективность модуляции тока.

Запишем j в явном виде:

$$j = \begin{cases} \frac{1}{\beta\gamma_0^3} \left(-k \cos(\theta) - \cos(\theta + 2\pi L) + \cos\left(\theta + \frac{2\pi L}{1+k}\right) + \right. \\ \left. + k \cos\left(\theta + \frac{2\pi L}{1+k}\right) + 2\pi k L \sin(\theta) - 2kL\pi \sin\left(\theta + \frac{2\pi L}{1+k}\right) \right), & k \leq 1; \\ \frac{1}{\beta\gamma_0^3 k} \left(-k \cos(\theta) - \cos(\theta + 2\pi L) + \cos\left(\theta + \frac{2\pi L}{1+k}\right) + \right. \\ \left. + k \cos\left(\theta + \frac{2\pi L}{1+k}\right) + 2\pi k L \sin(\theta) - 2kL\pi \sin\left(\theta + \frac{2\pi L}{1+k}\right) \right), & k > 1. \end{cases} \quad (16)$$

Для достижения максимальной эффективности преобразования энергии электронного пучка в энергию генерируемого СВЧ-излучения необходимо получить максимально модулированный ток пучка. С этой целью следует исследовать влияние параметров системы на модуляцию.

На рис. 8 приведена зависимость величины j от параметров k и L при фиксированной энергии частиц (величина j нормирована на максимальное значение в приведенном диапазоне). На основании этих данных можно сделать вывод, что максимальная модуляция пучка будет наблюдаться для симметричного резонатора $k = 1$ с максимально возможной длиной, ограниченной условием возможности развития радиационной неустойчивости $\Delta K < 0$. Однако, ввиду необходимости обеспечить наименьшее время нарастания поля в резонаторе, следует находиться вблизи точки $k = 1$ и $L = 0,53$.

На рис. 9 приведена зависимость величины j от начальной скорости β частицы. Как следует из графика, амплитуда тока j существенно убывает с ростом скорости частиц. Следовательно, эффективная модуляция тока наблюдается для слабо и умеренно релятивистских пучков.

Рассмотрим поведение величины j при учете объемного заряда пучка. На рис. 10 показана зависимость амплитуды j от S при $k = 1$ и $L = 0,53$. Анализ приведенной зависимости показывает, что с ростом S эффективность модуляции пучка растет.

Отметим еще раз то, что при выборе параметров системы необходимо соблюдать баланс между передаваемой энергией от пучка к электромагнитному полю в резонаторе и эффективностью модуляции пучка. Величина передаваемой энергии обеспечивает скорость нарастания поля в модулирующей системе и его максимально возможное значение, а эффективностью модуляции – максимальную амплитуду переменной составляющей тока пучка. В результате соблюдения баланса можно добиться максимальной модуляции электронного пучка и, как следствие, максимальной конверсии энергии электронов в энергию излучения.

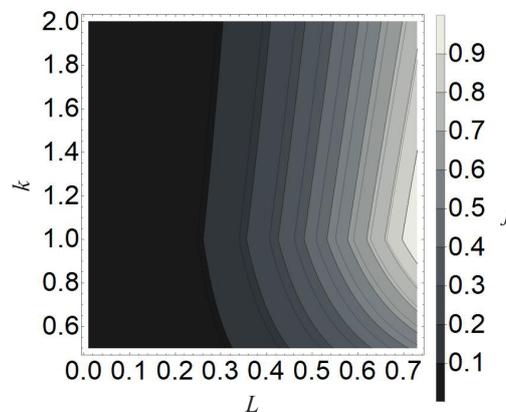


Рис. 8. Зависимость величины j , приведенной к максимальному значению, от параметров k и L

Fig. 8. Dependence of the j value normalized to the maximum value on the k and L parameters

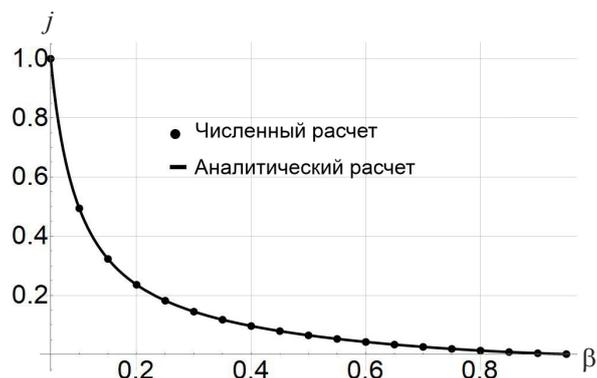


Рис. 9. Зависимость амплитуды переменной составляющей тока j от начальной скорости частиц β

Fig. 9. Dependence of the amplitude j of the alternating component of the current on the initial particle velocity β

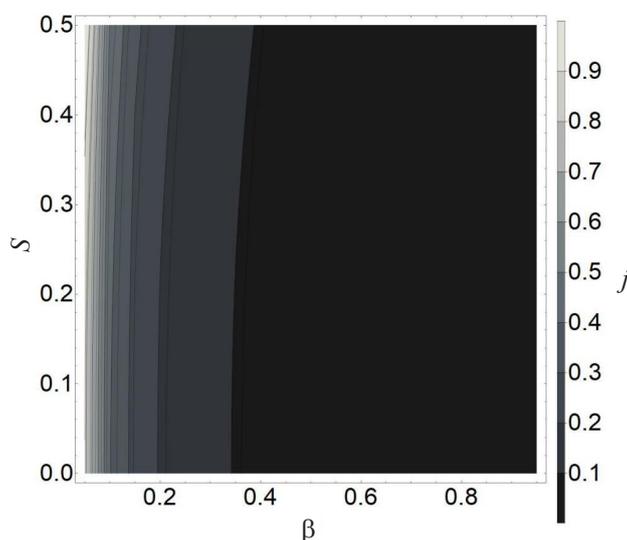


Рис. 10. Зависимость амплитуды переменной составляющей тока j , приведенной к максимальному значению, от параметра S и β при $k = 1$ и $L = 0,53$

Fig. 10. Dependence of the amplitude j of the alternating component of the current normalized to the maximum value on the parameters S and β when $k = 1$ and $L = 0.53$

Заключение. В настоящей работе теоретически исследована радиационная неустойчивость релятивистского пучка электронов в генераторе Мардера с несимметричным двусвязным резонатором. В приближении малого сигнала получены выражения для энергетических потерь электронов, времени нарастания поля в резонаторе и модуляции тока пучка. Показано, что подобная система может быть использована не только как генератор излучения, но и как модулирующая подсистема для других генераторов. Анализ полученных выражений позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, резонатор с равными по длине секциями обеспечивает наибольшую эффективность передачи энергии от пучка заряженных частиц электромагнитному полю и максимальную амплитуду колебаний тока пучка. Во-вторых, существует оптимальная длина резонатора, обеспечивающая наиболее эффективную конверсию энергии электронного пучка в энергию поля и минимальное время нарастания амплитуды поля. В-третьих, эффективность генератора Мардера падает при $\gamma_0 \gg 1$. В-четвертых, увеличение плотности пучка приводит к росту энергетических потерь электронов и степени модуляции пучка.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. The split-cavity oscillator: a high-power E-beam modulator and microwave source / M. B. M. Marder [et al.] // *IEEE Trans. Plasma Sci.* – 1992. – Vol. 20, № 3. – P. 312–331. <https://doi.org/10.1109/27.142833>
2. Baryshevsky, V. G. Relativistic split-cavity oscillator [Electronic resource] / V. G. Baryshevsky // *arxiv.org*. – 2014. – Mode of access: arxiv.org/abs/1402.3403. – Date of access: 27.10.2020.
3. Lemke, R. W. Theoretical and experimental investigation of a method for increasing the output power of a microwave tube based on the split-cavity oscillator / R. W. Lemke, M. C. Clark, B. M. Marder // *J. Appl. Phys.* – 1994. – Vol. 75, № 10. – P. 5423–5432. <https://doi.org/10.1063/1.355698>
4. A new method for increasing output power of a three-cavity transit time oscillator / He Jun-Tao [et al.] // *Chin. Phys. Lett.* – 2004. – Vol. 21, № 7. – P. 1302–1305. <https://doi.org/10.1088/0256-307x/21/7/033>
5. Barroso, J. J. Coupled circular cavities for transit-time microwave tubes / J. J. Barroso, J. P. L. Neto // *IEEE Trans. Plasma Sci.* – 2010. – Vol. 38, № 6. – P. 1385–1390. <https://doi.org/10.1109/tps.2009.2038384>
6. Barroso, J. J. Electron bunching in split-cavity monotrons / J. J. Barroso // *IEEE Trans. Plasma Sci.* – 2009. – Vol. 56, № 9. – P. 2150–2154. <https://doi.org/10.1109/ted.2009.2026323>
7. Sotnikov, G. V. Eigen frequencies and field structure of axially symmetric split-cavities / G. V. Sotnikov, Yu. V. Tkach, S. L. Scherbina // *Electromagnetic Phenomena*. – 2008. – Vol. 8, № 1 (19). – P. 46–61.
8. Yun-Jian Zhang. Study of a compact external magnetic field radial split-cavity oscillator / Yun-Jian Zhang, Qiao-Sheng Ma, XiongLuo // *Chin. Physics C*. – 2011. – Vol. 35, № 4. – P. 381–386. <https://doi.org/10.1088/1674-1137/35/4/011>
9. Theoretical and experimental researches on C-band three-cavity transit-time effect oscillator / Zhikai FAN [et al.] // *Sci. Chin. Ser. G, Physics, Mechanics & Astronomy*. – 2004. – Vol. 47, № 3. – P. 310–329. <https://doi.org/10.1360/02yw0316>
10. Billen, J. H. Poisson Superfish / J. H. Billen, L. M. Young. – LA-UR-96-1834.
11. Мороз, И. В. Радиационная неустойчивость в расщепленном резонаторе / И. В. Мороз, А. А. Ровба // *Журн. Белорус. гос. ун-та. Физика*. – 2019. – № 3. – С. 22–30. <https://doi.org/10.33581/2520-2243-2019-3-22-30>
12. Джексон, Д. Классическая электродинамика / Д. Джексон. – М.: Мир. – 1965. – 702 с.

References

1. Marder B. M., Clark M. C., Bacon L. D., Hoffman J. M., Lemke R. W., Coleman P. D. The split-cavity oscillator: a high-power E-beam modulator and microwave source *IEEE Transactions on Plasma Science*, 1992, vol. 20, no. 3, pp. 312–331. <https://doi.org/10.1109/27.142833>
2. Baryshevsky V. G. Relativistic split-cavity oscillator. *arxiv.org*, 2014. Available at: arxiv.org/abs/1402.3403 (accessed 27 October 2020).
3. Lemke R. W., Clark M. C., Marder B. M. Theoretical and experimental investigation of a method for increasing the output power of a microwave tube based on the split-cavity oscillator. *Journal of Applied Physics*, 1994, vol. 75, no. 10, pp. 5423–5432. <https://doi.org/10.1063/1.355698>
4. He Jun-Tao, ZhongHui-Huang, QianBao-Liang, Liu Yong-Gui. A new method for increasing output power of a three-cavity transit time oscillator. *Chinese Physics Letters*, 2004, vol. 21, no. 7, pp. 1302–1305. <https://doi.org/10.1088/0256-307x/21/7/033>
5. Barroso J. J., Neto J. P. L. Coupled circular cavities for transit-time microwave tubes. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2010, vol. 38, no. 6, pp. 1385–1390. <https://doi.org/10.1109/tps.2009.2038384>
6. Barroso J. J. Electron bunching in split-cavity monotrons. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2009, vol. 56, no. 9, pp. 2150–2154. <https://doi.org/10.1109/ted.2009.2026323>
7. Sotnikov G. V., Tkach Yu. V., Scherbina S. L. Eigen frequencies and field structure of axially symmetric split-cavities. *Electromagnetic Phenomena*, 2008, vol. 8, no. 1 (19), pp. 46–61.
8. Yun-Jian Zhang, Qiao-Sheng Ma, XiongLuo. Study of a compact external magnetic field radial split-cavity oscillator. *Chinese Physics C*, 2011, vol. 35, no. 4, pp. 381–386. <https://doi.org/10.1088/1674-1137/35/4/011>
9. Zhikai FAN, Liu Qingxiang, Chen Daibing, Tan Jie, Zhou Haijing. Theoretical and experimental researches on C-band three-cavity transit-time effect oscillator. *Science in China Series G, Physics, Mechanics & Astronomy*, 2004, vol. 47, no. 3, pp. 310–329. <https://doi.org/10.1360/02yw0316>
10. Billen J. H., Young L. M. *Poisson Superfish*, LA-UR-96-1834.
11. Maroz I. V., Rouba A. A. Radiation instability in a split-cavity resonator. *Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Fizika = Journal of the Belarusian State University. Physics*, 2019, no. 3, pp. 22–30 (in Russian). <https://doi.org/10.33581/2520-2243-2019-3-22-30>
12. Jackson J. *Classical Electrodynamics*. Moscow, Mir Publ., 1965. 702 p. (in Russian).

Информация об авторах

Анищенко Сергей Владимирович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории сильноточной электроники, Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета (ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: sanishchenko@inp.bsu.by

Information about the authors

Sergei V. Anishchenko – Ph. D. (Physics and Mathematics), Senior Researcher, Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University (Bobrujskaja Str., 11, 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: sanishchenko@inp.bsu.by
Vladimir G. Baryshevsky – Dr. Sc. (Physics and Mathematics), Professor, Chief Researcher, Institute for Nuclear

Барышевский Владимир Григорьевич – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета (ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: bar@inp.bsu.by. <https://orcid.org/0000-0002-0283-5795>

Мороз Илья Викторович – научный сотрудник лаборатории сверхточной электроники, Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета (ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: miwa-holod@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0002-2980-7364>

Ровба Анатолий Анатольевич – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории сверхточной электроники, Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета (ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: rouba@inp.bsu.by

Problems of Belarusian State University (Bobrujskaja Str., 11, 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: bar@inp.bsu.by. <https://orcid.org/0000-0002-0283-5795>

Ilia V. Maroz – Researcher, Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University (Bobrujskaja Str., 11, 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: miwa-holod@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0002-2980-7364>

Anatoli A. Rouba – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Researcher, Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University (Bobrujskaja Str., 11, 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: rouba@inp.bsu.by