Учреждение образования
«Международный государственный экологический институт
имени А.Д. Сахарова» Белорусского
государственного университета

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора по учебной
и воспитательной работе
МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ
_____ И. Э. Бученков
«18» ____06____ 2019 г.
Регистрационный № УД-826-19/уч.

МОДУЛЬ «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА-2»
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 04 05 Медицинская физика

2019 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО № 1-31 04 05-2018 и учебного плана учреждения высшего образования № 107-18/уч. специальности 1-31 04 05 Медицинская физика.

СОСТАВИТЕЛЬ:
Л. А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:
Кафедрой общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол №_11_от_14. 06._2019);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол №_10_от_18. 06._2019)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Построение математических моделей реальных физических явлений и процессов нередко приводит к необходимости решения дифференциальных и интегральных уравнений.

Перед преподавателем ставятся следующие задачи:

– системно изложить теорию обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных и интегральных уравнений;
– привить студентам навыки решения основных типов дифференциальных и интегральных уравнений;
– показать связь изучаемых задач с проблемами физики, химии, экологии и других естественных наук.

Приобретенные при изучении дисциплины знания и умения необходимы в дальнейшем для успешного усвоения как смежных дисциплин математического направления («Векторный и тензорный анализ», «Методы математической физики», «Теория вероятностей и математическая статистика»), так и общепрофессиональных и специальных дисциплин («Физика ядра и ионизирующего излучения», «Дозиметрия», «Радиохимия», «Радиационная химия» и др.).

Цели учебной дисциплины:

– развитие логического и алгоритмического мышления;
– овладение основными методами исследования и решения математических и прикладных задач из курсов физики, химии, биологии, экологии;
– выработка умения самостоятельно расширять математические знания в контексте решения прикладных задач;
– развитие научного мировоззрения.

Задача учебной дисциплины:

– изучение возможностей использования дифференциальных и интегральных уравнений при построении математических моделей в физике, химии, экологии и других естественных науках.

Студент должен владеть следующими компетенциями: быть способным применять математическое моделирование при исследовании процессов с выявленными причинно-следственными связями.

В результате усвоения дисциплины студент должен

знать:

– основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения в квадратурах;
– методы решения дифференциальных уравнений с частными производными;
– условия существования, единственности и устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений и систем;
– методы решения линейных интегральных уравнений с вырожденным и симметричным ядрами;
– методы решения основных типов вариационных задач;

уметь:

– находить общее и частное решения дифференциальных уравнений первого порядка;
– решать линейные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами;
– решать линейные дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений с помощью операционного исчисления;
– решать линейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка;
– исследовать решения уравнений и систем уравнений на устойчивость;
– решать интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма;
– решать основные типы вариационных задач;

владеть:

– основными методами решения дифференциальных и интегральных уравнений;
– навыками применения математических методов в решении более сложных задач прикладного характера.

Программа курса рассчитана на 180 ч, аудиторных часов 92, из которых: лекционных – 42 ч, практических занятий – 50 ч.

Форма получения высшего образования – дневная.

Форма итоговой аттестации – экзамен в IV семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Общие понятия из теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Понятие дифференциального уравнения. Роль дифференциальных уравнений в естественных науках. Формы записи ДУ первого порядка. Общее и частное решения ДУ первого порядка. Задача Коши. Понятие об интегральных кривых. Изоклины. ОДУ первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятие об условиях существования и единственности задачи Коши. Уравнения, интегрируемые в квадратурах: уравнение, не содержащее искомой функции; уравнение с разделяющимися переменными; однородное уравнение; уравнение в полных дифференциалах; уравнение, допускающее интегрирующий множитель; линейное уравнение; уравнение Бернулли; уравнение Риккати. ОДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной: уравнение Лагранжа, уравнение Клеро. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.

2. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений

Линейные ОДУ высших порядков. Принцип суперпозиции. Линейная независимость функций, фундаментальная система решений ДУ. Вронскиан. Теоремы о структуре общего решения однородного и неоднородного линейного ДУ. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Фундаментальные системы решений. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Дифференциальное уравнение Эйлера. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.

Системы линейных ОДУ. Общее и частное решения системы ДУ, задача Коши. Физический смысл нормальной системы ДУ. Решение систем ДУ методом исключения неизвестных. Первые интегралы системы ДУ. Метод интегрируемых комбинаций. Матричная форма записи линейной системы ДУ. Построение решений ДУ и систем ДУ в виде степенных рядов.

3. Элементы теории устойчивости. Дифференциальные уравнения с частными производными. Операционное исчисление.

Устойчивость решений ОДУ и систем ОДУ. Фазовое пространство дифференциального уравнения и фазовые траектории. Устойчивость решений по Ляпунову. Точки покоя. Особые точки на фазовой плоскости.

Дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП) первого порядка. Общие определения. Линейные и квазилинейные уравнения. Задача Коши. Краевая задача. Некоторые примеры ДУЧП первого порядка. Системы ДУЧП первого порядка. ДУЧП второго порядка и их классификация. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом Фурье.

Применение операционного исчисления к решению ДУ и систем ДУ. Краевая задача для линейного уравнения второго порядка. Граничная (краевая) задача для линейных ДУ второго порядка. Граничная задача на собственные значения (задача Штурма – Лиувилля). Специальные функции математической физики, их приложения к решению дифференциальных уравнений.

4. Интегральные уравнения

Интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода. Уравнения Вольтерра 2-го рода типа свертки. Интегральные уравнения Фредгольма. Решение интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Однородные интегральные уравнения Фредгольма.

Приложения дифференциальных уравнений к решению задач по химии, биологии, экологии, физики.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов	
		Лекции	Практические (семинарские) занятия
1	2	3	4
1	Дифференциальные уравнения первого порядка.	10	10
2	Уравнения высших порядков. Системы дифференциальных уравнений.	12	14
3	Элементы теории устойчивость. Дифференциальные уравнения с частными производными. Операционное исчисление.	16	18
4	Интегральные уравнения	4	6
5	Контрольная работа		2
	ВСЕГО	**42**	**50**

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Эффективность самостоятельной работы студентов целесообразно проверять в ходе текущего и итогового контроля знаний в форме устного опроса, тестового контроля, проверки конспектов, индивидуальных домашних заданий и письменных контрольных работ по темам. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы оценки знаний.

При организации образовательного процесса используется ***практико-ориентированный подход***, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Темы самостоятельных работ

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
4. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений.
6. Дифференциальные уравнения с частными производными.
7. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.
8. Интегральные уравнения.

Темы итоговых контрольных работ

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого и второго порядков. Системы дифференциальных уравнений.
2. Устойчивость. Дифференциальные уравнения с частными производными.
3. Операционное исчисление. Интегральные уравнения.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения / Л. И. Эльсгольц. – М.: ЛКИ, 2014. – 424 с.
2. Матвеев, Н. М. Дифференциальные уравнения / Н. М. Матвеев. – М.: Просвещение, 1988. – 256 с.
3. Матвеев, Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Н. М. Матвеев. – Минск: Вышэйшая школа, 2002. – 432 с.
4. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – М.: Высшая школа, 2011. – 608 с.
5. Глецевич, М. А. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: в 3-х ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич и др. – Минск: БГУ, 2015. – 480 с.
6. Шилин, А. П. Дифференциальные уравнения. Задачи и примеры / А. П. Шилин. – Минск: РИВШ, 2008. – 189 с.

Дополнительная

7. Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука, 1971. – 576 с.
8. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. – М.: Физматлит, 2005.
9. Калинин, В. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: пособие для практических занятий / В. В. Калинин. – М.: МГУНГ им. И. М. Губкина, 2005. – 266 с.

Протокол согласования учебной программы

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Согласования не требуется			№ 1 от 29.08.19.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на 2020/2021 учебный год

№	Дополнения и изменения	Основание
1.	**В основной список литературы включить** 1. Муратова, Т.В. Дифференциальные уравнения: учебник и практикум для СПО/Т.В. Муратова. – М.: Издательство Юрайт, 2016. – 20 с. 2. Сергеев, И.Н. Дифференциальные уравнения: Учебник / И.Н. Сергеев. – М.: Академия, 2019. – 240 с.	
2.	**Из основного списка литературы перенести в дополнительный** 1. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения / Л. И. Эльсгольц. – М.: ЛКИ, 2014. – 424 с. 2. Матвеев, Н. М. Дифференциальные уравнения / Н. М. Матвеев. – М.: Просвещение, 1988. – 256 с. 3. Матвеев, Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Н. М. Матвеев. – Минск: Вышэйшая школа, 2002. – 432 с. 4. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – М.: Высшая школа, 2011. – 608 с. 5. Глецевич, М. А. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие: в 3 ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич и др. – Минск: БГУ, 2015. – 480 с. 6. Шилин, А. П. Дифференциальные уравнения. Задачи и примеры / А. П. Шилин. – Минск: РИВШ, 2008. – 189 с.	

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры общей и медицинской физики (протокол № 1 от 31.08.2020 года).

Заведующий кафедрой _____ Н.А. Савастенко, к. физ.- мат. наук, доцент

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета мониторинга окружающей среды _____ В.В. Жилко, к.х.н., доцент

. М15

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на 2021/2022 учебный год

№	Дополнения и изменения	Основание
1.	**В основной список литературы включить** 1. Алексеев, Д. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : вводный курс с иллюстрациями в Microsoft Excel / Д. В. Алексеев, Г. А. Казунина. – М. : Ленанд, 2019. – 160 с. 2. Рябушко, А. П. Высшая математика: в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы. – 2017. – 321 с.	
2.	**Из основного списка литературы перенести в дополнительный** 1. Муратова, Т.В. Дифференциальные уравнения: учебник и практикум для СПО/Т.В. Муратова. – М.: Издательство Юрайт, 2016. – 20 с.	

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры общей и медицинской физики (протокол №_1_ от _30.08.2021_ года).

Заведующий кафедрой _____ Н.А. Савастенко, к. физ.- мат. наук, доцент

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета мониторинга окружающей среды _____ В.В. Жилко, к.х.н., доцент