

УДК 37+(51;339.5)

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА ПРИ РАЗРАБОТКЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

**С.Я. Жукович**

*Институт информационных технологий математики и механики (аспирантура)  
Университета Лобачевского, Нижний Новгород, Россия, [s.zhuk@tut.by](mailto:s.zhuk@tut.by)*

Предложен прототип автоматизированной системы дистанционного обучения на основе математической модели процесса дистанционного обучения и теории оптимального управления.

**Ключевые слова:** системный анализ; автоматизированная система дистанционного обучения; теория оптимального управления.

## APPLICATION OF SYSTEM ANALYSIS METHODS IN THE DEVELOPMENT OF AN AUTOMATED DISTANCE LEARNING SYSTEM

**S.Ya. Zhukovich**

*Institute of Information Technologies of Mathematics and Mechanics (postgraduate studies),  
Lobachevsky University, Nizhny Novgorod, Russia, [s.zhuk@tut.by](mailto:s.zhuk@tut.by)*

A prototype of an automated distance learning system based on a mathematical model of the distance learning process and optimal control theory is proposed.

**Keywords:** system analysis; automated distance learning systems; optimal control theory.

### **Введение**

Обусловленный пандемией переход множества учреждений образования всего мира на дистанционную форму обучения актуализирует серьезное развитие данной формы обучения с использованием таких методов системного анализа, как математическое моделирование и теория управления.

### **1. Математическая модель обучения на основе теории управления**

В [1] предложена математическая модель процесса дистанционного обучения на основе теории управления в виде неоднородного линейного дифференциального уравнения

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + \sum_{i=0}^5 k_i u_i(t), \quad (1)$$

где  $Z = Z(t)$  – текущий уровень (объем) усвоенного учебного материала (в академических часах),

$Z_0$  – начальный уровень усвоенного учебного материала при  $t = t_0$ ,

$k$  – коэффициент забывания, который показывает, какую часть от текущего уровня усвоенного учебного материала  $Z$  обучаемый забывает в среднем за сутки,

$u_0$  – программное управление, задаваемое в виде заранее запланированной нагрузки, осуществляемой преподавателем онлайн (в академических часах),

$u_2$  – программное управление в виде нагрузки для самостоятельного обучения,

$u_4$  – программное управление на дистанционном курсе в виде просмотра обучаемым видеолекций,

$u_1$  – управление процессом повторения посредством контрольных и самостоятельных работ после обучения преподавателем ( $u_1$  является управлением с обратной связью),

$u_3$  – управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым самостоятельно,

$u_5$  – управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым в виде видеолекций,

$k_i$  – коэффициент усвоения для управления  $u_i$ .

Решение уравнения (1) представляется в виде

$$Z(t) = Z_0 e^{-\int_0^t k(v) dv} + e^{-\int_0^t k(v) dv} \int_0^t \sum_{i=0}^5 k_i u_i(\tau) e^{\int_0^\tau k(v) dv} d\tau. \quad (2)$$

Для устойчивого обучения необходимо обеспечить переход знаний у обучаемых из кратковременной памяти в долговременную. Это обеспечивается путем применения управления с обратной связью с постепенным уменьшением коэффициента забывания  $k$  по некоторому закону

$$k(n) = f(n),$$

где  $k(n)$  – коэффициент забывания для определенного объема материала, повторенного  $n$  раз.

В первом приближении можно считать справедливой зависимость [2]:

$$k(n) = ke^{-n}.$$

## 2. Метод оптимального управления с обратной связью процессом дистанционного обучения

При реальном учебном процессе программные управления  $u_0, u_2, u_4$  заранее заданы и являются кусочно-непрерывными. Поэтому задача оптимального управления сводится к нахождению оптимальных управлений с обратной связью  $u_1^* = u_1^*(t, Z(t)), u_3^* = u_3^*(t, Z(t)), u_5^* = u_5^*(t, Z(t))$  (синтез оптимального регулятора).

Для оптимального управления с обратной связью при обучении с помощью преподавателя онлайн имеем исходное дифференциальное уравнение изучаемого процесса

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + k_0u_0(t) + k_1u_1(t). \quad (3)$$

Рассмотрим функционал качества управления обучением

$$J(u_1, Z, t) = \int_0^T (u_1(t) - Z(t)) dt. \quad (4)$$

Для оптимального управления процессом обучения функционал (4) должен принимать минимальное значение на интервале  $[0, T]$ .

Достаточным условием минимума функционала (4) является уравнение Беллмана для непрерывных детерминированных систем [3]. Если существует функция  $\varphi(t, Z)$ , удовлетворяющая уравнению Беллмана

$$\max_{u_1 \leq u_{1\max}} \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial Z} (-kZ + u_0 + u_1) - u_1 + Z \right\} = 0 \quad (5)$$

с граничным условием

$$\varphi(T, Z) = Z(T), \quad (6)$$

и управление  $u_1$ , удовлетворяющее условию

$$u_1^* = \arg \max_{u_1 \leq u_{1\max}} \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial Z} (-kZ + u_0 + u_1) - u_1 + Z \right\}, \quad (7)$$

с ограничением

$$0 \leq u_1 \leq u_{1\max}, \quad (8)$$

то  $u_1^*(t, Z)$  является оптимальным управлением с полной обратной связью, где  $u_{1\max}$  – максимально допустимая нагрузка для повторения.

Уравнение Беллмана (5) и уравнение (3) линейны по  $u_1$ , поэтому оптимальное управление  $u_1^*$  с ограничением (8) будет релейным [3] и описывается уравнением

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial Z} - 1 \right) u_1^* = 0,$$

которое удовлетворяет условию (6).

Тогда оптимальное управление с обратной связью [3]:

$$u_1^* = \begin{cases} 0, & \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \neq 1, \\ u_{1\max}, & \frac{\partial \varphi}{\partial Z} = 1. \end{cases} \quad (9)$$

Из системы (9) при граничном условии (6) определяется условие включения управления с обратной связью

$$Z(t) = \varphi(t, Z).$$

Пусть нужно наиболее эффективным образом попасть из точки  $(Z_0, 0)$  в точку  $(Z_1, T)$ , где  $Z_1 \in [Z_{\min}, Z_{\max}]$ . В качестве функции  $\varphi$  удобно взять опорную траекторию в виде прямой, соединяющую начальную и конечную точки:

$$Z_{\Pi}^0(t) = Z_{\Pi 0} + \frac{Z_{\Pi}(T) - Z_{C0}}{T}t, \quad t \in [0, T].$$

Тогда математическая модель управления с обратной связью будет

$$u_1(t_j) = \begin{cases} 0, & Z(t_j) > Z^0(t_j), \\ Y_{\Pi j}(t_j), & Z(t_j) \leq Z^0(t_j), \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, T \quad (10)$$

где  $u_1(t_j)$  – управление с обратной связью, построенное на основе теории оптимального управления,

$Y_{\Pi j}(t)$  – объем учебного материала, повторяемый в момент времени  $t_j$ , из материала, данного преподавателем онлайн.

Общий объем повторенного материала, данного преподавателем онлайн

$$Y_{\Pi} = \sum_{j=1}^{M_{\Pi}} Y_j, \quad Y_{\Pi} \in X,$$

где  $M_{\Pi}$  – число контрольных и самостоятельных работ на повторение пройденного материала,

$X$  – полный объем дистанционного курса.

Траектория обучения рассчитывается по формуле

$$Z(u_0, u_1, t) = Z_0 e^{-\int_0^t k(v)dv} + e^{-\int_0^t k(v)dv} \int_0^t (k_0 u_0(t) + k_1 u_1(t)) e^{\int_0^t k(v)dv} dt. \quad (11)$$

### 3. Прототип автоматизированной системы дистанционного обучения

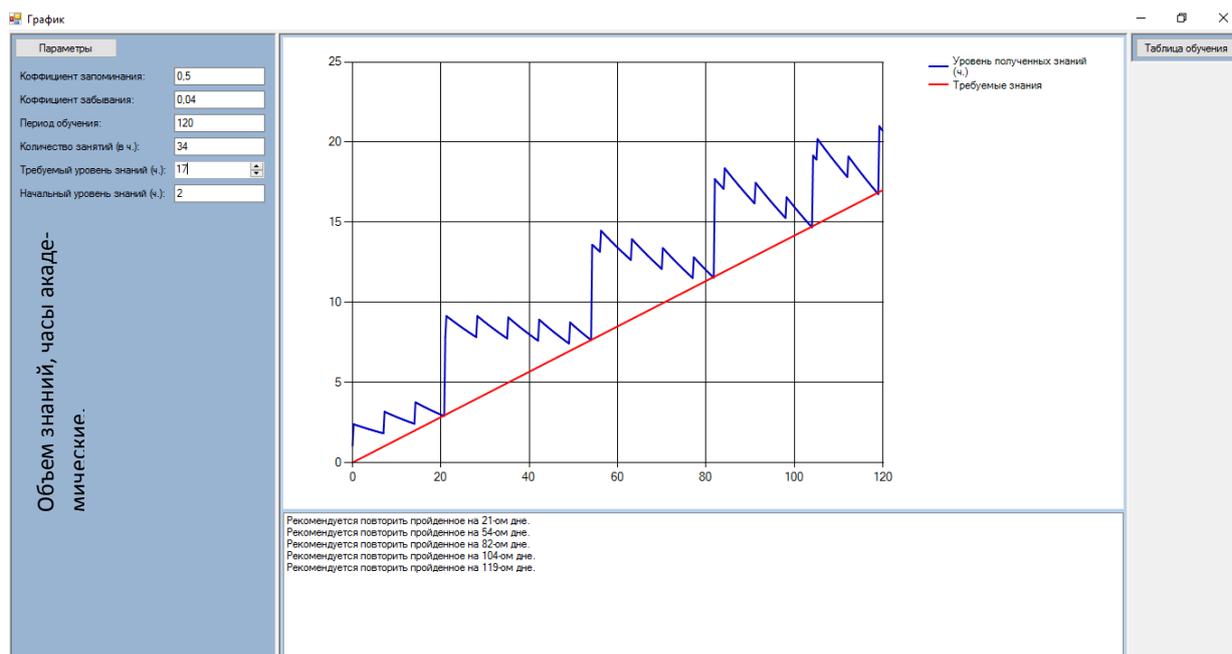
Прототип автоматизированной системы дистанционного обучения (ПАСДО) разработан на языке программирования C# в среде разработки Visual Studio.

Рассмотрим, какими будут оптимальное управление с обратной связью и оптимальная траектория обучения на дистанционном курсе с использованием ПАСДО для студента с разными коэффициентами усвоения и забывания (начальный объем знаний примем равным 2 часам).

Пусть программное управление задано равномерно и студент изучает один раз в неделю 2 часа по заданному предмету в течение 17 недель (общий объем изучаемого материала – 34 часа). На рисунке изображена траектория обучения для равномерного программного управления при ко-

эффиценте усвоения  $k_2 = 0,5$  и коэффициенте забывания  $k = 0,04$ , построенная по формуле (10).

В качестве опорной траектории возьмем прямую, проведенную от начала координат до точки  $(Z(T), T)$ , где  $T = 120$  день на 17-й неделе обучения,  $Z(T)$  составляет 50 % от общей нагрузки по предмету при программном управлении. В нижней консоли окна ПАСДО описаны рекомендации по оптимальному повторению учебного материала.



Траектория обучения при управлении с обратной связью

## Заключение

На основе прототипа автоматизированной системы дистанционного обучения со временем может быть создана полноценная автоматизированная система дистанционного обучения.

## Библиографические ссылки

1. Жукович С.Я. Применение методов системного анализа для моделирования процесса дистанционного обучения // Системный анализ и прикладная информатика. 2021. №2. С. 64–67.
2. Майер Р.В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения // Глазов, ГГПИ, 2013. 138 с.
3. Пантелеев А.В. Теория управления в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2003. 382 с.