**Литература**

1. Наумик М. И. *Полугруппа линейных отношений* // Докл. НАН Беларуси. 2004. Т. 48. № 3. С. 34–37.

2. Бирюков А. П. *Многообразия идемпотентных полугрупп* // Алгебра и логика. 1970. Т. 9. № 3. С. 255–273.

3. Коряков И. О. *Линейные полугруппы идемпотентов* // Исследования по современной алгебре. 1978. Т. 11. № 3. С. 54–96.


# ОСОБЕННОСТИ СТРОЕНИЯ КОНЕЧНЫХ ГРУПП С НЕБОЛЬШИМИ КРАТНОСТЯМИ В РАЗЛОЖЕНИИ КВАДРАТОВ НЕПРИВОДИМЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ


**С.В. Поляков**

Ярославский Государственный Университет им. П. Г. Демидова
Советская 14, 150000 Ярославль, Россия
svpuniyar@yandex.ru


**Введение.** Рассматриваются конечные группы, у которых тензорный квадрат любого неприводимого представления раскладывается в сумму неприводимых представлений с небольшими кратностями, в частности, не больше двух. Группы, для которых указанная кратность не превосходит $m$, называются $\mathrm{SM}_m$-группами. Полученные группы являются естественным обобщением SR [1, 2] и ASR [2, 3] групп.

**Неразрешимые группы.** Неразрешимые $\mathrm{SM}_m$-группы обладают рядом свойств, наиболее полезное из которых показывает зависимость между степенью неприводимого представления (характера) и числом классов сопряженных элементов:

**Предложение** [4]. *Пусть $G$ — неразрешимая $\mathrm{SM}_m$-группа, $\chi$ — ее неприводимый характер, а $k(G)$ — число классов сопряженных элементов. Тогда $\chi(1) \leqslant mk(G) - m$.*

Для неразрешимых $\mathrm{SM}_2$-групп полученные результаты сформулируем в виде теоремы:

**Теорема** [4, 5]. *Пусть $G$ — неразрешимая $\mathrm{SM}_2$-группа. Тогда:*

1) *Неабелевы композиционные факторы группы $G$ изоморфны проективной специальной линейной группе $\mathrm{PSL}_2(q)$.*

2) *Если $G$ — почти простая группа, то она изоморфна проективной линейной группе $\mathrm{PGL}_2(q)$.*

**Разрешимые группы.** В работах [2, 3] было доказано, что любая конечная ASR группа разрешима. Тем не менее существуют конечные разрешимые группы, у которых кратности в разложении квадратов больше единицы. Такие группы достаточно часто встречаются среди $p$-групп, причем наибольшая кратность всегда (для групп порядка $< 1000$) равна некоторой степени $p^k$, $k \geqslant 0$.

Можно также показать, что если $G$ — группа Фробениуса с циклическими ядром и дополнением $H$, то $G$ — $\mathrm{SM}_2$-группа, если $|H| = 3$.


**Литература**

1. Wigner E. P. *On representations of finite groups.* // Amer. J. Math.,.1941. Vol. 63. P. 57–63.

2. Казарин Л. С. Янишевский В. В. *О конечных просто приводимых группах.* // Алгебра и анализ. 2007. Т. 19, № 6. С. 86–116.

3. Казарин Л. С. Чанков Е. И. *Конечные просто приводимые группы разрешимы.*// Математический сборник. 2010. Т. 201, № 5. С. 27–40.

4. Поляков С. В. *О тензорных квадратах неприводимых представлений конечных почти простых групп I, II.* // Моделирование и анализ информационных систем. 2011. Т. 18, № 1. С. 130–141; № 2. С. 5–17.

5. Поляков С. В. *О неразрешимых $SM_2$-группах.* // Современные проблемы математики и информатики. ЯрГУ им. П. Г. Демидова. Ярославль, 2010. Вып. 11, С. 14–23.