также высказано предположение о том, что данным свойством обладают все пары простых групп лиева типа, кроме конечного числа явно указанных пар (см. [1, гипотеза 5.9]), но авторы исключают группы над полями характеристики 2 из рассмотрения ввиду сложности подсчета максимальных порядков элементов симплектических и ортогональных групп над полями характеристики 2.

Обозначим через $m_1(G)$ и $m_2(G)$ два наибольших порядка элементов группы G. В настоящей работе были найдены явные формулы для подсчета этих чисел в случае, когда G — простая симплектическая группа над полем четного порядка, и доказано, что симплектические группы над полями характеристики 2 можно отличить от групп лиева типа над полями нечетных характеристик по двум наибольшим порядкам элементов.

Теорема. *Пусть* $G = Sp_{2n}(q)$, *где* $q = 2^k$, *и* H *— простая группа лиева типа такая, что* $m_1(G) = m_1(H)$ *и* $m_2(G) = m_2(H)$. *Тогда* $\mathrm{ch}(H) = 2$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 12-01-90006), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (гос. контракт № 14.740.11.0346) и целевой программы СО РАН на 2012–2014 гг. (проект № 14).

Литература

1. Kantor W. M., Seress A. *Large element orders and the characteristic of Lie-type simple groups.* J. Algebra, 2009. V. 322, no. 3. P. 802–832.

ОБОБЩЕННЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК $GQ(4,16)$ И ЕГО РАСШИРЕНИЯ

А.А. Махнев, Д.В. Падучих

Институт математики и механики УрО РАН
Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия
{makhnev, paduch}@imm.uran.ru

Классические обобщенные четырехугольники. Рассмотрим в проективном пространстве $PG(d,q)$, $d = 3,4$ или 5, несингулярную квадрику Q индекса Витта 1. Тогда точки из Q вместе с прямыми из Q образуют обобщенный четырехугольник $Q(d,q)$. Рассмотрим несингулярную эрмитову квадрику H в проективном пространстве $PG(d,q^2)$, $d = 3$ или 4. Тогда точки из H вместе с прямыми из H образуют обобщенный четырехугольник $H(d,q^2)$, причем $H(3,q^2)$ имеет параметры $s = q^2$, $t = q$, $H(4,q^2)$ имеет параметры $(s,t) = (q^2,q^3)$. Точки из $PG(3,q)$ вместе с вполне изотропными относительно симплектической полярности прямыми образуют обобщенный четырехугольник $W(q)$ с параметрами (q,q). В случае $d = 5$ точки из Q вместе с прямыми из Q образуют обобщенный четырехугольник $Q(5,q)$ с параметрами (q,q^2), двойственный к $H(3,q^2)$.

Через $GQ(s,t)$ обозначаем обобщенный четырехугольник с параметрами (s,t). Задача классификации $GQ(s,t)$ решена для $s \leqslant 3$ и для $GQ(4,t)$, $t = 1,2,4$. Каждый из существующих обобщенных четырехугольников $GQ(2,t)$, $t = 1,2,4$, $GQ(3,t)$, $t = 1,3,5,9$, $GQ(4,t)$, $t = 1,2,4$ является единственным ($GQ(3,3)$ с точностью до двойственности). В данной работе доказана единственность $GQ(4,16)$.

Теорема 1. *Пусть* $2-(16,4,3)$ *схема* $\mathcal{E}$ *является расширением единственного* $GQ(2,2)$ *как* 1*-схемы. Тогда схема* $\mathcal{E}$ *не расширяема.*

Следствие. *Существует единственный обобщенный четырехугольник* $GQ(4,16)$.

Задача классификации локально $GQ(s,t)$-графов является классической и решена для малых s. Например, в [1] завершена классификация локально $GQ(3,t)$-графов, в [2–5] классифицированы вполне регулярные локально $GQ(4,t)$-графы для $t = 2,4,6,8$ соответственно. В данной работе изучаются локально $GQ(4,16)$-графы.

Теорема 2. *Не существует локально $GQ(4,16)$-графов.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 12-01-00012), РФФИ-ГФЕН Китая (грант 12-01-91155), программы отделения математических наук РАН (проект 12-Т-1-1003), программ совместных исследований УрО РАН с СО РАН (проект 12-С-1-1018) и с НАН Беларуси (проект 12-С-1-1009).

Литература

1. Махнев А. А. *Локально $GQ(3,5)$-графы и геометрии с короткими прямыми* // Дискретная математика. 1998. Т. 10, № 2. С. 72–86.

2. Махнев А. А., Падучих Д. В. *Расширения $GQ(4,2)$, вполне регулярный случай* // Дискретная математика. 2001. Т. 13, № 3. С. 91–109.

3. Махнев А. А., Падучих Д. В., Хамгокова М. М. *О вполне регулярных локально $GQ(4,4)$-графах* // Докл. акад. наук. 2010. Т. 434, № 5. С. 583–586.

4. Махнев А. А., Падучих Д. В., Хамгокова М. М. *О вполне регулярных локально $GQ(4,6)$-графах* // Докл. акад. наук. 2011. Т. 439, № 2. С. 583–586.

5. Махнев А. А., Падучих Д. В. *О вполне регулярных локально $GQ(4,8)$-графах* // Докл. акад. наук. 2012. Т. 443, № 1. С. 583–586.

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ЗАДАННЫМИ МАКСИМАЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ

В. С. Монахов[1], В. Н. Тютянов[2]

[1] Гомельский университет им. Ф. Скорины
Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
Victor.Monakhov@gmail.com
[2] Международный университет «МИТСО»
пр. Октября 46-А, 246012 Гомель, Беларусь
tyutyanov@front.ru

Рассматриваются только конечные группы.

В теории конечных групп достаточно популярными являются минимальные ненильпотентные группы (группы Шмидта) и минимальные несверхразрешимые группы. В этих группах все максимальные подгруппы нильпотентны или сверхразрешимы соответственно. Под простой группой понимается как абелева группа простого порядка, так и неабелева группа без нетривиальных нормальных подгрупп.

Получены следующие результаты.

Теорема 1. *Если каждая максимальная подгруппа ненильпотентной группы G нильпотентна или проста, то G — группа Шмидта.*

Теорема 2. *Если каждая максимальная подгруппа несверхразрешимой группы G сверхразрешима или проста, то G либо минимальная несверхразрешимая группа, либо $G \simeq PGL(2,p)$, где p — некоторое нечетное простое число > 3.*

О ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ МАКСИМАЛЬНЫХ И СУБНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП В КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ

В.С. Монахов, Д.А. Ходанович

Гомельский университет им. Ф. Скорины
Советская, 104, 246019 Гомель, Беларусь
Victor.Monakhov@gmail.com, Sovetd021201@tut.by

Рассматриваются только конечные группы. Терминология и обозначения соответствуют [1]. Если U и V — подгруппы группы G, $U \subseteq V$ и U нормальна в V, то фактор-группу V/U называют секцией группы G. Если в группе G нет секций, изоморфных S_4, то G на-