НОВЫЙ КРИТЕРИЙ ПОЛУАБЕЛЕВОСТИ И ЦЕНТРОИД n-АРНОЙ ГРУППЫ

Ю.И. Кулаженко

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
kulazhenko@gsu.by

Понятие полуабелевости, которое ввел Дернте в [1] одновременно с понятием самой n-арной группы, оказалось столь важным, что изучалось практически всеми математиками, чьи работы посвящены исследованиям в области теории n-арных групп (см., например, [2, 4]). Поэтому задача установления новых критериев полуабелевости n-арных групп является достаточно актуальной.

В представленном сообщении рассматривается n-арная группа G в смысле определения Куроша из [5].

Понятия, определения и обозначения можно найти в [2]. Напомним, что в аффинной геометрии под центроидом треугольника понимают такую точку d, что справедливо равенство $\overrightarrow{da}+\overrightarrow{db}+\overrightarrow{dc}=\overrightarrow{0}$, где a,b,c — вершины треугольника, а $\overrightarrow{0}$ — нулевой вектор.

Это понятие оказалось полезным и для приложений теории n-арных групп в аффинной геометрии. В частности, с помощью центроида можно устанавливать новые критерии полуабелевости G. Подтверждением этому служит следующий полученный результат.

Теорема. *Пусть a,b,c — произвольные точки из G, а точка $d\in G$ такая, что $\langle a,b,c,d\rangle$ — параллелограмм G. n-арная группа G будет полуабелевой тогда и только тогда, когда d — центроид треугольника $\langle a,c,S_d(b)\rangle$.*

Литература

1. Dornte W. *Untersuchungen uber einen verallgemeinerten Gruppenbegrieff* // Math. Z. 1928. Bd. 29. S. 1–19.
2. Русаков С. А. *Некоторые приложения теории n-арных групп.* Мн.: Беларуская навука, 1998.
3. Гальмак А. М. *n-арные группы.* Ч. 2. Мн.: Изд. центр БГУ, 2007.
4. Dudek W. A. *Ternary quasigroups connected with the affine geometry* // Algebras, Groups and Geometries. 1999. Vol. 16. P. 329–354.
5. Kurosh A. G. *Lectures on General Algebra.* Translated from the Russian edition (Moscow, 1960) by K. A. Hirsch. New York: Chelsea, 1963.

ОБ ОДНОЙ ХАРАКТЕРИЗАЦИИ МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ π-РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

Н.М. Курносенко, В.В. Подгорная

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
{kurnosenko, podgornaya}@gsu.by

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Через π будем обозначать некоторое множество простых чисел, а π' — дополнение к π во множестве всех простых чисел.

Определение 1 [1]. Минимальное добавление H к подгруппе K группы G называется супердобавлением, если H_1K является подгруппой для любой подгруппы H_1 из H. При этом подгруппа K называется полунормальной в группе G.

Определение 2. Пусть G — группа, у которой существует π'-холлова подгруппа $G_{\pi'}$. π-силовским множеством группы G назовем множество

$$\Sigma_G = \{1, G_{p_1}, G_{p_2}, \ldots, G_{p_n}, G_{\pi'} \mid \{p_1, p_2, \ldots, p_n\} = \pi\},$$

где G_{p_i} — силовская p_i-подгруппа группы G для всех $p_i \in \pi$, а 1 — единичная подгруппа. Если множество π совпадет с множеством всех простых делителей порядка группы G, то это определение превращается в определение силовского множество группы G [2].

При условии попарной перестановочности подгрупп из π–силовского множества Σ_G получаем определение π-силовской системы Σ_G^* группы G. Из теоремы С. А. Чунихина [2, теорема VI.1.7] следует, что любая π-разрешимая группа обладает π-силовской системой. Известно, что любая разрешимая группа обладает силовской системой, и наоборот, если в группе имеется силовская система, то группа разрешима [2, теорема VI.2.3].

Определение 3 [2]. Пусть H — подгруппа π–разрешимой группы G. Слабым нормализатором подгруппы H в группе G называют подгруппу $N_G^*(H) = HN_G^*(\Sigma_H)$, где

$$N_G^*(\Sigma_H) = \langle x \mid \langle x \rangle P = P \langle x \rangle \ \text{ для всех } \ P \in \Sigma_H \rangle$$

является системным квазинормализатором силовского множества Σ_H подгруппы H. Если $G = N_G^*(H)$, то подгруппу H называют слабонормальной в группе G.

Теорема. *Пусть группа G π–разрешима, M — максимальная подгруппа группы G с π-силовской системой Σ_M^*, такая, что $|G : M| = p^\alpha$ для некоторого $p \in \pi$. Подгруппа M обладает супердобавлением в группе G тогда и только тогда, когда она слабонормальна.*

Следствие. *Пусть группа G π-разрешима, Σ_G^* — ее π-силовская система. Если каждая субнормальная подгруппа группы G Σ_G^*-квазинормальна, то группа G π-сверхразрешима.*

Литература

1. Подгорная В. В. *Полунормальные подгруппы и сверхразрешимость конечных групп* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.–мат. навук. 2000. № 4. С. 22–25.

2. Huppert B. *Endliche gruppen, I.* Berlin; Heidelberg; New York: Springer, 1967.

3. Курносенко Н. М. *Критерий π–сверхразрешимости для конечных групп* // Мат. заметки. 1992. Т. 52, вып. 1. С. 57–61.

СВЯЗЬ НАИБОЛЬШИХ ПОРЯДКОВ ЭЛЕМЕНТОВ И ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНЕЧНЫХ ПРОСТЫХ СИМПЛЕКТИЧЕСКИХ ГРУПП

Д.В. Лыткин

Новосибирский государственный университет
Пирогова 2, 630090 Новосибирск, Россия
dan.lytkin@gmail.com

Пусть G — конечная простая группа лиева типа над конечным полем, характеристику которого мы будем обозначать через $\mathrm{ch}(G)$. Предположим, что G задана как подгруппа в $GL_n(q)$, порожденная некоторым множеством матриц X. Одной из задач вычислительной теории групп является нахождение $\mathrm{ch}(G)$ по X за полиномиальное время.

В [1] разработан алгоритм Монте-Карло для решения этой задачи, основанный на следующем свойстве простых групп лиева типа: если G и H — простые группы лиева типа над полями нечетных характеристик такие, что в множествах порядков элементов групп G и H совпадают три самых больших числа, то $\mathrm{ch}(G) = \mathrm{ch}(H)$ [1, теорема 1.2]. Также в этой работе