Литература

1. Васильев А. Ф., Васильева Т. И., Тютянов В. Н. *О конечных группах сверхразрешимого типа* // Сиб. мат. ж. 2010. Т. 51, № 6. С. 1270–1281.
2. Kniahina V. N., Monakhov V. S. *Finite groups with* $\mathbb{P}$*-subnormal 2-maximal subgroups* // ArXiv. org e-Print archive, arXiv:1105.3663. 18 May 2011.
3. Kniahina V. N., Monakhov V. S. *Finite groups with* $\mathbb{P}$*-subnormal primary cyclic subgroups* // ArXiv. org e-Print archive, arXiv:1110.4720V2. 18 Nov 2011.

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С K-$\mathfrak{U}$-СУБНОРМАЛЬНЫМИ n-МАКСИМАЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ

В.А. Ковалева, А.Н. Скиба

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
Советская 104, 246019, Гомель, Беларусь
vika.kovalyova@rambler.ru, alexander.skiba49@gmail.com

Все рассматриваемые в сообщении группы являются конечными.

Напомним, что подгруппа H группы G называется 2-максимальной (второй максимальной) подгруппой в G, если H является максимальной подгруппой в некоторой максимальной подгруппе M группы G. Аналогично могут быть определены 3-максимальные подгруппы и т.д. Пусть $\mathfrak{F}$ — непустая формация. Подгруппа H группы G называется K-$\mathfrak{F}$-субнормальной в G, если либо $H = G$, либо найдется такая цепь $H = H_0 < \ldots < H_n = G$, что либо H_{i-1} нормальна в H_i, либо $H_i/(H_{i-1})_{H_i} \in \mathfrak{F}$ для всякого $i = 1, 2, \ldots, n$.

Связь между структурой группы и ее n-максимальными подгруппами ($n > 1$) исследовалась многими авторами. Но несмотря на достаточно большое количество результатов о n-максимальных подгруппах, по-прежнему не потеряла свое значение фундаментальная статья А. Манна "Конечные группы, чьи n-максимальные подгруппы субнормальны"[1], где автором изучалось строение групп, у которых n-максимальные подгруппы субнормальны. В частности, Манн показал, что если все n-максимальные подгруппы разрешимой группы G субнормальны и $|\pi(G)| \geqslant n+1$, то G нильпотентна, а если $|\pi(G)| \geqslant n-1$, то G является ϕ-дисперсивной для некоторого упорядочения простых чисел ϕ.

Нами исследовалось строение групп, у которых все n-максимальные подгруппы K-$\mathfrak{U}$-субнормальны, где $\mathfrak{U}$ — класс всех сверхразрешимых групп. В частности, нами получено полное описание групп, все 2-максимальные или 3-максимальные подгруппы которых K-$\mathfrak{U}$-субнормальны. Кроме того, доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — наследственная насыщенная формация, содержащая все нильпотентные группы, и пусть все n-максимальные подгруппы группы G K-$\mathfrak{F}$-субнормальны в G. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) *всякая $(n-1)$-максимальная подгруппа из G принадлежит $\mathfrak{F}$;*

2) *все $(n+1)$-максимальные подгруппы из G являются K-$\mathfrak{F}$-субнормальными в G.*

Теорема 2. *Пусть G — разрешимая группа, все n-максимальные подгруппы которой K-$\mathfrak{U}$-субнормальны. Тогда:*

1) *если $|\pi(G)| > n+1$, то G сверхразрешима;*

2) *если $|\pi(G)| > n$, то G является дисперсивной по Оре;*

3) *если $|\pi(G)| = n$, то G является ϕ-дисперсивной для некоторого упорядочения простых чисел ϕ.*

Теорема 3. *Пусть G — разрешимая группа с $|\pi(G)| > n$. Тогда в том и только в том случае все n-максимальные подгруппы группы G являются K-$\mathfrak{U}$-субнормальными в G, когда $G = A \rtimes B$, где A и B — холловские подгруппы, и выполняются следующие условия:*

i) $A = G^{\mathfrak{U}} = N_1 \times \ldots \times N_t$, *где* N_i *— минимальная нормальная подгруппа в* G, $i = 1, \ldots, t$;

ii) для всякого $p \in \pi(A)$ *любая* n*-максимальная подгруппа группы* G *индуцирует на силовской* p*-подгруппе из* A *группу автоморфизмов, являющуюся расширением* p*-группы при помощи абелевой группы экспоненты, делящей* $p-1$.

Литература

1. Mann A. *Finite groups whose n-maximal subgroups are subnormal* // Trans. Amer. Math. Soc. 1968. Vol. 132. P. 395–409.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ТОЧЕК С АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ КООРДИНАТАМИ ВБЛИЗИ ГЛАДКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Э.И. Ковалевская, О.В. Рыкова

Белорусский государственный аграрный технический университет
Независимости 99, Минск, Беларусь
ekovalevsk@mail.ru, oly8521@yandex.ru

Пусть $P(x) \in Z[x]$ многочлен

$$P(x) = P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0.$$

Через $H = H(P) = \max\limits_{0 \leqslant i \leqslant n} |a_i|$ обозначим высоту многочлена, $\deg P = n$, а через $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \ldots \alpha_n$ — корни многочлена $P(x)$. Если $P(t)$ — неприводимый многочлен, и наибольший общий делитель его коэффициентов $(a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0) = 1$, то многочлен $P(t)$ называется минимальным многочленом для каждого α_j, $1 \leqslant j \leqslant n$, и $H(\alpha_j) = H(P)$.

Для некоторых положительных констант μ_1, μ_2, μ_3 рассмотрим параллелепипед

$$\Pi_1 = I_1 \times I_2 \times I_3 = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times [a_3, b_3] \subset [-1/2, 1/2]^3 \subset R^3$$

такой, что

$$\Pi_1 \bigcap \{|x-y| < 0,01, \quad [y-z] < 0,01, \quad |x-z| < 0,01\} = 0$$

и

$$I_1 = b_1 - a_1 = Q^{-\mu_1}, \quad I_2 = b_2 - a_2 = Q^{-\mu_2}, \quad I_3 = b_3 - a_3 = Q^{-\mu_3}.$$

Заметим, что длины I_1, I_2, I_3 малы при условии, что $\mu_1 > 0$, $\mu_2 > 0$, $\mu_3 > 0$ и Q достаточно велико.

Введем класс многочленов

$$P_n(Q) = \{P \in Z[x] : \deg P = n, \quad n \geqslant 3, \quad |a_n| \gg H(P), \quad H(P) \leqslant Q\}.$$

Из условия $|a_n| \gg H(P)$ следует, что корни многочлена P ограничены [1].

Пусть $K_n(\Pi_1, Q)$ — множество точек $(\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k)$, $1 \leqslant i < j < k \leqslant l$, таких что:

1) $(\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k)$ — действительные корни многочлена $P \in P_n(Q)$;

2) $(\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k) \in \Pi_1$.

Условие 2) исключает совпадение корней $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$.

Задача заключается в том, чтобы оценить мощность множества $K_n(\Pi_1, Q)$.

Теорема 1. *Пусть* $0 < \mu_i < 1/3$, $i = \overline{1,3}$. *Тогда*

$$\# K_n(\Pi_1, Q) \gg Q^{n+1-\mu_1-\mu_2-\mu_3}.$$