Перестройка обучения математике в вузах и ссузах Беларуси

А. А. Черняк,
профессор кафедры математики и методики преподавания математики,
доктор физико-математических наук,
И. В. Кирюшин,
доцент кафедры математики и методики преподавания математики, кандидат физико-математических наук;
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка

Статичность математического образования в нашу эпоху экспоненциального роста числа научных открытий и информационного бума, очевидно, пагубно сказывается на качестве образования. Необходимо кардинально менять подходы и структуру лекционных и практических занятий. В данной статье кратко очерчены возможные пути этих перемен.

Тот факт, что прежние формы и методы обучения студентов серьезно устарели, подтверждают не только гигантские возможности Всемирной паутины, но и изменения, происходящие в психологии студенческой среды.

Однако, с точки зрения консерваторов и догматиков от образования, базовая математика статична, поскольку изменения в науке затрагивают только верхушку математической пирамиды и малодоступны простому человеку, не наделенному особым математическим даром. И потому, по их мнению, следует сохранять традиционные подходы на уровне базового обучения «для всех».

Постараемся развенчать этот миф, а для демонстрации нашей позиции будем апеллировать к дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (как раз более удобной для аргументации оппонентов, чем нашей), потому что линейная алгебра и аналитическая геометрия предусмотрены учебными программами всех технических, педагогических и экономических вузов и ссузов, а результаты, которые изучаются в рамках этой дисциплины, хотя и были получены еще несколько столетий назад, составляют базу для многих смежных естественно-научных дисциплин, изучаемых в университетах.

Лекции

В целом такая форма обучения, как лекция, вызывает наибольшее отторжение у студентов, в чем легко убедиться, заглянув в журналы посещаемости. Аргументы студенческой среды таковы: зачем слушать то, что можно в любое удобное время почерпнуть из интернета, причем зачастую на более качественном уровне, чем преподносит тот или иной «навязанный» университетом лектор? К тому же зачастую многие студенты-«тугодумы» просто не успевают отслеживать логику и смысл излагаемого и просто механически записывают под диктовку за преподавателем, не вникая в смысл и суть сказанного. А ведь интернет изобилует профессиональными видеоуроками практически по всем разделам университетской математики. При этом в любой момент можно остановить видеолекцию, вдуматься в излагаемый текст и продолжить просмотр в удобное время. Кроме того, в доступном онлайн-режиме находятся все классические учебники великих советских и иностранных математиков по нужной дисциплине (в частном случае, как мы договорились выше, имеется в виду линейная алгебра и аналитическая геометрия).

Следовательно, количество лекций необходимо сокращать в пользу практических и лабораторных занятий, а само содержание лекций нужно изменить кардинально. Лекция должна быть обзорной, не перегруженной техническими деталями, содержать оригинальные и современные факты и сопоставления, с уклоном в популяризацию излагаемой темы. Условно такие лекции можно назвать теоретическими минимумами. Обратную связь со студентами после каждой такой лекции можно осуществлять с помощью так называемого теоретического максимума, который должен быть в открытом доступе, содержать разноуровневые задания на глубокое понимание теории и сопровождаться ответами, указаниями и (или) строгими математическими обоснованиями. В последующем эти задания можно использовать в различных формах контроля знаний.

Для иллюстрации сказанного в рамках линейной алгебры рассмотрим тему «*Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)*». В учебных программах предусмотрены три основных метода их решения: метод Гаусса, правило Крамера и матричный метод (последние два – для квадратных систем).

В лекции алгоритм Гаусса можно изложить в такой его модификации, которая не содержит практически ни одного математического символа и к тому же не требует никаких «обратных ходов», отнимающих дорогое лекционное время. Например, это можно сделать следующим образом: обозначим через $\mathbf{M}_1$ расширенную матрицу, соответствующую исходной системе линейных уравнений, и рассмотрим k-й шаг алгоритма. Пусть к этому шагу получена матрица $\mathbf{M}_k$. Если матрица $\mathbf{M}_k$ содержит противоречивую строку, то исходная система несовместна, и алгоритм прекращает работу. В противном случае удаляем все нулевые строки матрицы $\mathbf{M}_k$, если таковые имеются. Выберем строку, которая еще не выбиралась на предыдущих шагах, и назовем ее разрешающей (если таких строк нет, то система приведена к виду, содержащему базис переменных, и алгоритм прекращает работу). Некоторый ненулевой элемент этой строки, не принадлежащий последнему столбцу матрицы $\mathbf{M}_k$, назовем разрешающим и с помощью элементарных преобразований все другие элементы столбца, содержащего разрешающий элемент, превращаем в нули (это можно сделать последовательным прибавлением к строкам матрицы разрешающей строки, умноженной на подходящее число). Таким образом, будет построена матрица $\mathbf{M}_{k+1}$. Переходим к следующему $(k + 1)$-му шагу.

Что касается правила Крамера, то в этом месте преподаватель может значительно оживить интерес студентов, объяснив популярно с точки зрения современной теории сложности алгоритмов, почему этот метод на практике неприменим и представляет интерес только для учителей математики. Ведь алгоритмическая сложность правила Крамера растет экспоненциально в зависимости от числа n уравнений, и его компьютерная реализации «захлебнется» уже при малых значениях n, в отличие от полиномиального алгоритма Гаусса, который за считанные секунды может обрабатывать на компьютере системы огромных размеров. Вряд ли об этом можно услышать в видеолекциях в интернете.

Второй аспект, который можно затронуть на лекции на данную тему, – это системы линейных неравенств. А это уже выход на самые передовые результаты математики, поскольку относительно недавно было доказано существование эффективного алгоритма решения таких систем (алгоритмы Кармаркара и Хачияна), причем этот результат несоизмеримо сложнее доказывается, чем эффективность алгоритма Гаусса. Вот хороший повод побудить студентов соприкоснуться с очень серьезной математикой (наиболее доступное изложение алгоритма Кармаркара можно найти, например, в [1]).

Есть еще одна очевидная возможность сделать лекции преподавателя востребованными и конкурентными на фоне многочисленных предложений в интернете – это оригинальное изложение материала, обладающее преимуществами наглядности, доступности и логической связности. Например, практически все традиционные разделы линейной алгебры могут быть нанизаны на одну общую идею – использование понятия *элементарного преобразования n-мерных* векторов. Выше мы видели, как работает это понятие в описании алгоритма решения СЛАУ. Оказывается, на базе элементарных преобразований можно математически строго, последовательно и просто доказать целый набор утверждений: теоремы о ранге матриц, невырожденной матрице, числе решений СЛАУ и однородных СЛАУ, алгоритмы нахождения обратных матриц, определителей, метод наименьших квадратов, собрав все доказательства в теоретических максимумах. Такой подход частично рассматривается в некоторых классических учебниках по линейной алгебре, однако непопулярен в интернете и учебниках для технических университетов.

Практические занятия

Сейчас на практических занятиях все еще сохраняется тенденция озадачивать студентов трудоемкими и рутинными вычислениями, «захламляющими» мыслительный процесс. И то, что хорошо было в докомпьютерную эпоху, критично плохо сегодня. Ибо, получая подобные задания для домашней работы или на контрольной, ловкие студенты в считанные минуты справляются с ними, находя в интернете нужные онлайн-процедуры. Последние способны решать практически весь спектр заданий в ставшем настольным уже для двух поколений преподавателей четырехтомнике [2]. И еще хорошо, если онлайн-ресурс попутно описывает идею алгоритма вычислений, а не только выдает конечный результат.

Таким образом, теряется мотивированность к обучению. И наличие на кафедрах всевозможных локальных проверочных тестов не способно решить эту проблему, поскольку большая часть тестов рассчитана на вычислительные процедуры, а не на качественное понимание теории, методов и алгоритмов. Эту порочную практику можно прекратить, привлекая системы компьютерной математики (СКМ). Но при этом нужно искусно соблюсти баланс, чтобы студент не утратил практические навыки решения (пусть и упрощенных) задач для ручного счета. В данном случае уместна такая аналогия: способен ли калькулятор заменить знание таблицы умножения? Да, легко. Но без таблицы умножения у человека уже в школьном возрасте происходит безвозвратная атрофия математической памяти, так необходимой в повседневной жизни.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим тему «*Фигуры второго порядка на плоскости*». Помимо лекции и решения традиционных задач использованию СКМ должен предшествовать подготовительный практикум без компьютера приблизительно такого содержания:

1. На плоскости даны точка $A(1;\ 0)$ и прямая $x - 2 = 0$.

а) Составьте каноническое уравнение линии, каждая точка которой в два раза ближе к точке A, чем к данной прямой $x - 2 = 0$.

б) Составьте каноническое уравнение линии, каждая точка которой в два раза дальше от точки A, чем от данной прямой $x - 2 = 0$.

в) Составьте каноническое уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки A и данной прямой $x - 2 = 0$.

2. а) Составьте каноническое уравнение окружности, проходящей через левый фокус эллипса $x^2 + 4y^2 = 4$ и с центром в его верхней вершине.

б) Составьте каноническое уравнение окружности, если концы одного из ее диаметров находятся в точках $A(3;\ 9)$ и $B(7;\ 3)$.

в) Составьте каноническое уравнение гиперболы, имеющей вершины в фокусах эллипса:

$$\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{144} = 1.$$

3. Составьте каноническое уравнение линии, каждая точка которой отстоит от точки $A(3;\ 2)$ на расстоянии в три раза большем, чем от точки $B(-1;\ 0)$. Случайно ли здесь появление окружности?

Подобные задания должны выполняться на практических занятиях и затем тиражироваться для закрепления навыков их решения в домашних заданиях, в рамках самостоятельной контролируемой работы. Лишь после этого уместно завершить практикум заданием на базе СКМ, например, следующим образом: с помощью Mathcad изобразите на координатной плоскости фигуры, чьи уравнения найдены в заданиях № 1–3 подготовительного практикума.

В помощь студентам предлагается следующий демонстрационный пример выполнения задания в Mathcad.

Откройте авторскую программу «Фигуры второго порядка» [3]. Введите координаты x_F и y_F полюса F, а также коэффициенты общего уравнения $ax + by + c = 0$ директрисы: $x_F := 1$, $y_F := 1$, $a := 1$, $b := -3$, $c := 0$. Задайте эксцентриситет ε. При ε = 2 получим картину, как на рисунке.

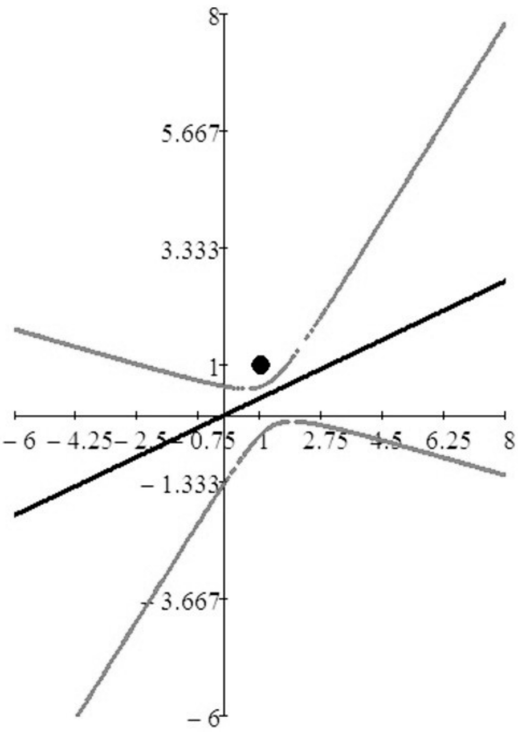


Рис. **К теме «Фигуры второго порядка на плоскости»**

Приведем еще один пример – тема «*Умножение матриц и обращение матрицы*». Здесь в подготовительном практикуме без компьютера целесообразно рассмотреть несложные задания на доказательства простейших свойств умножения матриц, которые студенты могут вывести эмпирическим методом. Например:

1. Доказать, что любую перестановку строк матрицы можно осуществить с помощью элементарных преобразований ее строк.

2. Квадратная матрица называется диагональной, если все ее элементы, расположенные вне главной диагонали, равны нулю. Доказать:

а) умножение матрицы **A** размера $m \times n$ слева на диагональную матрицу **B** порядка m с элементами

b_1, b_2, …, b_m на главной диагонали вызывает умножение строк матрицы **A** соответственно на b_1, b_2, …, b_m;

б) умножение матрицы **A** размера $m \times n$ справа на диагональную матрицу **C** порядка n с элементами c_1, c_2, …, c_n на главной диагонали вызывает умножение столбцов **A** соответственно на c_1, c_2, …, c_n.

3. Доказать, что произведение диагональных матриц одного порядка является диагональной матрицей.

4. Доказать, что квадратная матрица **A** перестановочна со всеми диагональными матрицами того же порядка n, если и только если сама **A** диагональная.

5. Квадратная матрица **A** порядка n называется верхней треугольной, если все ее элементы ниже главной диагонали равны нулю: $a_{ik} = 0$ для $i > k$, $i = 1, \ldots, n$, $k = 1, \ldots, n$. Доказать, что если все диагональные элементы верхней треугольной матрицы **A** отличны от нуля, то обратная матрица $\mathbf{A}^{-1}$ существует и также является верхней треугольной.

6. Доказать, что для диагональной матрицы с ненулевыми диагональными элементами a_1, a_2, …, a_n обратной является диагональная матрица с диагональными элементами a_1^{-1}, a_2^{-1}, …, a_n^{-1}.

А теперь приведем задания на базе СКМ по данной теме:

1. С помощью авторской программы «Матрицы» решите матричное уравнение $\mathbf{AX} = \mathbf{E}$ по алгоритму Гаусса и определите обратную матрицу $\mathbf{A}^{-1}$:

а) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$,

б) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$,

в) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Проверьте с помощью авторской программы «Матрицы» справедливость следующих утверждений:

а) если матрица **C** получается из **A** умножением i-й строки матрицы **A** на число λ, то **C** = **BA**, где **B** – матрица, полученная из единичной матрицы **E** заменой единиц на позиции (i, i) числом λ;

б) если матрица **C** получается из **A** прибавлением к i-й строке матрицы **A** ее k-й строки, умноженной на λ, то **C** = **BA**, где **B** – матрица, полученная из единичной матрицы **E** заменой нулей на позиции (i, k) числом λ.

3. С помощью авторской программы «Матрицы» выскажите гипотезы, как изменится обратная матрица $\mathbf{A}^{-1}$, если в матрице **A**:

а) переставить r-ю и s-ю строки;

б) r-ю строку умножить на отличное от нуля число λ;

в) к r-й строке прибавить s-ю строку, умноженную на число λ?

4. С помощью авторской программы «Матрицы» выскажите гипотезы, как изменится произведение **AB** матриц **A** и **B**, если:

а) переставить i-ю и j-ю строки матрицы **A**;

б) к i-й строке матрицы **A** прибавить j-ю строку, умноженную на скаляр λ.

Демонстрационный пример выполнения задания в Mathcad

Запустите авторскую программу «Матрицы» и ознакомьтесь с основными процедурами, которые используются в алгоритме Гаусса обращения матриц [3]:

1. Процедура *Expand*(*M*) построения расширенной матрицы **N** для данной матрицы **M**:

$$M := \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0.325 \\ \frac{5}{13} & 92 \end{pmatrix}, \quad N := Expand(M),$$

$$N = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{13}{40} & 1 & 0 \\ \frac{5}{13} & 92 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Процедура *ElemPreo*(N, i, k, λ) позволяет прибавить к i-й строке матрицы **N** разрешающую k-ю строку, умноженную на скаляр λ:

$$N := ElemPreo\left(N, 2, 1, -\frac{\frac{5}{13}}{\frac{2}{3}}\right),$$

$$N = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{13}{40} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1469}{16} & -\frac{15}{26} & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Процедура *Delen*(N, k, λ) позволяет делить k-ю строку матрицы **N** на число λ:

$$N := Delen\left(N, 2, \frac{1469}{16}\right),$$

$$N = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{13}{40} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{120}{19097} & \frac{16}{1469} \end{pmatrix}.$$

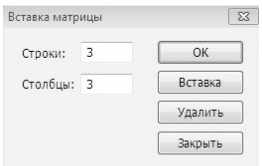
4. Процедура *Perestanov*(*N*, *i*, *k*) переставляет местами *i*-ю строку и *k*-ю строки матрицы **N**:

$$Perestanov(N, 2, 1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{120}{19097} & \frac{16}{1469} \\ \frac{2}{3} & \frac{13}{40} & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

А теперь приступим к нахождению матрицы $\mathbf{A}^{-1}$, где матрица

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Введите исходную информацию:



$$M := \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix},$$

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

С помощью процедуры *Expand*(*M*) постройте расширенную матрицу **N**:

$$N := Expand(M), \; N = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

С помощью процедур *ElemPreo*, *Delen*, *Perestanov* получите матрицу (**EM**):

$$N := ElemPreo(N, 1, 3, -1) \;\; N := ElemPreo(N, 2, 3, -1)$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -7 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$N := ElemPreo\left(N, 3, 2, \frac{1}{4}\right) \;\; N := ElemPreo\left(N, 1, 2, \frac{1}{4}\right)$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{27}{4} & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & -4 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & \frac{9}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

$$N := ElemPreo\left(N, 2, 1, \frac{4}{27}\right) \;\; N := ElemPreo\left(N, 3, 1, \frac{1}{3}\right)$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{27}{4} & 1 & \frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \\ 0 & -4 & 0 & \frac{4}{27} & \frac{28}{27} & -\frac{32}{27} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$N := Delen\left(N, 1, -\frac{27}{4}\right) \;\; N := Delen(N, 2, -4)$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{27} & -\frac{1}{27} & \frac{5}{27} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{27} & -\frac{7}{27} & \frac{8}{27} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$N := Perestanov(N, 1, 3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{27} & -\frac{7}{27} & \frac{8}{27} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{27} & -\frac{1}{27} & \frac{5}{27} \end{pmatrix}$$

С помощью встроенной функции *submatrix* следует «вынуть» из матрицы **N** подматрицу **M**:

$$M := submatrix(N, 1, 3, 4, 6)$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{27} & -\frac{7}{27} & \frac{8}{27} \\ -\frac{4}{27} & -\frac{1}{27} & \frac{5}{27} \end{pmatrix}$$

Учебные программы

В Республике Беларусь вводятся новые образовательные стандарты, что является отличным поводом исправить недостатки, присущие их предшественникам. На наш взгляд, новые учебные планы и программы должны подчиняться главному принципу – все модули в них должны быть четко мотивированы. Под мотивацией подразумевается выполнение хотя бы одного из следующих трех требований (в порядке убывания важности):

1) востребованность знаний и умений в профессиональной деятельности будущего специалиста;

2) востребованность в других изучаемых дисциплинах;

3) востребованность на случай перехода специалиста в смежную область деятельности.

В качестве примера рассмотрим предыдущие стандарты по дисциплине «Алгебра» (специальность 1-02 05 01 «Математика и информатика»): в них два семестра были отведены на изучение теории многочленов и теории расширений полей. Эти разделы представлялись будущим учителям математики непостижимо сложными абстрактными алгебраическими теориями, к тому же невостребованными в их дальнейшей деятельности ни в каких ее формах – базовой, профильной факультативной, олимпиадной. Общая теория полей более уместна при подготовке теоретиков-алгебраистов, поскольку составляет основу классической теории Галуа о разрешимости уравнений в радикалах.

Можно было бы возразить: многочлены изучаются в рамках школьной программы по алгебре. Да, но этот аргумент звучит неубедительно, поскольку в школе изучаются только квадратные многочлены с действительными коэффициентами и многочлены более высоких степеней, сводящиеся к квадратным. В университете эти темы представлены в модуле по элементарной математике и не нуждаются в дублировании в курсе алгебры.

Однако в новых стандартах мы сохранили модуль «Алгебра многочленов и расширения полей» (третий семестр), увенчав его, следуя упомянутому выше принципу мотивированности, последующим модулем «Алгебраические методы в защите информации» (четвертый семестр). Поясним, что здесь имеется в виду.

Прогресс в информационных технологиях в последние десятилетия открыл неисчерпаемые возможности абстрактной алгебры в криптографии и теории кодирования, а без понимания математических основ защиты информации невозможно представить себе сегодняшнего учителя математики и информатики. Кроме того, школьный учитель информатики обязан владеть методами оценки временной сложности алгоритма, понятиями *NP*-трудных и *NP*-полных задач, различать полиномиальные и экспоненциальные алгоритмы. И эти вопросы предусмотрены модулем «Алгебраические методы в защите информации».

Насколько глубоко теория многочленов над конечными полями связана с современными проблемами защиты информации, можно судить по простому перечислению того, что следует знать и чем следует владеть студенту для понимания продвинутого стандарта шифрования *AES* (*Advanced Encryption Standard*), который сегодня остается наиболее предпочтительным для правительств, банков и систем высокой безопасности во всем мире. Перечислим кратко: теория конечных групп и циклических групп, теория сравнений, теоремы делимости в кольцах многочленов над произвольными полями, структурные свойства конечных полей многочленов по простому модулю, полиномиальные алгоритмы обращения многочленов.

***

Таким образом, наличие модуля «Алгебра многочленов и расширения полей» становится мотивированным и обоснованным.

Чтение лекций должно стать двухуровневым:

• первый уровень (теоретический минимум) – базовый, доступный для восприятия «сходу»;

• второй уровень (теоретический максимум) – для индивидуального углубленного изучения вне лекционной аудитории (дома, дистанционно и на семинарах).

Практикум также должен стать двухступенчатым: первая ступень обеспечивает приобретение необходимых математических и вычислительных знаний и умений, вторая ступень – с привлечением систем компьютерной математики – искореняет бессмысленные, рутинные операции и интенсифицирует процесс обучения.

Список использованных источников

1. Методы оптимизации: теория и алгоритмы: учеб. пособие для вузов / А. А. Черняк [и др.]. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во «Юрайт», 2020. – 357 с.

2. Индивидуальные задания по высшей математике: в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – Минск: Высш. шк., 2013–2014.

3. *Черняк, А. А.* Математические расчеты в среде Mathcad / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во «Юрайт», 2021. – 163 с.

Аннотация

В статье предлагается новая концепция обучения математическим дисциплинам в учреждениях высшего и среднего профессионального образования, согласно которой освоение лекционного материала должно быть двухуровневым: теоретический минимум (для восприятия сразу на лекции) и теоретический максимум (для изучения вне лекционной аудитории с помощью интернет- и компьютерных технологий, на семинарах). Практикум также должен стать двухступенчатым: приобретение базовых знаний и умений и использование систем компьютерной математики. Даны примеры реализации при обучении линейной алгебре и аналитической геометрии.

Abstract

A new concept of teaching mathematical disciplines at the universities and colleges is proposed. Study of lecture material should be two-level: theoretical minimum (for perception immediately at the lecture), theoretical maximum (for studying outside the lecture hall using the Internet and computer technologies, at seminars). Practical classes should become two-stage: acquisition of basic knowledge and skills, use of computer mathematics systems. Examples of implementation in teaching linear algebra and analytic geometry are given.