личением скорости диффузии и времени жизни мигрирующих из ядра первичных РД (вакансий, междоузельных атомов), т. е. с увеличением длины их пробега. В тянутом кремнии это обусловлено, в первую очередь, увеличением длины пробега вакансий, которые образуют с атомами кислорода и ассоциациями C_sO_i соответственно A-центры и комплексы COV_2, формирующие периферийную часть ОСД. В зонных кристаллах возрастание размеров периферийной части определяется увеличением длины пробега как вакансий, так и междоузельных атомов кремния. За счет вакансий здесь происходит формирование E-, A-центров, а за счет междоузельных атомов — комплексов C_iC_s. Заметим, что так как последние РД образуются в два этапа (через метастабильный в n-кремнии при этих температурах междоузельный углерод C_i), то увеличение размеров периферийной части ОСД с ростом $T_{обл}$ может быть связано также с возрастанием длины пробега C_i. Независимость от $T_{обл}$ размеров ядра ОСД объясняется тем, что доминирующие дефекты ядра (дивакансии) создаются при облучении протонами в основном как первичные РД.

Следует отметить, что полученные в работе значения размеров образующихся при облучении протонами ОСД могут быть несколько завышены, а плотность дефектов в них соответственно занижена. Это связано с тем, что спектр энергий остаточных ядер, создаваемых высокоэнергетическими протонами, достаточно широк и простирается до значений в несколько десятков МэВ. При таких энергиях остаточных ядер первичный каскад смещений может состоять из нескольких подкаскадов из-за каналирования вторичных атомов отдачи [6]. Такое допущение подтверждается результатами выполненных нами электронно-микроскопических исследований облученных протонами образцов, которые показали, что ОСД в этом случае располагаются «цепочками» вдоль плоскостных каналов в решетке кремния, т. е. действительно образуются на месте подкаскадов. Учет каналирования в расчетах r и N^* может быть произведен простой заменой в (4), (5) η_c на $l\eta_c$, где l — число подкаскадов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами.— М., 1972.
2. Вавилов В. С., Ухин Н. А. Радиационные эффекты в полупроводниках и полупроводниковых приборах.— М., 1969.
3. Kuznetson V. I. and Lugakov P. F.— Phys. Stat. Sol. (a), 1982, v. 70, p. 387.
4. Goleminov N. G., Kramer-Ageev E. A. and Mironov Y. A.— Phys. Stat. Sol. (a), 1975, v. 28, p. 371.
5. Крамер-Агеев Е. А., Миронов Ю. А.— В сб.: Влияние ионизирующих излучений на свойства диэлектриков и полупроводников. М., 1979, с. 85.
6. Ленченко В. М., Акилов Ю. З.— Физ. и техн. полупров., 1971, т. 5, № 3, с. 397.

Поступила в редакцию
28.12.83.

НИИ ПФП

УДК 621.372.412

М. ПАТЕК, А. П. ХАПАЛЮК

ОТКРЫТЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР, УСЛОЖНЕННЫЙ ФОКУСИРУЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Параметры, определяющие пространственную структуру поля излучения лазеров, можно рассчитывать в параболическом приближении с помощью понятия эквивалентных резонаторов (ЭР) [1]. В настоящее время применяются сложные резонаторы с большим числом линз и других фокусирующих или дефокусирующих элементов, для описания которых необходимо большое число параметров. Такие усложненные резонаторы со специально подобранными параметрами могут также оказаться

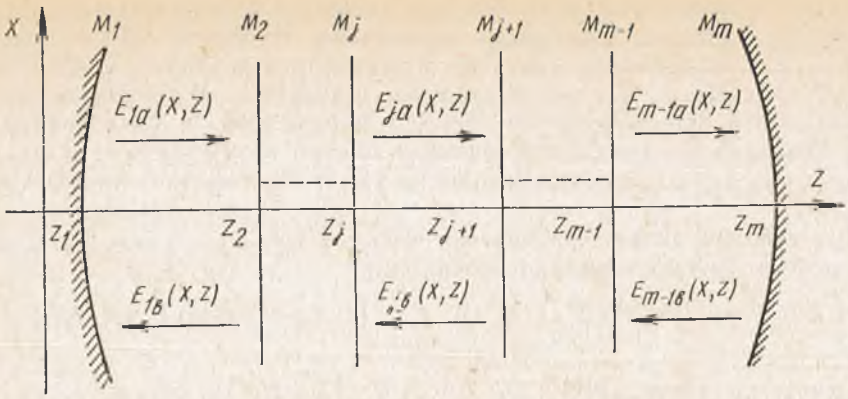

Схема сложного резонатора

хорошей моделью реальных резонаторов, заполненных неоднородной, в частности продольно неоднородной, активной средой. Естественно, их полный прямой расчет является очень громоздкой и трудно обозримой проблемой. Цель данной работы показать, что расчет резонаторов можно существенно упростить с помощью понятия системы ЭР.

Для осуществления этой цели достаточно рассмотреть двумерный случай с поперечной декартовой координатой x и продольной z. Предположим, что между выходными зеркалами резонатора расположено $m-2$ ($m \geqslant 2$) линз (см. рисунок). В параболическом приближении их передаточные функции $M_j(x)$ могут быть записаны в виде

$$M_j(x) = M_{0j} \exp\left(\frac{ikNx^2}{2f_j}\right), \quad j = 1, 2, \ldots, m, \tag{1}$$

где M_{0j} — постоянные числа; N — показатель преломления среды; f_j — фокусное расстояние линзы; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме. Под передаточными функциями (1) с индексами $j=1$ и $j=m$ подразумеваются коэффициенты отражения первого и соответственно второго зеркал (см. рисунок).

$$M_1(x) \equiv R_1(x) = R_{01} \exp\left(\frac{ikNx^2}{\rho_1}\right), \quad M_m(x) \equiv R_m(x) = R_{0m} \exp\left(\frac{ikNx^2}{\rho_m}\right), \tag{2}$$

где $\rho_1 = 2f_1$ и $\rho_m = 2f_m$ — радиусы кривизны зеркал.

В нашей задаче можно ограничиться основной (гауссовой) модой и электрическое поле ее между линзами искать в виде суммы двух с противоположными направлениями распространения простых гауссовых пучков

$$E_j^a(x, z) = \frac{A_j e^{-ikNz}}{\sqrt{knw_{ja}^2 - i(z - l_{ja})}} \exp\left[-\frac{kN}{2} \frac{x^2}{knw_{ja}^2 - i(z - l_{ja})}\right]$$

$$E_j^b(x, z) = \frac{B_j e^{ikNz}}{\sqrt{knw_{jb}^2 + i(z - l_{jb})}} \exp\left[-\frac{kN}{2} \frac{x^2}{knw_{jb}^2 + i(z - l_{jb})}\right], \tag{3}$$

где w_j — радиусы пучков в локусе (шейке); l_j — координаты локуса на оси z; A_j и B_j — амплитудные множители; $n = \operatorname{Re} N$ — действительная часть комплексного показателя преломления; индексом a обозначаются параметры пучка, распространяющегося вдоль положительного направления оси z, индексом b — в обратном направлении.

В (3) все параметры пучков — неизвестные величины. Определение этих параметров — необходимое и формально достаточное условие решения проблемы. Всего имеется $2m-2$ пучков, для каждого из которых необходимо определить 4 действительных параметра и общую для всех

их частоту и порог генерации. Все они являются функциями параметров резонатора, которые считаются заданными. В общем случае используемая здесь модель допускает $5m+2$ параметров резонатора: комплексное значение M_{0j}, f_j, N и действительное значение z_j. В результате необходимо найти $8m-6$ функции $(5m+2)$ параметров. С увеличением m число функций параметров резонатора быстро возрастает, и задача их определения даже при сравнительно малом m становится сложной и громоздкой.

Для решения задачи фактически имеются только условия согласования полей на линзах и выходных зеркалах

$$E_j^a(x, z_j) = M_j(x) E_{j-1}^a(x, z_j), \quad E_{j-1}^b(x, z_j) = M_j(x) E_j^b(x, z_j), \tag{4}$$

$$E_1^a(x, z_1) = R_1(x) E_1^b(x, z_1), \quad E_{m-1}^b(x, z_m) = R_m(x) E_{m-1}^a(x, z_m).$$

Система $2m-2$ уравнений (4) должна выполняться тождественно относительно x. Поэтому, подставляя выражения (3) в (4), необходимо в каждом из равенств по отдельности приравнять в экспонентах коэффициенты при x^2. В результате получается вторая система из $2m-2$ уравнений. Всего получаем $4m-4$ комплексных уравнений, которых достаточно для определения $8m-8$ действительных искомых параметров поля (3). Два параметра остаются неопределенными: интенсивность и начальная фаза поля (известный результат для линейной оптики). Неизвестные параметры в обеих системах частично разделяются, и их можно решать по отдельности.

Сначала нужно решить вторую систему уравнений. Она не содержит искомых амплитудных параметров поля и поэтому решается независимо от первой. Эта система уравнений дает возможность определить радиусы (w) и положения локусов (l) генерируемых пучков. Основная цель данной работы — разработка методов ее решения.

Систему $2m-2$ уравнений, которая получается непосредственно из (4), выписывать здесь не будем. Оказывается, что после несложных и довольно очевидных преобразований ее можно значительно упростить. Для определения радиуса и положения локуса пучка в каждом j-ом участке между линзами можно записать пару уравнений:

$$\frac{1}{l_{ja} - ikn w_{ja}^2 - z_{1j}} - \frac{1}{-l_{jb} - ikn w_{jb}^2 + z_{1j}} = \frac{2}{\rho_{1j}},$$

$$\frac{1}{l_{ja} - ikn w_{ja}^2 - z_{mj+1}} - \frac{1}{-l_{jb} - ikn w_{jb}^2 + z_{mj+1}} = -\frac{2}{\rho_{mj+1}}. \tag{5}$$

Входящие сюда параметры z_{1j} и ρ_{1j} определяются из независимых между собой систем рекуррентных уравнений:

$$z_{1s} = z_s + \frac{f_s(z_{1s-1} - z_s)}{f_s + z_{1s-1} - z_s}, \quad z_{1s} + \rho_{1s} = z_s + \frac{f_s(z_{1s-1} + \rho_{1s-1} - z_s)}{f_s + z_{1s-1} + \rho_{1s-1} - z_s},$$

$$s = 2, \ldots, j, \tag{6}$$

а параметры z_{mj+1} и ρ_{mj+1} определяются из другой независимой аналогичной системы рекуррентных уравнений:

$$z_{ms} = z_s + \frac{f_s(z_{ms+1} - z_s)}{f_s - z_{ms+1} + z_s}, \quad z_{ms} - \rho_{ms} = z_s + \frac{f_s(z_{ms+1} - \rho_{ms+1} - z_s)}{f_s - z_{ms+1} + \rho_{ms+1} + z_s},$$

$$s = m-1, \ldots, j+1. \tag{7}$$

Тем самым исходная система $2m-2$ связанных между собой уравнений распадается на независимые группы более простых уравнений.

По своей структуре (5) являются уравнениями для определения положения локусов и радиусов пучков в простом (без линзы) резонаторе [2]. Положение первого (левого) зеркала этого резонатора на оси z

определяется параметром z_{1j}, а второго (правого) — z_{mj+1}. Радиусы кривизны этих зеркал равны ρ_{1j} и ρ_{mj+1} соответственно. Этот резонатор и будет j-ым ЭР. Для каждого j, т. е. каждому промежутку между реальными линзами исходного резонатора, можно сопоставить свой простой ЭР. Реальные параметры пучков в этом промежутке находятся из уравнений (5) и определяются по известным формулам [2]:

$$knw_{ja}^2 + il_{ja} = \frac{\sqrt{d_j(\rho_{1j}-d_j)(\rho_{mj+1}-d_j)(\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-d_j)} - id_j(\rho_{1j}-d_j)}{\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-2d_j} + iz_{mj+1},$$

$$knw_{jb}^2 - il_{jb} = \frac{\sqrt{d_j(\rho_{1j}-d_j)(\rho_{mj+1}-d_j)(\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-d_j)} - id_j(\rho_{mj+1}-d_j)}{\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-2d_j} - iz_{1j}, \tag{8}$$

где $d_j = z_{mj+1} - z_{1j}$ — длина ЭР. В общем случае она может оказаться отрицательной ($z_{1j} > z_{mj+1}$), но формулы (8) при этом останутся справедливыми. Формулы (8) остаются справедливыми в случаях комплексных параметров (d_j, ρ_{1j} и ρ_{mj+1}) ЭР. Естественно, радиусы пучков w_j^2 обязательно должны быть положительными величинами. Это требование можно назвать условием устойчивости резонатора. Оно, в частности, определяет выбор знака корня в (8). Если параметры ЭР комплексные величины, область устойчивости будет большей, чем для соответствующего ЭР с действительными параметрами. Поэтому введение в обычный резонатор гауссовой диафрагмы может значительно расширить область его устойчивости. Она однозначно определяется из формул (8).

Для ЭР с действительными параметрами действительные и мнимые части в (8) легко разделяются и получаются следующие формулы:

$$w_{ja}^2 = w_{jb}^2 = \frac{\sqrt{d_j(\rho_{1j}-d_j)(\rho_{mj+1}-d_j)(\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-d_j)}}{(kn)(\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-2d_j)},$$

$$l_{ja} = l_{jb} = z_{1j} + \frac{d_j(\rho_{mj+1}-d_j)}{\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-2d_j} = z_{mj+1} - \frac{d_j(\rho_{1j}-d_j)}{\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-2d_j}. \tag{9}$$

Из формул (9) вытекает условие устойчивости ЭР:

$$d_j(\rho_{1j}-d_j)(\rho_{mj+1}-d_j)(\rho_{1j}+\rho_{mj+1}-d_j) > 0, \tag{10}$$

что равносильно известному из литературы [2, 4].

Параметры зеркал ЭР определяются по формулам (6)—(7). Все четыре уравнения в (6)—(7) независимы и имеют совершенно одинаковую математическую структуру, поэтому их решение можно найти одним и тем же методом. В качестве конкретного примера рассмотрим решение уравнений (6). Для этого введем обозначения:

$$Q_s = f_s + f_{s+1} - (z_{s+1} - z_s), \quad P_s = \begin{cases} z_{1s} - z_{s+1} + f_{s+1} \\ z_{1s} + \rho_{1s} - z_{s+1} + f_{s+1}, \end{cases} \tag{11}$$

где верхняя строка определяет P_s для первого, а нижняя — для второго уравнения в (6), при этом обе формулы записываются одинаково в виде удобной для исследования ценной дроби:

$$P_s = Q_s - \frac{f_s^2}{P_{s-1}} = Q_s - \cfrac{f_s^2}{Q_{s-1} - \cfrac{f_{s-1}^2}{P_{s-2}}} =$$

$$= Q_s - \cfrac{f_s^2}{Q_{s-1} - \cfrac{f_{s-1}^2}{Q_{s-2} - \cdots - \cfrac{f_2^2}{P_1}}}. \tag{12}$$

Все величины в правой части (12) выражаются через параметры резонатора. Искомые параметры ЭР (z_{1s} и ρ_{1s}) входят в P_s, причем начальное значение P_1 определяется параметрами исходного резонатора. Формула (12) удобна как для аналитических, так и для численных расчетов. Она может быть использована для решения обратной задачи определения параметров исходного резонатора по заданным параметрам ЭР или в соответствии с формулами (8) по заданным параметрам генерируемых пучков.

Рассмотрим теперь физический смысл формул (6)—(7) и (12). Нетрудно убедиться, что каждая из формул этой системы фактически является формулой Гаусса из геометрической оптики для определения изображения в линзе [3]. Зеркала реального, также как и эффективного резонатора определяются на оси z двумя точками: положением (z_{1s}) и положением центра кривизны ($z_{1s}+\rho_{1s}$). Эти точки в соответствии с терминологией гауссовой оптики можно назвать кардинальными. Отсюда следует, что величина P_1 определяет кардинальные точки первого зеркала реального резонатора. Одновременно это зеркало является первым зеркалом первого ЭР. Величина P_2 определяет кардинальные точки первого зеркала второго ЭР. Эти точки, вычисленные по формулам (6), совпадают с изображениями кардинальных точек реального зеркала в первой линзе в соответствии с правилами геометрической (гауссовой) оптики и т. д. Поэтому вычисленные по формуле (6) или (12) величины P_s определяют кардинальные точки первого зеркала s-го ЭР. Эти точки являются изображениями кардинальных точек первого зеркала предшествующих ЭР в линзах, расположенных между зеркалами этих ЭР. Следовательно, для определения кардинальных точек ЭР можно воспользоваться известными из геометрической оптики графическими методами построения изображений в линзах [3]. Решение системы (6) можно интерпретировать как определение изображения кардинальных точек первого зеркала реального резонатора (P_1) в первой линзе (P_2), затем в первых двух линзах (P_3) и т. д.

Совершенно аналогично решается и физически интерпретируется система уравнений (7). Из нее определяются кардинальные точки второго зеркала тех же ЭР. Расчет, как нетрудно видеть, ведется в противоположном направлении, начиная со второго выходного зеркала исходного резонатора. Формулы (7) легко приводятся к виду (12).

На этом фактически заканчивается решение второй системы уравнений. Существенное упрощение решения достигнуто здесь за счет замены ее другой вспомогательной системой. Исходная задача заменена значительно более простой, физически более наглядной и привычной задачей определения параметров ЭР и тем самым свелась к изучению простых ЭР, многие свойства которых в настоящее время известны [4]. Исходные искомые величины вычисляются по стандартной формуле (8) через параметры ЭР.

Таким образом, исследование пространственной структуры лазерных лучей и связанные с этим проблемы (ширина пучка, его расходимость, устойчивость и т. д.) могут решаться независимо от условий генерации (порога, частоты, интенсивности и т. д.). Этот результат можно рассматривать как теоретическую основу применения геометрооптических представлений для решения некоторых задач лазерной оптики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патек М., Хапалюк А. П.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. физ., мат. и мех., 1984, № 2, с. 25.
2. Kogelnik H., Li T.— Appl. Opt., 1966, v. 5, № 10, p. 1550.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.— М., 1970.
4. Ищенко Е. Ф. Открытые оптические резонаторы: некоторые вопросы теории и расчета.— М., 1980.

Поступила в редакцию
01.02.84.

НИИ ПФП