

КРИТЕРИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ВРЕМЕНИ СКАНИРОВАНИЯ УЧАСТКОВ СПЕКТРА

Большинство спектральных измерений проводится методом сканирования с фиксированным временем измерения участков спектра (сканирование с постоянной скоростью). Преимущественное использование этого метода обусловлено в основном простотой аппаратной реализации. Известен также метод сканирования, обеспечивающий одинаковое для всех участков спектра отношение сигнал/шум [1, 2]. При том же минимальном отношении сигнал/шум время сканирования спектра методом, описанным в [1, 2], меньше, чем время сканирования с постоянной скоростью.

В данной работе указанные методы сканирования сравниваются с использованием информационного критерия, согласно которому оптимальными считаются измерения, обеспечивающие получение максимальной информации за одно и то же время измерения спектра. Предполагается, что измерения проводятся в режиме счета отдельных фотонов.

Если после измерения i -го участка спектра ($i=1, 2, 3, \dots, N$, N — общее число участков спектра) за время t_i поступило n_i импульсов, то оценкой измеряемой средней скорости счета x_i может служить либо

$$x_i' = \frac{n_i}{t_i} \quad (1a), \quad \text{либо} \quad x_i' = \frac{n_i + \frac{1}{\delta_i^2}}{t_i + \frac{1}{\delta_i^2 x_i}}, \quad (1b)$$

где x_i — априорное значение измеряемой скорости счета; δ_i — относительная среднеквадратичная ошибка априорного значения x_i .

Результат измерений, вычисленный с использованием выражения (1b), более точен, поскольку при этом учитываются значения априорных данных x_i и δ_i .

Рассмотрим измерения, результат которых вычисляется в соответствии с (1b). Используя вместо точного значения измеряемой скорости счета его априорную оценку x_i , получим зависимость относительной среднеквадратичной ошибки δ_i i -го измерения от времени:

$$\delta_i' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\delta_i^2} + x_i t_i}}. \quad (2)$$

Информация, получаемая в i -ом измерении, определяется разностью относительных энтропий измеряемой скорости счета до и после измерения [3]:

$$I_i = H_i - H_i'. \quad (3)$$

В предположении нормального распределения ошибок энтропии H_i и H_i' выражаются через относительные среднеквадратичные ошибки δ_i и δ_i' [4]:

$$H_i = \ln \delta_i \sqrt{2\pi e} \quad (4a), \quad H_i' = \ln \delta_i' \sqrt{2\pi e}. \quad (4b)$$

В случае равномерного распределения ошибок априорных данных значение δ_i , необходимое для определения H_i , можно вычислить по параметрам равномерного распределения [4].

С учетом (2)–(4) количество информации I , полученной за время измерения спектра T (предполагается, что корреляции между значениями скоростей счета в соседних участках спектра отсутствуют):

$$I = \sum_{i=1}^N I_i = \sum_{i=1}^N \ln \sqrt{1 + \delta_i^2 x_i t_i} = \frac{1}{2} \ln \prod_{i=1}^N (1 + \delta_i^2 x_i t_i). \quad (5a)$$

Можно показать [5], что при условии

$$\sum_{i=1}^N t_i = T \quad (6)$$

максимальное количество информации будет получено, когда

$$t_i = \begin{cases} W - \frac{1}{\delta_i^2 x_i}, & \text{если } W - \frac{1}{\delta_i^2 x_i} > 0 \\ 0, & \text{если } W - \frac{1}{\delta_i^2 x_i} \leq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Причем порог W подбирается из условия (6).

Если известны те индексы j ($j = m_1, m_2, \dots, m_k$), для которых $t_j = 0$, то из (6), (7):

$$W = \frac{1}{N-k} \left(T + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{\delta_i^2 x_i} \right).$$

Наборы априорных данных с индексами j можно определить, используя неравенство:

$$\frac{1}{N-m} \left(T + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\delta_i^2 x_i} - z \right) \leq \frac{1}{\delta_j^2 x_j},$$

где z — сумма таких членов $\frac{1}{\delta_i^2 x_i}$, для которых $\frac{1}{\delta_i^2 x_i} \geq \frac{1}{\delta_j^2 x_j}$, m — количество этих членов.

В тех случаях, когда выполняются условия $\frac{T + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\delta_n^2 x_n}}{N} \geq \frac{1}{\delta_i^2 x_i}$ для всех i :

$$t_i = \frac{T}{N} + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{\delta_n^2 x_n} - \frac{1}{\delta_i^2 x_i}.$$

Выражение (7) означает, что при недостатке времени измерения должны производиться только для участков спектра, соответствующих наибольшим значениям величины $\delta^2 x_i$.

Следует отметить, что для более точного определения t_i можно использовать значение средней скорости счета, получаемое непосредственно в ходе измерения. Подобный способ применяется при сканировании с постоянным отношением сигнал/шум [1].

Информация, получаемая при распределении времени в соответствии с (7):

$$I_{\max} = \frac{1}{2} \ln \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \frac{\delta_i^2 x_i}{N-k} \left(T + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^N \frac{1}{\delta_n^2 x_n} \right). \quad (8)$$

Сканирование с постоянной скоростью предполагает, очевидно, что

$$t_i = \frac{T}{N}. \quad (9)$$

Получаемая при этом информация:

$$I_t = \frac{1}{2} \ln \prod_{i=1}^N \left(1 + \frac{T}{N} \delta_i^2 x_i \right). \quad (10)$$

Определим, какому распределению времени T соответствует сканирование с постоянным отношением сигнал/шум. Как показано в [2], тре-

бование постоянного отношения сигнал/шум практически эквивалентно требованию $\delta_i = \text{const}$. С учетом этого из (16), (6) получим:

$$t_i = \frac{T + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\delta_n^2 x_n}}{x_i \sum_{n=1}^N \frac{1}{x_n}} - \frac{1}{\delta_i^2 x_i}. \quad (11)$$

Информация, получаемая при измерении спектра:

$$I_\delta = \frac{1}{2} \ln \prod_{i=1}^N \frac{T + \sum_{n=1}^N \frac{1}{\delta_n^2 x_n}}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{x_n}} \delta_i^2. \quad (12)$$

Сравнивая выражения (8), (10), (12), можно показать, что при одном и том же времени измерения спектра T $I_{\max} \geq I_t \geq I_\delta$, причем знаки равенства имеют место только в том случае, когда $\delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_N$, $x_1 = x_2 = \dots = x_N$. Отличие $I_{\max}$ от I_t и I_δ может быть существенным при значениях величин $1/\delta_i^2 x_i$, сравнимых с T/N .

В качестве примера рассмотрим измерение спектра, содержащего 100 участков, причем $\delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_{100} = 0,5$; $x_k = 100k$ ($k = 1, 2, \dots, 100$). Для большей наглядности сравним время, необходимое для получения фиксированного количества информации при измерениях различными методами. Предположим, что измерения проведены с использованием метода сканирования с постоянной скоростью за общее время измерения 100 с. В соответствии с (10) полученная при этом информация — 342,8 бит. Используя (8) и (12), можно показать, что такое же количество информации при распределении времени в соответствии с (7) будет получено за 99,8 с, а при распределении времени в соответствии с (11) — за 197 с.

В случае использования оценки (1а) относительная среднеквадратичная ошибка после измерения: $\delta_i = 1/\sqrt{x_i t_i}$. Выражение (5а) при этом принимает вид:

$$I = \frac{1}{2} \ln \prod_{i=1}^N \delta_i^2 x_i t_i. \quad (5б)$$

Максимальное значение (5б) достигается при $t_i = \frac{T}{N}$, что соответствует сканированию с постоянной скоростью:

$$I_{\max} = I_t = \frac{1}{2} \ln \prod_{i=1}^N \frac{T}{N} \delta_i^2 x_i. \quad (13)$$

Для метода сканирования с постоянным отношением сигнал/шум в случае использования оценки (1а):

$$t_i = \frac{T}{x_i \sum_{n=1}^N \frac{1}{x_n}};$$

получаемая информация:

$$I_\delta = \frac{1}{2} \ln \prod_{i=1}^N \frac{T}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{x_i}} \delta_i^2. \quad (14)$$

Используя (13), (14), можно показать, что при условии получения одного и того же количества информации:

$$\frac{T_{\delta}}{T_t} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i} \left(\prod_{i=1}^N x_i \right)^{\frac{1}{N}}}{N}, \quad (15)$$

где T_{δ} — время измерения методом сканирования с постоянным отношением сигнал/шум; T_t — время измерения методом сканирования с постоянной скоростью.

Если x_i принимают N значений $\{a, 2a, 3a, \dots, Na\}$, где a — масштабный множитель размерности частоты, то вместо (15) можно использовать приближенное равенство:

$$\frac{T_{\delta}}{T_t} \approx \frac{\ln N + 0,58}{e}, \quad (N \geq 10).$$

Так, при N , равном 100, 300 и 1000, соответствующие отношения T_{δ}/T_t приближенно равны 1,9; 2,3 и 2,8.

Приведенное в данной работе сравнение методов сканирования спектра показывает, что с точки зрения теории информации:

а) метод сканирования с постоянной скоростью для большинства измерений близок к оптимальному;

б) при недостатке времени измерения должны проводиться только для участков спектра, соответствующих наибольшим значениям величины $\delta_i^2 x_i$, а распределение времени должно соответствовать выражению (7);

в) метод сканирования с постоянным отношением сигнал/шум при условии получения того же количества информации требует в среднем вдвое большего времени, чем метод сканирования с постоянной скоростью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pruett H. D. — Appl. Opt., 1972, v. 11, № 11, p. 2529.
2. Ипатов А. П. — Труды Гос. астрон. ин-та, 1982, вып. 52, с. 220.
3. Гуревич С. Б. Эффективность и чувствительность телевизионных систем. — М. — Л., 1964, с. 24.
4. Новицкий П. В. Основы информационной теории измерительных устройств. — Л., 1968, с. 45.
5. Даффин Р. Геометрическое программирование. — М., 1971.

Поступила в редакцию
10.10.83.

Кафедра общей физики

УДК 539.1.075 : 621.039.84

В. А. ЕВДОКИМОВ, Ю. Г. КОНОВ,
А. С. ЛОБКО, В. А. САСУНКЕВИЧ

МЕССБАУЭРОВСКИЙ СПЕКТРОМЕТР НА БАЗЕ МИКРО-ЭВМ «ЭЛЕКТРОНИКА-60М»

В связи с расширяющимся применением методов мессбауэровской спектроскопии в научных исследованиях возникла проблема создания спектрометра, удовлетворяющего современным требованиям (универсальность, надежность, компактность, возможность накопления больших массивов данных, цифровой выход для дальнейшей обработки). Использование современных микро-ЭВМ позволяет решить этот вопрос на качественно новом уровне по сравнению с многоканальными анализаторами. В настоящей статье рассматривается вариант реализации я. г. р.-спектрометра на основе одной из наиболее распространенных и дешевых микро-ЭВМ среднего класса «Электроника-60М», которая имеет 16-разрядный процессор с быстродействием 250 тыс. операций/с, о. з. у.