Физика

УДК 621.372.8

А. Д. ТИТОВ, А. П. ХАПАЛЮК

ГИБРИДНЫЕ НАПРАВЛЯЕМЫЕ МОДЫ СИММЕТРИЧНОГО ПЛОСКОГО ПРОЗРАЧНОГО ВОЛНОВОДА

В работах [1] изучались гибридные направляемые НЕ- и ЕН-моды симметричного плоского диэлектрического волновода (ПДВ) в общем случае комплексности показателей преломления $N_j=n_j-i\varkappa_j$ слоя $(j=1)$ и окружающей среды $(j=2)$. Направляемыми считались моды, которые, распространяясь в волноведущем слое, не обмениваются энергией с волнами, распространяющимися вне слоя. Показано, что условия направляемости существенно различны для НЕ- и ЕН-мод; только в случае отсутствия поглощения в слое $(\varkappa_1=0)$ они совпадают и могут быть записаны в виде

$$e_{1x}\,\mathrm{sh}\,(kdn_1e_{2x})\pm e_{2x}\sin(kdn_1e_{1x})=0, \tag{1}$$

где d — толщина слоя; $k=\omega/c$ — волновое число в вакууме; верхний знак соответствует симметричным, нижний — антисимметричным решениям. Комплексный единичный вектор волновой нормали парциальных плоских неоднородных волн (ППНВ) в слое $\vec{e}=\vec{e}_1+i\vec{e}_2$ в прямоугольной декартовой системе координат (ось x нормальна к границам, вдоль оси z имеет место режим бегущей волны) записывается в виде [2]

$$\vec{e}_1=\{\mathrm{ch}\,\vartheta(\cos\alpha,\,0,\,\sin\alpha)\},\quad \vec{e}_2=\{\mathrm{sh}\,\vartheta(-\sin\alpha\cos\eta,\,\sin\eta,\,\cos\alpha\cos\eta)\}, \tag{2}$$

где α — угол падения (угол между вектором фазовой нормали $\vec{e}_1$ и нормалью к границам; эти векторы определяют плоскость падения); ϑ — параметр неоднородности (при $\vartheta=0$ волна однородна); η — параметр некомпланарности (угол между вектором амплитудной нормали $\vec{e}_2$ и плоскостью падения; при $\eta=0$ волна компланарна, т. е. двумерна).

Остановимся на представляющем практический интерес в оптике случае прозрачности обоих сред $(\varkappa_1=\varkappa_2=0)$, когда дисперсионные уравнения гибридных мод можно записать в виде [1]

$$\mathrm{tg}\left(\frac{kd}{2}n_1e_x\right)=i\begin{cases}\left[\dfrac{\sqrt{n_2^2-n_1^2\left(1-e_x^2\right)}}{n_1e_x}\right]^{\pm1} & \text{(HE)}\\[2ex] \left[\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2\dfrac{\sqrt{n_2^2-n_1^2\left(1-e_x^2\right)}}{n_1e_x}\right]^{\pm1} & \text{(EH).}\end{cases} \tag{3}$$

Таким образом, задача нахождения направляемых модовых решений сводится к решению системы трех (одного комплексного (3) и одного вещественного (1)) трансцендентных уравнений относительно трех вещественных величин e_{1x}, e_{2x} и kd. Вид этих уравнений не изменится, если одновременно изменить знаки e_{1x} и e_{2x}, поэтому при их исследовании всегда можно ограничиться неотрицательными значениями e_{1x} (или e_{2x}, если $e_{1x}=0$). Уравнения Максвелла и граничные условия не позволяют уточнить знак корня в правых частях (3) [4]. Неравенство

$\operatorname{Im}\sqrt{n_2^2 - n_1^2(1-e_x^2)} < 0$ обеспечивает затухание полей вне слоя при $|x| \to \infty$ (собственные моды [3, 5]). Другой знак соответствует модам, экспоненциально нарастающим при удалении от границ и, следовательно, не удовлетворяющим условию излучения Зоммерфельда (моды утечки [6] или несобственные моды [3, 5]). Как и в [1], исследуем возможность реализации направляемых мод для обоих вариантов знака.

Уравнение вида (1) имеет ненулевые корни относительно kd только в двух случаях [1]: 1) $e_{2x}=0$, $e_{1x}>0$ (скользящее затухание) и 2) $e_{1x}=0$, $e_{2x}>0$ (скользящее распространение ППНВ [7]). Рассмотрим их по отдельности.

Скользящее затухание. В этом случае имеется три варианта направляемых решений: 1) поперечные моды, реализуемые плоскими однородными волнами с $\vec{e}=\{\cos\alpha,\ 0,\ \sin\alpha\}$; 2) поперечные (гибридные) моды, реализуемые плоскими неоднородными волнами при их компланарном (некомпланарном) относительно нормали к границам распространении и нулевом угле падения с $\vec{e}=\{\operatorname{ch}\vartheta,\ 0,\ i\operatorname{sh}\vartheta\}$ ($\vec{e}=\{\operatorname{ch}\vartheta,\ i\operatorname{sh}\vartheta\sin\eta,\ i\operatorname{sh}\vartheta\cos\eta\}$); 3) гибридные моды, реализуемые плоскими неоднородными волнами при $\eta=\pi/2$ с $\vec{e}=\{\operatorname{ch}\vartheta\cos\alpha,\ i\operatorname{sh}\vartheta,\ \operatorname{ch}\vartheta\sin\alpha\}$.

Дисперсионные уравнения (3) имеют решения только при выполнении условия

$$e_{1x}^2 \leqslant (n_1^2 - n_2^2)/n_1^2. \tag{4}$$

Из (4) видно, что для полого диэлектрического волновода ($n_1<n_2$) нельзя реализовать направляемые модовые решения вещественными e_x (в частности, и плоскими однородными волнами) [6]. В первом варианте реализации направляемых мод неравенство (4) соответствует общеизвестной области полного внутреннего отражения (ПО) [8]:

$$n_1\sin\alpha \geqslant n_2. \tag{4 а}$$

Эти моды хорошо изучены и мы останавливаться на них здесь не будем. Для второго варианта неравенство (4) не имеет смысла и, следовательно, такие направляемые моды не реализуются. В третьем варианте неравенство (4) имеет вид

$$n_1^2\operatorname{ch}^2\vartheta\cos^2\alpha \leqslant n_1^2 - n_2^2. \tag{4 б}$$

При этом решения дисперсионных уравнений (3) относительно приведенной толщины (частоты) kdn_1 можно записать в виде

$$kdn_1 = \frac{1}{\operatorname{ch}\vartheta\cos\alpha}\left|\begin{array}{l} m_1\pi \pm 2\begin{array}{l}\operatorname{arctg}\\ \operatorname{arcctg}\end{array}\left(\dfrac{\sqrt{n^2(1-\operatorname{ch}^2\vartheta\cos^2\alpha)-1}}{n\operatorname{ch}\vartheta\cos\alpha}\right) \\ m_2\pi \pm 2\begin{array}{l}\operatorname{arctg}\\ \operatorname{arcctg}\end{array}\left(\dfrac{n\sqrt{n^2(1-\operatorname{ch}^2\vartheta\cos^2\alpha)-1}}{\operatorname{ch}\vartheta\cos\alpha}\right), \end{array}\right. \tag{5}$$

где $n=n_1/n_2$, m_1, $m_2=0, \pm1, \pm2, \ldots$. Из заданного значения $\operatorname{ch}\vartheta\cos\alpha = \mathrm{const}$ волновые параметры α и ϑ не определяются однозначно и, следовательно, имеется однопараметрическая счетная серия собственных частот, различные для симметричных и антисимметричных HE- и EH-мод. Между собственной частотой моды и пространственной структурой ее поля однозначного соответствия не существует. Как следствие все частоты бесконечно вырождены. Это означает, что для заданной собственной частоты имеются интервалы значений волновых параметров, на которых они могут принимать произвольные значения. Кроме того, частоты могут совпадать для мод различных серий как внутри симметричных и, соответственно, антисимметричных HE- и EH-мод, так и между ними. В пределе для однородных волн неравенство (4 б) переходит в (4 а). Равенство в (4 б) соответствует предельному значению ПО, когда имеется однопараметрическая серия собственных частот (5), одинаковых для HE- и EH-мод: $kd\,n_1 = \frac{m-1}{2}\pi\frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$ $(m=1,\ 2,\ \ldots)$, где четные значения m отвечают симметричным, а нечетные — антисимметричным решениям. Однако даже в этом предельном случае пространственная структура поля каждой частотной моды не определяется однозначно и может быть весьма разнообразной. Действительно, из равенства (4 б) можно определить один из параметров (α или ϑ) и записать вектор волновой нормали через другой параметр

$$\vec{e}=\left\{\frac{\sqrt{n^2-1}}{n},\ i\,\mathrm{sh}\,\vartheta,\ \frac{\sqrt{n^2\,\mathrm{sh}^2\,\vartheta+1}}{n}\right\}=\left\{\frac{\sqrt{n^2-1}}{n},\ i\,\frac{\sqrt{n^2\sin^2\alpha-1}}{n\cos\alpha},\ \frac{\sqrt{n^2-1}}{n}\,\mathrm{tg}\,\alpha\right\}. \tag{6}$$

На параметр неоднородности ϑ в (6) не накладывается каких-либо ограничений, и он может быть произвольным ($\vartheta\geqslant 0$ [2]); угол падения α, если он больше предельного угла ПО ($\alpha_{\text{пр}}$) однородных волн, также может принимать произвольные значения ($\alpha_{\text{пр}}\leqslant\alpha\leqslant\pi/2$ [2]). При этом собственная частота моды не меняется. В этих случаях увеличение параметра неоднородности волны требует одновременного увеличения угла падения (и наоборот).

Для направляемых НЕ-мод можно построить универсальные дисперсионные кривые [1], справедливые и в случае прозрачности сред, если положить в соответствующих величинах $\varkappa_1=\varkappa_2=0$. Для направляемых ЕН-мод в общем случае наличия поглощения таких универсальных зависимостей построить нельзя [1]; это, оказывается, возможно только в случае прозрачности обоих сред. Действительно, с учетом условия (4) дисперсионное уравнение ЕН-мод (3) можно представить в удобном для графического анализа виде

$$\frac{V\sqrt{A}}{2}=p\pi\pm\mathrm{arctg}\left[n^2\frac{\sqrt{1-A}}{A}\right]^{\pm 1}, \tag{7}$$

где $p=1, 2, \ldots$ — модовое число; $V=kd\sqrt{n_1^2-n_2^2}>0$ — нормированная толщина (частота) ПДВ (параметр волновода); $A=n_1^2e_{1x}^2/(n_1^2-n_2^2)$ — нормированный поперечный показатель преломления (фазовый параметр) ($0\leqslant A\leqslant 1$), и отрицательное значение корня в правой части отвечает дисперсионному уравнению собственных, положительное — несобственных направляемых мод. В отличие от направляемых НЕ-мод в уравнении (7), помимо V, есть еще один независимый параметр n, необходимый для представления общей волноводной структуры [9]. На рис. 1 представлены дисперсионные зависимости $A=A(V)$ для различных значений $n=1{,}1$ (1, *а*); 1,5 (1, *б*); 10 (1, *в*); ∞ (1, *г*). Сплошными линиями показаны дисперсионные кривые собственных, штриховыми — несобственных направляемых мод. Для слабонаправляющего ПДВ ($n_1\approx n_2$ [10]) уравнение (7) совпадает с аналогичным уравнением НЕ-мод [1] (при $\varkappa_1=\varkappa_2=0$) и направляемые ЕН-моды мало отличаются от соответствующих НЕ-мод. Для них можно использовать универсальные дисперсионные кривые НЕ-мод [1]. При $n\to\infty$ имеет место вырождение по номеру моды: дисперсионные кривые четырех мод ЕН_0-, ЕН_1-, $\text{ЕН}_{(2)}$-, $\text{ЕН}_{(3)}$- сливаются в одну кривую, а мод ЕН_2-, ЕН_3-, $\text{ЕН}_{(4)}$-, $\text{ЕН}_{(5)}$- в другую и т. д., дисперсионная кривая $\text{ЕН}_{(1)}$-моды сливается с осью ординат. Очевидно, что все моды, кроме ЕН_0-, имеют критическую длину волны (критическую минимальную толщину волновода). Для них волноводный эффект имеет место только при длине волны большей некоторого минимального значения (для заданной толщины ПДВ). В точках отсечки собственных мод $V_m=m\pi$ ($m=1, 3, \ldots$ для антисимметричных и $m=2, 4, \ldots$ для симметричных решений) решение получается аналитически $e_{1x}=\dfrac{\sqrt{n_1^2-n_2^2}}{n_1}$, $kd=\dfrac{m\pi}{\sqrt{n_1^2-n_2^2}}$. Условие отсечки антисимметричной несобственной моды первого порядка имеет вид $V_{(1)}=2/n^2$; этой точке соответствует тривиальное решение $e_x=0$. Условия отсечки остальных несобственных мод нельзя выразить аналитически: они определяются путем совместного решения (7) и уравнения $V'(A)=0$. С увеличением различия показателей преломления ($n \to \infty$) величина отсечки неизменна для собственных и уменьшается для несобственных мод. Как и HE_0-мода [1] EH_0-мода не имеет отсечки и существует при любых условиях. При этом она слабее ограничена волноведущей сердцевиной и имеет меньшую фазовую постоянную [10] (см. рис. 1). Следовательно, основной модой симметричного прозрачного ПДВ является HE_0-мода.

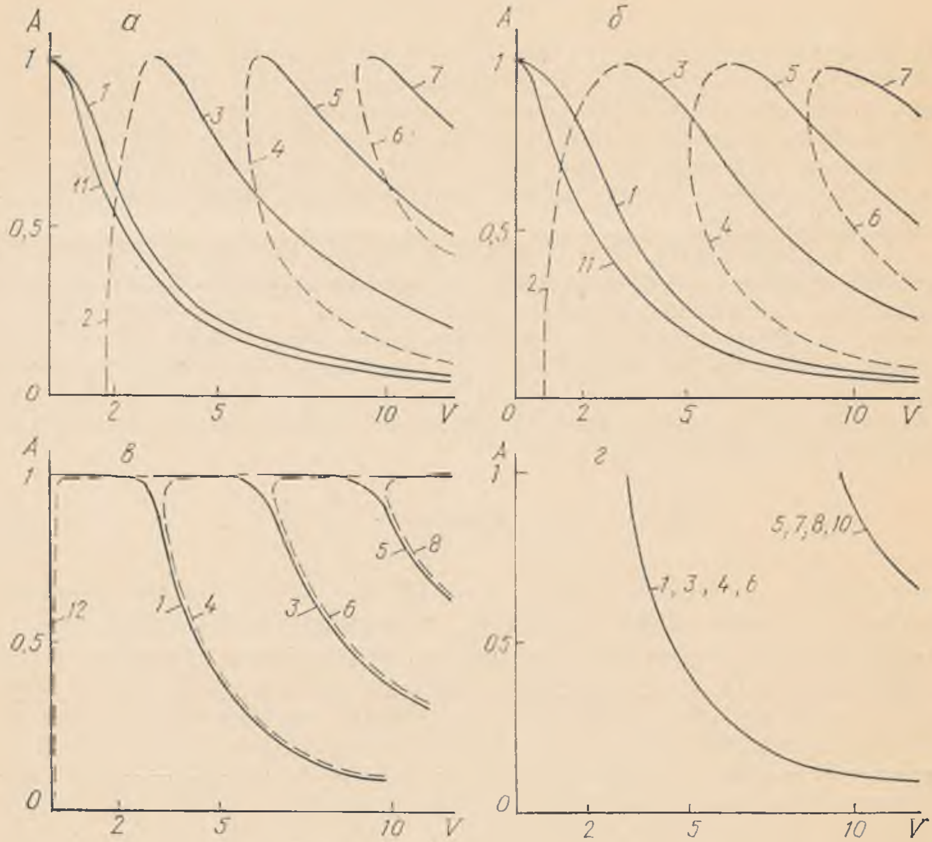

Рис. 1. Дисперсионные кривые гибридных направляемых ЕН-мод в случае скользящего затухания ППНВ:

1 — EH_0-; *2* — $EH_{(1)}$-; *3* — EH_1-; *4* — $EH_{(2)}$-; *5* — EH_2-; *6* — $EH_{(3)}$-; *7* — EH_3-; *8* — $EH_{(4)}$-; *9* — EH_4-; *10* — $EH_{(5)}$-; *11* — HE_0-моды

Скользящее распространение. В этом случае выражение (2) приводит к поперечным (гибридным) модам, реализуемым плоскими неоднородными волнами при их компланарном (некомпланарном) относительно нормали к границам распространении и угле падения $\pi/2$ с $\vec{e}=\{-i \operatorname{sh} \vartheta,\ 0,\ \operatorname{ch} \vartheta\}$ ($\vec{e}=\{-i \operatorname{sh} \vartheta \cos \eta,\ -i \operatorname{sh} \vartheta \sin \eta,\ \operatorname{ch} \vartheta\}$). Теперь дисперсионные уравнения (3) имеют решения только при выполнении условия

$$e_{2x}^2=\operatorname{sh}^2 \vartheta \cos^2 \eta \geqslant (n_2^2-n_1^2)/n_1^2. \tag{8}$$

Очевидно, что неравенство (8) всегда выполняется при $n_1>n_2$, когда любые решения дисперсионных уравнений (3) в виде мнимых e_x ($e_{1x}=0$) будут направляемыми модами. В общем случае при выполнении (8) дисперсионное уравнение ЕН-мод (3) становится действительным уравнением относительно e_{2x} и kd и ввиду ограниченности функции гиперболического тангенса имеет смысл при $n_1 > n_2$ только для антисимметричных, а при $n_1 < n_2$ — только для симметричных решений

$$\frac{V\sqrt{A}}{2} = \begin{cases} \operatorname{arth}\left(\frac{1}{n^2}\sqrt{\frac{A}{A+1}}\right) & (n_1 > n_2) \\ \operatorname{arth}\left(n^2\sqrt{\frac{A-1}{A}}\right) & (n_1 < n_2), \end{cases} \tag{9}$$

где нормированные величины $V = kd\sqrt{|n_1^2 - n_2^2|} > 0$, $A = n_1^2 e_{2x}^2 / |n_1^2 - n_2^2|$ ($A \geqslant 0$) и отрицательные значения корней в правых частях отвечают дисперсионным уравнениям собственных, положительные — несобственных направляемых мод. Из (9) видно, что решения существуют только в виде несобственных мод. На рис. 2 представлены дисперсионные кривые зависимостей $A = A(V)$ для различных значений $n = 1{,}01$; $1{,}1$; $1{,}5$ (кривые *1, 2, 3*) и $1/n = 1{,}01$; $1{,}1$; $1{,}5$ (кривые *4, 5, 6*). Дисперсионные кривые антисимметричной при $n \to \infty$ и симметричной при $n \to 0$ несобственных направляемых мод сливаются с осью ординат. Волноводный эффект наблюдается только при длине волны меньшей некоторого критического значения (для заданной толщины). При больших длинах волн ПДВ не может удерживать электромагнитную энергию для таких мод. Для антисимметричной несобственной моды условие отсечки имеет вид $V = 2/n^2$; для симметричной несобственной моды условие отсечки нельзя выразить аналитически: оно определяется путем совместного решения второго уравнения (9) и уравнения $V'(A) = 0$.

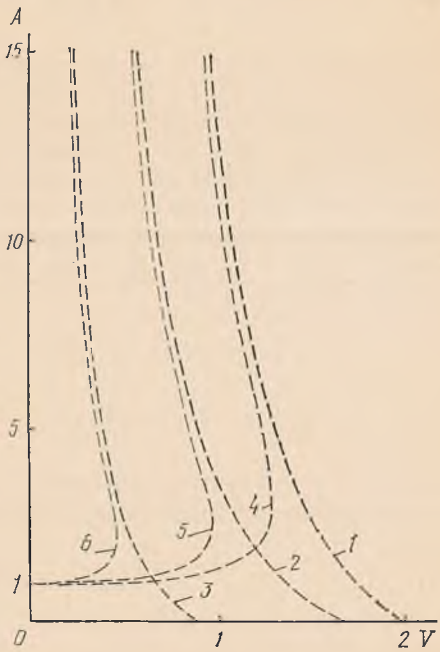

Рис. 2. Дисперсионные кривые гибридных направляемых ЕН-мод в случае скользящего распространения ППНВ

Условия (4) и (8) приводят к тому, что поперечное волновое число той части поля, которая находится вне ПДВ, принимает только чисто мнимые значения: $kN_2 e_x' = ik\sqrt{n_1^2 - n_2^2 - n_1^2 e_{1x}^2}$ или $kN_2 e_x' = ik\sqrt{n_1^2 - n_2^2 + n_1 e_{2x}^2}$. Следовательно, критерий направляемости (1), введенный для выделения мод, которые, распространяясь в волноведущем слое, не обмениваются энергией с волнами, распространяющимися вне волновода, помимо этого, отбирает из класса комплексных волн только поверхностные. Как известно [3], только для поверхностных волн полный поток мощности, переносимый в направлении оси z, отличен от нуля.

Если совместить рис. 1 и 2, можно видеть, что дисперсионные кривые направляемых ЕН-мод (прозрачные среды), как и направляемых НЕ-мод [1], в совокупности образуют замкнутую фазовую траекторию в двумерном пространстве независимых параметров V и A (причем эти параметры принимают все возможные значения от нуля до бесконечности).

Заключение. Исследованными двумя типами решений (вещественными или чисто мнимыми e_x), вообще говоря, не исчерпываются все возможные решения дисперсионных уравнений (3). Покажем, что кроме них существуют комплексные решения вида $e_x = e_{1x} + ie_{2x}$ ($e_{1x} \neq 0$, $e_{2x} \neq 0$) (ненаправляемые моды), которые не удовлетворяют критерию направляемости (1). Доказательство проведем для симметричных НЕ-мод (аналогично и для остальных мод), дисперсионное уравнение которых (3) преобразуем к виду

$$kd = -\frac{2}{n_1 e_x}\left(\arccos\frac{n_1 e_x}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} + m\pi\right), \tag{10}$$

где $m=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ и левая часть действительна. Это уравнение для комплексных e_x при $n_1 > n_2$ эквивалентно системе действительных уравнений

$$z_1 + z_2 = a^2(x^2 + y^2) + 1, \quad z_1 z_2 = a^2 x^2, \tag{11}$$

где $x = \frac{kd\, n_1 e_{1x}}{2}$, $y = \frac{kd\, n_1 e_{2x}}{2}$, $a = \frac{2}{kd\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$, $z_1 = \cos^2 x$, $z_2 = \operatorname{ch}^2 y$.

По теореме Виета z_1 и z_2 являются корнями приведенного квадратного уравнения $z^2 - z[a^2(x^2+y^2)+1] + a^2x^2 = 0$, для существования действительных решений которого нужно потребовать неотрицательности его дискриминанта, что дает очевидное неравенство $[(ax-1)^2 + y^2 + 1] \times [(ax+1)^2 + y^2 + 1] > 0$. Следовательно, всегда существуют решения у исходного уравнения (10) в комплексных e_x (при $n_1 < n_2$ доказательство проводится аналогично). Отметим, что из (11) следует система для определения e_{1x} и e_{2x} как функций приведенной толщины kd и показателей преломления n_1 и n_2:

$$\begin{cases} \sin^2 x(\cos^2 x - a^2x^2) + a^2\cos^2 x \operatorname{arch}^2\left(\frac{ax}{\cos x}\right) = 0, \\ y = \operatorname{arch}\left(\frac{ax}{\cos x}\right) \end{cases}$$

которая не имеет смысла при $e_{1x}=0$, а при $e_{2x}=0$ дает решения в виде симметричных направляемых HE-мод [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Титов А. Д., Хапалюк А. П.— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1983, т. 26, № 4, с. 455; т. 26, № 5, с. 593.
2. Хапалюк А. П., Кириленко А. И.— ЖПС, 1975, т. 23, № 5, с. 893.
3. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах.— М., 1969.
4. Кириленко А. И., Титов А. Д., Хапалюк А. П. Неоднозначность матриц отражения и прохождения плоских неоднородных волн.— Рукопись деп. в ВИНИТИ. № 1926-78. Деп. от 13.06.78.
5. Шевченко В. В.— Радиотехника и электроника, 1969, т. 14, № 10, с. 1768.
6. Marcuse D. Theory of Dielectric Optical Waveguides.— New York: Academic Press, 1974.
7. Кириленко А. И., Титов А. Д., Хапалюк А. П.— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1981, т. 24, № 4, с. 511.
8. Гончаренко А. М., Редько В. П. Введение в интегральную оптику.— Минск, 1975.
9. Kogelnik H., Ramaswamy V.— Appl. Opt., 1974, v. 13, № 8, p. 1857.
10. Унгер Х.-Г. Планарные и волоконные оптические волноводы.— М., 1980.

Поступила в редакцию 17.11.82.

НИИ ПФП

УДК 539.1

В. Г. БАРЫШЕВСКИЙ, С. А. КУТЕНЬ

О ВОЗМОЖНОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ С ПОМОЩЬЮ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ МЮОНОВ

Благодаря специфическим свойствам μ-e-распада стало возможным использовать поляризованные пучки положительных мюонов для исследования как конденсированных сред, так и газов [1]. Этот так называемый μSR-метод можно рассматривать как своеобразный аналог ЭПР или ЯМР, а положительный мюон (μ^+) как своего рода магнитный зонд. Вы-