

$$= \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^n s_{ij}^2(t) \right) x_j^2(t) + \sum_{j,k=1}^m \left(\sum_{i=1}^n s_{ij}(t) s_{ik}(t) \right) x_j(t) x_k(t).$$

Следовательно, $\|y(t)\| = \sqrt{\sum_{j=1}^m x_j^2(t)}$ при $\forall x_j \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n s_{ij}^2(t) = 1$ и

$$\sum_{i=1}^n s_{ij}(t) s_{ik}(t) = 0, \quad j \neq k, \quad j, k = 1, \dots, m, \quad 1 < m < n.$$

Обратно, если $P = S^{-1}(QS - S)$ и выполняются соотношения (5), то существует преобразование $y = S(t)x$, приводящее систему (1) к системе (2), такое, что $\|y(t)\| = \|x(t)\| = \sqrt{x_1^2(t) + \dots + x_m^2(t)}$, а $x_{m+1}(t) = \dots = x_n(t) = 0$.

З а м е ч а н и е. Если $m=1$, то легко установить, что преобразование $y = S(t)x$, приводящее систему (1) к системе (2), такое, что $\|y(t)\| = \|x(t)\| = |x_1(t)|$ при $x_2(t) = \dots = x_n(t) = 0$ характеризуется соотношением $\sum_{i=1}^n s_{i1}^2(t) = 1$.

Допустим теперь, что $n=2$ и $m=1$, тогда в силу теоремы 1 в качестве матрицы $S(t)$ можно взять, например, матрицу вида $S(t) = \begin{pmatrix} \sin \omega(t) & \alpha(t) \\ -\cos \omega(t) & \beta(t) \end{pmatrix}$, где $\omega(t)$, $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ — непрерывно-дифференцируемые функции; $\Delta = \det S(t) = \beta(t) \sin \omega(t) + \alpha(t) \cos \omega(t) \neq 0$ на $[a; b]$. Легко установить справедливость следующих теорем.

Теорема 2. Преобразование $y = S(t)x$ приводит систему (1) к системе вида (2), если: $q_{11}(t) = q_{22}(t)$, $q_{21}(t) = -q_{12}(t) = \dot{\omega}(t)$, где $\dot{\omega}(t) = \frac{d\omega(t)}{dt}$.

Теорема доказывается по методу, указанному в [1], (см. также [2]).

Теорема 3. Преобразование $y = S(t)x$ приводит систему (1) к системе (2) тогда и только тогда, когда $p_{11}(t) = q_{11}(t) = q_{22}(t)$, $q_{21}(t) = -q_{12}(t) = \dot{\omega}(t)$, $p_{22}(t) = p_{11}(t) - \frac{\dot{\Delta}}{\Delta}$, $p_{12}(t) = \frac{\alpha(t)\beta(t) - \beta(t)\alpha(t) + (\alpha^2(t) + \beta^2(t))q_{12}(t)}{\Delta}$, где $\dot{\omega}(t) = \frac{d\omega(t)}{dt}$, $\dot{\alpha}(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$, $\dot{\Delta} = \frac{d\Delta}{dt}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю а б о в М. Р. Треугольные преобразования. — Труды Ташкентского с.-х. ин-та, 1964, вып. 16, с. 377.
2. Сы р о н д Ю. Б. — Дифференц. уравнения, 1974, т. 10, № 2, с. 265.

Поступила в редакцию
29.12.82.

Кафедра высшей математики ФПМ

УДК 535.5 : 539.194

Л. И. БУРОВ, И. Н. ГОНЧЕРЕНОК

ЭФФЕКТЫ НАВЕДЕННОЙ ГИРОТРОПИИ В РАСТВОРАХ СЛОЖНЫХ МОЛЕКУЛ

Эффекты наведенной сильным световым полем гиротропии пробного потока широко исследуются теоретически и обнаружены экспериментально практически для всех классов объектов, за исключением сложных молекул. Возможно, это связано с тем обстоятельством, что, согласно расчетам [1], в рамках наиболее распространенной схемы эксперимента (циркулярная поляризация сильного поля [2]) анизотропия в таких средах вообще не создается. Однако расчеты [1] строились на основе обобщенной двух-уровневой схемы, которая широко применяется в молекулярной спектроскопии. В то же время именно учет пространственного

вырождения уровней объясняет наблюдаемые эффекты, например, в газах [1, 3]. Поэтому имеет смысл рассмотреть данный эффект с учетом колебательной структуры электронных состояний, тем более, что результаты расчета могут служить критерием применимости двухуровневой модели к расчетам такого типа.

При использовании формализма матрицы плотности расчет взаимодействия N -уровневой системы с бихроматическим электромагнитным полем может быть упрощен при следующих допущениях. Поскольку в спектрах сложных молекул доминирует, как правило, одно полносимметричное колебание, то можно принять квант колебательной энергии в основном и возбужденном состояниях одинаковым и постоянным. Далее, вследствие быстрой колебательной релаксации можно считать, что изменяется лишь общее число молекул в основном и возбужденном состояниях, в то время как их распределение по колебательным подуровням соответствует равновесному.

Теперь, следуя общей методике расчета [1] для тензора восприимчивости третьего ранга на частоте пробного потока, получаем выражение

$$\lambda^{(3)}(\omega_1) = cI_0NF \{1 + \underline{e}_0 \cdot \underline{e}_0^* + \underline{e}_0^* \cdot \underline{e}_0\}, \quad (1)$$

где $\underline{e}_0$ и I_0 — вектор поляризации и интенсивность сильного поля; N — концентрация молекул в растворе; c — нормировочный множитель.

Выражение (1) совпадает с результатами работы [1], за исключением параметра F , который здесь сложным образом выражается через дипольные моменты переходов, релаксационные параметры и функции равновесного распределения по колебательным подуровням. Точное совпадение может быть получено в предположении, что все молекулы как в основном, так и в возбужденном состояниях находятся на самом нижнем подуровне, т. е. функции распределения вырождаются в δ -функции.

Таким образом, расчеты показывают, что и в данном случае обобщенная двухуровневая модель является вполне приемлемой, однако в качестве момента перехода выступает эффективная величина, которую нельзя приписать какому-либо конкретному (например, 0—0) переходу. С другой стороны, результаты показывают отсутствие наведенной гиротропии растворов сложных молекул в рамках общепринятой схемы эксперимента. Однако можно использовать какую-либо другую схему — например, исходную линейную поляризацию обоих потоков. В этом случае поляризация пробного потока изменяется, и для ориентации большой оси эллипса поляризации и соотношения его осей в линейном приближении могут быть получены следующие соотношения:

$$\operatorname{tg} \Theta = \operatorname{tg} \Theta_0 (1 - 2 \operatorname{Re} B(z)), \quad (2)$$

$$\eta = \sin 2\Theta_0 \operatorname{Im} B(z), \quad (3)$$

$$B(z) = c_1 I_0 N F \frac{1}{\sigma_0} (1 - \exp(-\sigma_0 z)), \quad (4)$$

где Θ_0 — начальный угол между векторами поляризации; z — длина кюветы с раствором; σ_0 — коэффициент линейного поглощения на частоте сильного поля.

Для оценки величины эффекта выражение (4) может быть приближенно представлено

$$B = \frac{\mu_{00}^2}{5\hbar^2} |E_0|^2 \frac{1}{\frac{1}{\tau} + i\Omega}; \quad \Omega = \omega_{00} - \omega_0 + p\omega'. \quad (5)$$

Здесь μ_{00} и ω_{00} — дипольный момент и частота 0—0 перехода; E_0 и ω_0 — амплитуда и частота сильного поля; $p\omega'$ — колебательный квант для наиболее вероятного перехода; τ — время жизни в возбужденном состоянии. Следует иметь в виду, что соотношение (5) определяет лишь величину эффекта, но не его спектральную зависимость, которая является достаточно слабой.

1. Burov L. I.— Univ. Helsinki, preprint № HU-TFT-82-21, 1982.
2. Wieman C., Hänsch T. W.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 36, p. 1170.
3. Румянцева Н. К., Смирнов В. С., Тумайкин А. М.— Опт. и спектр., 1979, т. 46, с. 139.

Поступила в редакцию
30.05.83.

Кафедра общей физики

УДК 512.8

А. А. ШАРОМЕТ

ОБ АБСТРАКТНЫХ ИЗОМОРФИЗМАХ РАЗРЕШИМЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ГРУПП

В работе изучается природа абстрактного изоморфизма групп k -точек связанных разрешимых алгебраических групп, при условии, что его ограничение на унитарную часть группы индуцировано бирациональным отображением. Доказываются два результата, анонсированные автором в [1]. Мы используем обозначения, принятые в [2].

Теорема 1. Пусть G и H — разрешимые связанные k -группы, центры которых конечны и не содержат унитарных элементов и $\overline{G(k)} = G$. Пусть $\varphi: G(k) \rightarrow H(k)$ изоморфизм такой, что $\varphi|_{G_u(k)}$ — бирациональное отображение.

Тогда найдутся группа F и изоморфизмы $\pi_1: F \rightarrow G$ и $\pi_2: F \rightarrow H$, определенные над k , такие, что $\varphi(\pi_1(f)) = \pi_2(f)\theta(f)$ для всех $f \in F(k)$, где $\theta: F(k) \rightarrow Z(H(k))$ — подходящий гомоморфизм.

Доказательство. Группа H действует на своей унитарной части H_u внутренними автоморфизмами, обозначим $\gamma: H \times H_u \rightarrow H_u: (h, u) \rightarrow h^{-1}uh$. Таким образом, каждому $h \in H$ ставится в соответствие автоморфизм группы H_u , коморфизм которого мы обозначим γ_h . Если $f \in \Omega[H_u]$, то $\gamma_h(f) = f \text{Int } h$. В алгебре регулярных на H_u функций найдется конечномерное пространство V , определенное над k , которое содержит образующие алгебры $k[H_u]$ и инвариантно относительно действия группы H [2]. Отображение $h \rightarrow \gamma_h$ индуцирует линейное представление группы H в пространстве V , которое мы обозначим через ψ' . Нетрудно видеть, что ψ' определено над k .

Функции из $\Omega[H_u]$ разделяют элементы H_u , и их значения на элементах из H_u определяются значениями на них элементов k -базиса пространства $V = v_1, \dots, v_n$, ибо $\Omega[H_u] = \Omega[v_1, \dots, v_n]$. Значит, ядром ψ' является $Z_H(H_u)$.

Пусть $\varphi: G_u \rightarrow H_u$ такой бирациональный изоморфизм, что $\varphi(u) = \varphi(u) \forall u \in G_u(k)$, а φ_0 — его коморфизм. Из условия теоремы следует, что $\overline{G_u(k)} = G_u$, значит, φ определен над k и элементы $\varphi_0(v_1), \dots, \varphi_0(v_n)$ порождают алгебру $k[G_u]$. Определим действие группы G на $\Omega[G_u]$, как выше мы это сделали для H и H_u , а именно: для $g \in G$ $\delta_g: f \rightarrow f \text{Int } g$, где $f \in \Omega[G_u]$. Нетрудно видеть, что пространство $\varphi_0(V)$ инвариантно относительно G и определено над k . Как и в случае группы H , имеем линейное представление, определенное над k группы G в векторном пространстве $\varphi_0(V)$, которое обозначим буквой ψ . Изоморфизм $\varphi_0: V \rightarrow \varphi_0(V)$ векторных пространств индуцирует бирациональный k -изоморфизм $\varphi^*: \text{GL}(\varphi_0(V)) \rightarrow \text{GL}(V)$. Очевидно, что $\psi'(\varphi(s)) = \varphi^*(\psi(s)) \forall s \in S(k)$.

Покажем, что для максимального k -подтора S группы G $\varphi(S(k))$ является группой k -точек некоторого максимального тора группы H , определенного над k . Пусть для $s \in S(k)$ $\varphi(s) = t, u_s$ — разложение Жордана. Тогда $u_s \in Z_H(H_u)$, ибо $\psi'(\varphi(s)) = \varphi^*(\psi(s))$ и $\varphi^*(\psi(s))$ — полупростой элемент. Кроме того, u_s централизует $\varphi(S(k))$, поскольку $\varphi(s)$ центра-