в отличие от [4, 7, 8] рассмотрим неявную разностную схему

$$Y_t = \varphi(x, t, \hat{Y}, \hat{Y}_x) \tag{16}$$

с начальными и граничными условиями типа (1), (3). Решение системы нелинейных уравнений (16) будем находить, используя метод Ньютона, который сводит систему (16) к линеаризованной

$$\overset{(s+1)}{\bar{y}_t^k} = \sum_{l=1}^{n} \frac{\partial \overset{(s)}{\varphi^k}}{\partial \overset{(s)}{\bar{y}^l}} (\overset{(s+1)}{\bar{y}^l} - \overset{(s)}{\bar{y}^l}) + \sum_{l=1}^{n} \frac{\partial \overset{(s)}{\varphi^k}}{\partial \overset{(s)}{y_x^l}} (\overset{(s+1)}{y_x^l} - \overset{(s)}{y_x^l}) + \overset{(s)}{\varphi^k}, k = 1, 2, \ldots, n. \tag{17}$$

Теорема 3. Пусть разностная схема (16) аппроксимирует исходную систему (15) с погрешностью $O(\tau + h^2)$ и компоненты вектора φ являются функциями достаточно гладкими. Тогда при h, $\tau \to 0$ и таких, что $\tau = h^\alpha$, $1 < \alpha < 3$, решение, получаемое из системы (17), сходится к решению исходной задачи, при этом скорость сходимости совпадает по порядку с погрешностью аппроксимации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений.— М., 1978.
2. Годунов С. К. Уравнения математической физики.— М., 1971.
3. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики.— М., 1980.
4. Вакульчик П. А.— Вести. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 2, с. 41.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем.— М., 1977.
6. Андреев В. Б.— Ж. выч. мат. и мат. физ., 1968, т. 8, № 6, с. 1218.
7. Абрашин В. Н.— Дифференц. уравнения, 1975, т. 11, № 2, с. 294.
8. Абрашин В. Н.— Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук, 1977, № 4, с. 13.
9. Вакульчик П. А.— В сб.: Актуальные проблемы общественных и естественных наук. Минск, 1981, с. 52.

Поступила в редакцию 29.06.82

Кафедра вычислительной математики

УДК 62-50

Л. А. ПИЛИПЧУК

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ДВУХПРОДУКТОВОЙ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ МАТРИЦЕЙ ОГРАНИЧЕНИЙ ПРЯМЫМ МЕТОДОМ

Рассмотрим сетевую двухпродуктовую транспортную задачу с дополнительными ограничениями:

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{(i, j) \in U} c_{ij}^k x_{ij}^k \to \min, \tag{1}$$

$$\sum_{j \in I_i^+(U)} x_{ij}^k - \sum_{j \in I_i^-(U)} x_{ji}^k = a_i^k, \ i \in I, \tag{2}$$

$$x_{ij}^k \geqslant 0, \ x_{ij}^1 + x_{ij}^2 \leqslant d_{ij}, \ (i, j) \in U, \ k = 1, 2, \tag{3}$$

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{(i, j) \in M_p} \lambda_{ij}^{kp} x_{ij}^k = \alpha_p, \ p = \overline{1, l}, \tag{4}$$

где I, U — множества узлов и дуг сети S; c_{ij}^k, a_i^k, d_{ij}, α_p, λ_{ij}^{kp} — заданные числа; $M_p \subset U$ — заданные множества, $I_i^+(U) = \{j : (i, j) \in U\}$, $I_i^-(U) = \{j : (j, i) \in U\}$.

В данной работе строится алгоритм решения задачи (1)—(4), которая отличается от [1] наличием коэффициентов λ_{ij}^{kp}, $k = 1, 2$, $p = \overline{1, l}$, $(i, j) \in M_p$, $M_p \subset U$, где λ_{ij}^{kp} — произвольные действительные числа.

Опорой сети будем называть совокупность дуг $U_{оп} = \{U_{оп}^1, U_{оп}^2, U^*\}$, такую, что $U^k_{\text{оп}} \subset U^k$, $k=1, 2$; $U^* \subset U^1_{\text{оп}} \cap U^2_{\text{оп}} = \{(i, j) : (i, j)^1 \in U^1_{\text{оп}}, (i, j)^2 \in U^2_{\text{оп}}\}$, $U = U^1 \cup U^2$, $I(U^k_{\text{оп}}) = \{i : (i, j)^k \in U^k_{\text{оп}}, k=1, 2\}$, и система

$$\sum_{j \in I_i^+(U_{\text{оп}})} x^k_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(U_{\text{оп}})} x^k_{ji} = 0, \; i \in I(U^k_{\text{оп}}),$$

$$x^1_{ij} + x^2_{ij} = 0, \; (i, j) \in U^*, \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{(i, j) \in M_{p_1}} \lambda^{kp}_{ij} x^k_{ij} = 0, \; p = \overline{1, l}, \; k = 1, 2$$

имеет только тривиальное решение для $M_{p_1} = M_p \cap (U^1_{\text{оп}} \cup U^2_{\text{оп}})$ и нетривиальное для каждой из следующих совокупностей:

1) $\{U^k_{\text{оп}}, k=1, 2, U^* \setminus (i, j)\}$, где (i, j) — любая дуга из U^*;
2) $\{U^1_{\text{оп}} \cup (i, j), U^2_{\text{оп}}, U^*\}$, где $(i, j)^1$ — любая дуга из $U^1 \setminus U^1_{\text{оп}}$;
3) $\{U^1_{\text{оп}}, U^2_{\text{оп}} \cup (i, j)^2, U^*\}$, где $(i, j)^2$ — любая дуга из $U^2 \setminus U^2_{\text{оп}}$;

Пара $\{x, U_{\text{оп}}\}$ из потока и опоры — опорный поток. Дуги $(i, j)^k \in U^k_{\text{оп}}$, $k = 1, 2$ назовем опорными, остальные — неопорными. Опорный поток назовем невырожденным, если опорные дуговые потоки удовлетворяют следующим неравенствам; $x^k_{ij} > 0$, $(i, j)^k \in U^k_{\text{оп}}$, $k=1, 2$; $x^1_{ij} + x^2_{ij} < d_{ij}$, для $(i, j)^1 \in (U^1_{\text{оп}} \cup U^2_{\text{оп}}) \setminus U^*$ или $(i, j)^2 \in (U^1_{\text{оп}} \cup U^2_{\text{оп}}) \setminus U^*$.

Рассмотрим некоторый цикл L_q в сети $S : (i^q_1, i^q_2, \ldots, i^q_s)$. Выбрав в нем направление движения, обозначим через L^+_q и L^-_q множество прямых и обратных дуг цикла L_q соответственно. Число

$$R_p(L_q) = \sum_{(i, j) \in L_q} \lambda^{kp}_{ij} \operatorname{sign}(i, j)^q, \; k = \begin{cases} 1, & q \leqslant l_1, \\ 2, & q > l_1 \end{cases}$$

назовем детерминантом цикла L_q относительно p-го ограничения из (4), функция определяется соотношением

$$\operatorname{sign}(i, j)^q = \begin{cases} 1, & \text{если } (i, j) \in L^+_q, \\ -1, & \text{если } (i, j) \in L^-_q, \\ 0, & \text{если } (i, j) \overline{\in} L_q. \end{cases}$$

Дуга $(i^t_1, i^t_2) \in U_{\text{оп}}$ называется ациклической, если $(i^t_1, i^t_2) \in U^k_a$, $U^k_{\text{оп}} = U^k_a \cap U^k_{\text{д}} = \varnothing$, где $L_t = \{I_t, U_t\}$ — некоторый цикл из множества L. Введем множества U^1_a, U^2_a ациклических дуг соответственно первого и второго продуктов, $U_a = U^1_a \cup U^2_a$, $U^1_a = \bigcup\limits_{t=1}^{l_1} (i^t_1, i^t_2)^k$, $U^2_a = \bigcup\limits_{t=l_1+1}^{l_1+l_2} (i^t_1, i^t_2)^k$, $k = \begin{cases} 1, & t \leqslant l_1 \\ 2, & t > l_1. \end{cases}$

Для каждого цикла составим систему уравнений

$$\sum_{j \in I_i^+(U_t)} \tilde{y}^k_{ij\, t} - \sum_{j \in I_i^-(U_t)} \tilde{y}^k_{ji\, t} = 0,$$

$$i \in I(U_t), \; k = \begin{cases} 1, & t \leqslant l_1, \\ 2, & t > l_1, \end{cases} \; t = \overline{1, l_1 + l_2}$$

из которой однозначно определим потоки $\tilde{y}^k_{ij\,t}$, предварительно положив поток по ациклической дуге равным

$$y^k_{i^t_1 i^t_2} = 1, \; k = \begin{cases} 1, & t \leqslant l_1 \\ 2, & t > l_1, \end{cases} \; t = \overline{1, l_1 + l_2}.$$

Упорядочим произвольным образом дуги множества U^*. Пусть $D_1 = \{R_p(L_q), q = \overline{1, l_1 + l_2}, p = \overline{1, l}\}$ — $l \times (l_1 + l_2)$ — матрица, составленная из чисел

$R_p(L_q)$, и $D_2 = \{\delta_{\tau(i,j)}, t\ (i_1, i_2)^k,\ (i_1, i_2)^k \in U_a^k,\ k=1, 2,\} - |U^*| \times (l_1 + l_2)$-матрица, составленная из элементов

$$\delta_{\tau(i,j),t} = \begin{cases} y_{i'j'}^k, & \text{если } (i', j') \in U_t \cap U^*, \\ 0, & \text{если } (i', j') \overline{\in} U_t \cap U^*, \end{cases}$$

где $\tau(i, j)$ — порядковый номер дуги в U^*, $k = \begin{cases} 1, & t \leqslant l_1 \\ 2, & t > l_1. \end{cases}$ Составим $(|U^*| + l) \times (l_1 + l_2)$ — матрицу $D = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix}$. Если $l_1 + l_2 \neq |U^*| + l$, то дополним матрицу D нулями до квадратной матрицы. Число $R = \det D$ назовем детерминантом опоры $U_{\text{оп}}$.

Теорема (критерий опорности). Для того чтобы совокупность $U_{\text{оп}}$ была опорой сети S, необходимо и достаточно выполнение условий:

1) $I(U_{\text{оп}}^k) = I$, $k = 1, 2$;
2) $U_{\text{оп}}^k$, $k = 1, 2$ — связные множества;
3) $R \neq 0$.

Доказательство теоремы аналогично [1]. По опоре $U_{\text{оп}}$ построим потенциалы $u_i = \{u_i^1, u_i^2\}$, $i \in I$; r_p, $p = \overline{1, l}$; r_{p_1}, $p_1 = \overline{l+1, l+|U^*|}$, как решение системы:

$$u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^{l} \lambda_{ij}^{kp} r_p - c_{ij}^k = 0,\ (i, j) \in U_{\text{оп}}^k \setminus U^*, \tag{6}$$
$$u_i^1 - u_j^1 + \sum_{p=1}^{l} \lambda_{ij}^{1p} r_p - c_{ij}^1 = u_i^2 - u_j^2 + \sum_{p=1}^{l} \lambda_{ij}^{2p} r_p - c_{ij}^2,\ (i, j) \in U^*,\ k = 1, 2.$$

Будем говорить, что $u_i = \{u_i^1, u_i^2\}$ — вектор потенциалов узлов $i \in I$, r_p — потенциал дополнительного ограничения (4), r_{p_1}—потенциал ограничения $x_{ij}^1 + x_{ij}^2 \leqslant d_{ij}$.

Для нахождения потенциалов r_p, r_{p_1}, $p = \overline{1, l}$, $p_1 = \overline{l+1, l+|U^*|}$, следуя [1], запишем систему:

$$\sum_{p=1}^{l} R_p(L_t) r_p + \sum_{p_1=l+1}^{l+|U^*|} r_{p_1} \delta_{\tau(i,j),t} = \sum_{(i,j) \in L_t} c_{ij}^k \operatorname{sign}(i, j)^t \tag{7}$$

Равенство (7) можно переписать в следующем виде:

$$D'r = c,\ r = \{r_p, r_{p_1}\},\ c = \{c_1, c_2, \dots, c_{l_1+l_2}\}, \tag{8}$$
$$c_t = \sum_{(i,j) \in L_t} c_{ij}^k \operatorname{sign}(i, j)^t,\ k = \begin{cases} 1, & t \leqslant l_1 \\ 2, & t > l_1. \end{cases}$$

Система (8) относительно r имеет единственное решение, так как $R \neq 0$. Величины r_{p_1}, вычисленные из системы (8), обозначим через γ_{ij}, $(i, j) \in U^*$. Имеем

$$\bar{c}_{ij}^k = \begin{cases} c_{ij}^k, & (i, j) \overline{\in} U^*, \\ c_{ij}^k - \gamma_{ij}, & (i, j) \in U^*,\ k = 1, 2. \end{cases}$$

Вместо системы (6) запишем эквивалентную ей систему:

$$u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^{l} \lambda_{ij}^{kp} r_p - \bar{c}_{ij}^k = 0,\ (i, j) \in U_{\text{оп}}^k,\ k = 1, 2.$$

Теперь векторы потенциалов $u_i = \{u_i^1, u_i^2\}$ найдем с помощью деревьев $U_{\text{д}}^k$, $k = 1, 2$ и чисел $\bar{c}_{ij}^k$, где $U_{\text{д}}^k = U_{\text{оп}}^k \setminus U_{\text{a}}^k$, U_{a}^k — множество ациклических дуг, как в классическом методе потенциалов [2].

Для каждой дуги вычислим вектор оценок

$$\Delta_{ij} = \{\Delta_{ij}^1, \Delta_{ij}^2\} : \Delta_{ij}^k = u_i^k - u_j^k + \sum_{p=1}^{l} \lambda_{ij}^{kp} r_p - c_{ij}^k,\ (i, j) \in U,\ k = 1, 2.$$

Следуя [3], можно доказать

Критерий оптимальности. Если для опорного потока выполняются соотношения:

а) на ненасыщенных дугах $(x^1_{ij}+x^2_{ij}<d_{ij})$:

$$\Delta^k_{ij}\leqslant 0 \text{ при } x^k_{ij}=0; \tag{9}$$

$$\Delta^k_{ij}=0 \text{ при } x^k_{ij}>0,\ (i,\ j)\in U,\ k=1,\ 2. \tag{10}$$

б) на насыщенных дугах $(x^1_{ij}+x^2_{ij}=d_{ij})$:

$$\Delta^1_{ij}=\Delta^2_{ij}\geqslant 0 \text{ при } x^1_{ij}>0,\ x^2_{ij}>0, \tag{11}$$

$$\Delta^1_{ij}\geqslant\Delta^2_{ij},\ \Delta^1_{ij}\geqslant 0 \text{ при } x^1_{ij}=d_{ij},\ x^2_{ij}=0,\ (i,\ j)\in U. \tag{12}$$

Критерий субоптимальности. Поток $x=\{x^{k0}_{ij},\ (i,\ j)\in U,\ k=1,\ 2\}$ назовем ε-оптимальным (субоптимальным), если

$$\sum_{k=1}^{2}\sum_{(i,\ j)\in U}c^k_{ij}x^k_{ij}-\sum_{k=1}^{2}\sum_{(i,\ j)\in U}c^k_{ij}x^{k0}_{ij}\leqslant\varepsilon.$$

Для любого ε-оптимального потока выполняется неравенство (13) (доказательство аналогично [1]).

$$\sum_{k=1}^{2}\sum_{(i,\ j)\in U}c^k_{ij}x^k_{ij}-\sum_{k=1}^{2}\sum_{(i,\ j)\in U}c^k_{ij}x^{k0}_{ij}\leqslant\beta, \tag{13}$$

где $\beta=-\sum\limits_{k=1}^{2}\sum\limits_{\substack{(i,\ j)\in U,\\ \max\{\Delta^k_{ij},\ k=1,\ 2;\ 0\}=0}}\Delta^k_{ij}x^k_{ij}-\sum\limits_{\substack{(i,\ j)\in U,\\ \max\{\Delta^1_{ij},\ \Delta^2_{ij},\ 0\}:\ 0}}(\Delta^l_{ij}x^l_{ij}+\Delta^k_{ij}(x^k_{ij}-d_{ij}))$.

Если для опорного потока $\{x,\ U_{\text{оп}}\}$ приведенные критерии оптимальности (9—12) и субоптимальности (13) не выполняются, опишем алгоритм улучшения потока.

Среди дуг, для которых не выполнен критерий оптимальности, найдем дугу с максимальным нарушением, т. е. если для ненасыщенной дуги не выполнены условия (9)—(10), то помечаем число Δ^k_{ij}, если же для насыщенной дуги не выполнены условия (11)—(12), то при $\max\{\Delta^1_{ij},\ \Delta^2_{ij}\}>0$ помечаем число $\Delta^l_{ij}-\Delta^k_{ij}$, при $\max\{\Delta^k_{ij},\ k=1,\ 2\}<0$ и $x^k_{ij}\geqslant 0,\ k=1,\ 2$ помечаем число Δ^k_{ij}. Среди отмеченных чисел выбираем максимальное по модулю число. Рассмотрим следующие случаи:

1) максимальное из отмеченных чисел имеет вид Δ^k_{ij} и находится на дуге $(i_0,\ j_0)^k$, $(i_0,\ j_0)^k\overline{\in} U^*$;

2) максимальное из чисел имеет вид Δ^k_{ij} и находится на дуге $(i_0,\ j_0)^k$, $(i_0,\ j_0)\in U^*$;

3) максимальное число имеет вид $\Delta^l_{ij}-\Delta^k_{ij}$, $l,\ k=1,\ 2,\ l\neq k$.

Рассмотрим каждый из этих случаев.

1. Не нарушая общности, положим $k=1$.

Найдем поток $Y\,(U^1_{\text{оп}}\cup U^2_{\text{оп}}\cup(i_0,\ j_0)^1)=\{y^k_{ij},\ (i,\ j)^k\in U^k_{\text{оп}},\ y^1_{i_0j_0},\ k=1,\ 2\}$, компоненты которого удовлетворяют системе (5), записанной относительно множества $\{U^1_{\text{оп}}\cup(i_0,\ j_0)^1,\ U^2_{\text{оп}},\ U^*\}$, и условию $y^1_{i_0j_0}=\operatorname{sign}\Delta^1_{i_0j_0}$. Аналогично [1] определим вектор α:

$$\alpha=\begin{cases}-R_p(L_a)\cdot y^1_{i_0j_0}, & p=\overline{1,\ l}\\ -\tilde{y}^0_{ij}y^1_{i_0j_0}, & \text{если } (i,\ j)\in U^*\cap U^0\\ 0, & \text{если } (i,\ j)\in U^*\setminus U^0,\end{cases}$$

где $Z_0=\{I,\ U^0\}$ — множество узлов и дуг цикла, образованного дугами $(i_0,\ j_0)^1$ и $(i,\ j)^1\in U^1_{\text{оп}}\setminus U^1_{\text{а}}$, и определим потоки на ациклических дугах.

Потоки на дугах $U^k_{\text{оп}} \setminus U^k_{\text{а}}$ определяются по формуле:

$$y^k_{ij} = \begin{cases} \sum\limits_{t \in T(i,j)^k} \tilde{y}^k_{i_t j_t} \cdot y^k_{i_1 i_2}, & T(i, j)^k \neq \varnothing, \\ 0, \ T(i, j)^k = \varnothing, & k = \begin{cases} 1, & t \leqslant l_1 \\ 2, & t > l_1, \end{cases} \end{cases} \tag{14}$$

где $T(i, j)^k = \{t : (i, j)^k \in U^t(i_1, i_2)^k, \ (i_1, i_2)^k \in U^k_{\text{а}}, \ (i^t, j^t)^k$ — ациклическая дуга, определившая цикл $Z_t = Z_{t(i_t, i_t)^k}$. Новый поток $\bar{x}$ строим в виде: $\bar{x}^k_{ij} = x^k_{ij} + \Theta y^k_{ij}, \ (i, j)^k \in U^k_{\text{оп}}, \ k = 1, 2$; $\bar{x}^1_{i_0 j_0} = x^1_{i_0 j_0} + \Theta y^1_{i_0 j_0}$; $\bar{x}^k_{ij} = x^k_{ij}, \ (i, j)^k \in U^k \setminus U^k_{\text{оп}}$, где Θ — максимально допустимый шаг, найденный по стандартным правилам [3]. При переходе $x \to \bar{x}$ стоимость потока уменьшилась на величину $-\Theta |\Delta^1_{i_0 j_0}|$. Опорные множества меняем по правилам, указанным в [1].

2. Найдем поток $Y(U^1_{\text{оп}} \cup U^2_{\text{оп}})$, удовлетворяющий системе (5), записанной относительно множеств $\{U^1_{\text{оп}}, U^2_{\text{оп}}, U^* \setminus (i_0, j_0)\}$, и условию $y^1_{i_0 j_0} + y^2_{i_0 j_0} = -1$. Компоненты вектора α и ациклические направления определим аналогично [1]. Из соотношения (14) найдем $y^k_{ij}, \ (i, j)^k \in U^k_{\text{оп}} \setminus U^k_{\text{а}}$. Новый поток $\bar{x}$ строим в виде $\bar{x}^k_{ij} = x^k_{ij} + \Theta y^k_{ij}, \ (i, j)^k \in U^k_{\text{оп}}, \ k = 1, 2$, $\bar{x}^k_{ij} = x^k_{ij}, \ (i, j) \overline{\in} U_{\text{оп}}, \ k = 1, 2$, где Θ — максимальный шаг, найденный по стандартным правилам. При переходе $x \to \bar{x}$ стоимость потока уменьшится на величину $\Theta \Delta^1_{i_0 j_0}$. Опорные множества меняем по правилам, указанным в [1].

3. Найдем потоки $\{y^k_{ij}, \ (i, j)^k \in U^k_{\text{оп}}, \ y^k_{i_0 j_0}, \ k = 1, 2\}$, удовлетворяющие системе (5), записанной относительно множеств $\{U^1_{\text{оп}} \cup (i_0, j_0)^1, \ U^2_{\text{оп}} \cup (i_0, j_0)^2, \ U^* \cup (i_0, j_0)\}$, при условиях $y^1_{i_0 j_0} = \operatorname{sign}(\Delta^l_{i_0 j_0} - \Delta^k_{i_0 j_0})$, $y^2_{i_0 j_0} = -\operatorname{sign}(\Delta^l_{i_0 j_0} - \Delta^k_{i_0 j_0})$. Подходящие направления изменения потока найдем так же, как и в [1].

Новый поток $\bar{x}$ строим в виде $\bar{x}^k_{ij} = x^k_{ij} + \Theta y^k_{ij}, \ (i, j)^k \in U^k_{\text{оп}} \cup (i_0, j_0)^k$, $\bar{x}^k_{ij} = x^k_{ij}, \ (i, j)^k \in U^k_{\text{оп}} \cup (i_0, j_0)^k, \ k = 1, 2$, Θ — максимально-допустимый шаг, найденный по стандартным правилам. Стоимость потока уменьшается на величину $\Theta |\Delta^l_{i_0 j_0} - \Delta^k_{i_0 j_0}|$. Опора преобразуется по правилам, указанным в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Пилипчук Л. А. Мультипоток минимальной стоимости с дополнительными ограничениями на частичные суммы дуговых потоков.— Рукопись депонирована в ВИНИТИ. № 2522-81. Деп. от 28.05.81.
2. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения.— М., 1966.
3. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы линейного программирования.— Минск, 1980, ч. 2.

Поступила в редакцию 12.07.82.

Кафедра МОУ

УДК 517.948.32

Л. А. ХВОЩИНСКАЯ

ЗАМКНУТОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим трехэлементную краевую задачу: найти функцию $\Phi(z)$, аналитическую во внешности отрезка $0 \leqslant x \leqslant 1$, предельные значения ко-