

УДК 535.31

С. В. ПРОЦКО, Б. Ю. ХАНОХ, А. П. ХАПАЛЮК

**ОПТИЧЕСКИЙ ОТРАЖАТЕЛЬ В ФОРМЕ ПОЛОГО
ТРЕХГРАННОГО УГЛА ($\pi/2, \pi/2, \pi/4$),
ИМЕЮЩЕГО МАЛЫЕ ДЕФОРМАЦИИ ДВУГРАННЫХ УГЛОВ,
В АВТОКОЛЛИМАЦИОННОЙ СХЕМЕ**

Оптические отражатели тетраэдрического типа, двугранные углы между отражающими плоскостями которых имеют небольшие отступления от прямого угла, нашли применение в трехкоординатных автоколлимационных системах [1, 2]. Поэтому целесообразно исследовать возможности использования для такой же цели других отражателей в форме трехгранного угла ($\pi/2, \pi/2, \pi/4$), у которых двугранные углы между отражающими плоскостями имеют небольшие отступления от углов $\pi/2, \pi/4$.

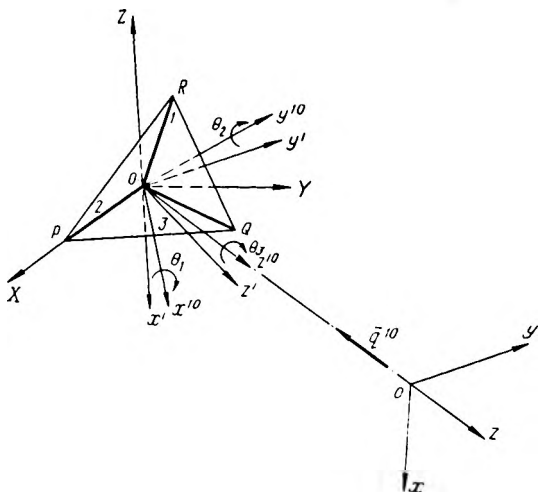
На рисунке показаны три отражающие плоские поверхности исследуемого отражателя: 1. ROQ , 2. ROP , 3. POQ . Предположим, что двугранный угол между плоскостями 1 и 2 равен $\pi/4 - \delta_{12}$, между плоскостями 1 и 3 — $\pi/2 - \delta_{13}$ и между плоскостями 2 и 3 — $\pi/2 - \delta_{23}$, где δ_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$) — настолько малые углы, что $\sin \delta_{ik} \cong \delta_{ik}$, а $\cos \delta_{ik} \cong 1$. Плоскость XOY прямоугольной системы координат XYZ совпадает с отражающей плоскостью 3, а ось X совмещена с ребром OP . Предположим, что на эту отражательную систему падает коллимированный пучок оптических лучей, распространяющийся в направлении единичного вектора $\vec{q} = -(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$. За счет пятикратного отражения в различной последовательности от плоскостей 1, 2, 3 из этого пучка формируются десять отраженных пучков, попарно симметричных относительно падающего, образуя с ним малые углы. Матрицы отражения для каждого из десяти отраженных пучков в системе координат XYZ имеют следующий общий вид [3]:

$$B_j = \begin{pmatrix} -1 & (-1)\left[\frac{j-1}{5}\right]a_{12} & (-1)\left[\frac{j-1}{5}\right]a_{13} \\ -(-1)\left[\frac{j-1}{5}\right]a_{12} & -1 & (-1)\left[\frac{j-1}{5}\right]a_{23} \\ -(-1)\left[\frac{j-1}{5}\right]a_{13} & -(-1)\left[\frac{j-1}{5}\right]a_{23} & -1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

где $j = 1, 2, \dots, 10$; $a_{12} = -4\delta_{12}$; $a_{13} = 4\delta_{13} \cos \eta_j \cos \frac{\pi}{4} - 2\delta_{23} (\sin \eta_j - \cos \eta_j) + 4\delta_{23} \left| \cos \frac{j\pi}{2} \right| \sin \eta_j$; $a_{23} = 4\delta_{13} \sin \eta_j \cos \frac{\pi}{4} + 2\delta_{23} (\sin \eta_j + \cos \eta_j) - 4\delta_{23} \left| \cos \frac{j\pi}{2} \right| \cos \eta_j$; $\eta_j = \left[\left(j - \left[\frac{j-1}{5} \right] \right) / 2 \right] \frac{\pi}{2}$.

В автоколлимационных схемах интерес представляют изменения координат отраженных пучков при повороте отражателя, наблюдаемые в неподвижной системе координат, связанной с источником излучения. Ма-

тематически это сводится к определению явного вида матриц отражения (1) при повороте отражателя в неподвижной системе координат. Оказывается, наиболее простая функциональная зависимость между координатами отраженных пучков от отражателя и его ориентацией в пространстве относительно неподвижной системы координат $x y z$ (см. рисунок)



Положение отражателя относительно систем координат

получается, если в исходном положении ось z неподвижной системы координат совпадает с оптической осью отражателя. Здесь это направление задается вектором $\vec{a} = \{\cos \pi/8, \sin \pi/8, \sin \pi/8\}$, который образует равные углы со всеми плоскостями отражателя и совпадает с линией пересечения бисекторных плоскостей его двугранных углов.

Для решения поставленной задачи введем новую систему координат $x'y'z'$, жестко связанную с отражателем, у которой в системе координат XYZ (см. рисунок) направление оси z' определяется вектором $\vec{a}$, а ось y' перпендикулярна к оси Z . Матрица перехода A из системы координат XYZ в $x'y'z'$ имеет вид:

$$A = \left(1 + \sin^2 \frac{\pi}{8}\right)^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} & -1 \\ -\sin \frac{\pi}{8} (1 + \sin^2 \frac{\pi}{8}) & \cos \frac{\pi}{8} (1 + \sin^2 \frac{\pi}{8}) & 0 \\ \cos \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В системе координат $x'y'z'$ матрицы отражения C_i можно получить, воспользовавшись (1) и правилом перехода к новому базису [4]:

$$C_i = A B_i A^{-1}, \quad (3)$$

где A^{-1} — матрица, обратная матрице A . Очевидно, исходное положение системы координат $x'y'z'$ (обозначим его $x''y''z''$) отличается от системы $x y z$, в которой происходит наблюдение, только переносом ее начала параллельно оси z (обычно на фокусное расстояние f автоколлиматора).

Поэтому вращение отражателя, которое целесообразно выразить через три независимых угла поворота (углы Эйлера) θ_1, θ_2 (коллимационные углы) и θ_3 (угол скручивания), совпадает с вращением системы координат $x'y'z'$ относительно ее исходного положения.

Теперь при произвольной ориентации отражателя вектора направлений отраженных пучков в неподвижной системе координат равны:

$$\vec{q}_j = \{T^{-1}C_j T \vec{q}^0\}, \quad (4)$$

где T — матрица вращения; T^{-1} — матрица обратная ей, $\vec{q}^0 = \{0, 0, -1\}$ — единичный вектор направления исходного падающего пучка. Подставив в (4) из (3) явные выражения матриц C_i и T из [4], получим координаты отраженных пучков $\vec{q}_j$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_j &= \{P_j \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \cos^{-1} \Psi [F_j \sin (\theta_3 - \Psi) + K_j \cos (\theta_3 - \Psi)]\} f, \\ y_j &= \{P_j \sin \theta_2 + \cos \theta_2 [F_j \cos \theta_3 - K_j \sin \theta_3]\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Psi = \arctg(\tg \theta_1 \sin \theta_2)$;

$$\begin{aligned} P_j &= (-1)^{\left\lfloor \frac{j-1}{5} \right\rfloor} \left\{ 4\delta_{12} \sin \frac{\pi}{8} - 2(\sqrt{2}\delta_{13} + \delta_{23}) \sin \left(\eta_j - \frac{\pi}{8} \right) - 2\delta_{23} \left(1 - 2 \times \right. \right. \\ &\quad \times \left. \left. \cos \frac{1\pi}{2} \right) \cos \left(\eta_j - \frac{\pi}{8} \right) \right\} \left(1 + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right)^{-\frac{1}{2}}; \\ F_j &= (-1)^{\left\lfloor \frac{j-1}{5} \right\rfloor} \left\{ 4\delta_{12} + 2(\sqrt{2}\delta_{13} + \delta_{23}) \sin \frac{\pi}{8} \sin \left(\eta_j - \frac{\pi}{8} \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2\delta_{23} \left(1 - 2 \cos \frac{1\pi}{2} \right) \sin \frac{\pi}{8} \cos \left(\eta_j - \frac{\pi}{8} \right) \right\} \left(1 + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right)^{-\frac{1}{2}}; \\ K_j &= (-1)^{\left\lfloor \frac{j-1}{5} \right\rfloor} \left\{ 2(\sqrt{2}\delta_{13} + \delta_{23}) \cos \left(\eta_j - \frac{\pi}{8} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(1 - 2 \cos \frac{1\pi}{2} \right) 2\delta_{23} \sin \left(\eta_j - \frac{\pi}{8} \right) \right\}. \end{aligned}$$

При рассмотрении тетраэдрического отражателя в качестве автоколлимационного датчика угловых отклонений важно установить условия существования однозначной и достаточно простой связи координат отраженных пучков x и y с углами поворота θ_1, θ_2 и θ_3 . Из (5) следует, что при

$$F_j = 0, K_j = 0, \text{ либо } P_j = 0, F_j = 0 \quad (6)$$

обеспечиваются условия независимого и более точного определения коллимационных углов, либо угла скручивания по положению сечения отраженного пучка (изображения) в плоскости анализа xOy .

Условия (6) сводятся к установлению оптимальных соотношений между отступлениями двугранных углов δ_{ik} , при которых достигается наиболее эффективное использование исследуемого отражателя в качестве автоколлимационного датчика угловых отклонений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ханов Б. Ю. Оптические отражатели тетраэдрического типа в активных системах. — Минск, 1982.
2. Мусьяков В. Л., Панков Э. Д. Об одном способе определения взаимного разворота объектов (скручивания). — Известия вузов СССР. Приборостроение, 1975, т. 18, № 4, с. 105.
3. Процко С. В., Ханов Б. Ю., Хапалюк А. П. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. I, физ., мат. и мех., 1983, № 3, с. 3.
4. Кори Г., Кори Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М., 1974.