

О ЛОКАЛЬНОМ ЗАДАНИИ ФОРМАЦИИ КОНЕЧНЫХ ГРУПП С K - \mathfrak{F} -СУБНОРМАЛЬНЫМИ СИЛОВСКИМИ ПОДГРУППАМИ

А.С. Вегера

Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины
Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь, artem.vegera@gmail.com

В данной работе рассматриваются только конечные группы. Свойства вложения силовских подгрупп в группу позволяют во многих случаях установить структуру самой группы. Например, группа нильпотентна, если любая ее силовская подгруппа субнормальна в ней. В работе [1] было начато рассмотрение следующей проблемы.

Пусть \mathfrak{F} — формация. Что можно сказать о структуре группы G , если все ее силовские подгруппы \mathfrak{F} -субнормальны в G ?

В статьях [2–4] были продолжены исследования по данной проблеме. В 1978 г. О. Кегель [5] ввел понятие \mathfrak{F} -достижимой (или K - \mathfrak{F} -субнормальной) подгруппы в группе.

Определение 1. Пусть \mathfrak{F} — непустая формация. Подгруппа H группы G называется K - \mathfrak{F} -субнормальной в G , если существует цепь подгрупп $H = H_0 \subseteq H_1 \subseteq \dots \subseteq H_m = G$ такая, что либо подгруппа H_{i-1} субнормальна в H_i , либо $H_i^{\mathfrak{F}} \subseteq H_{i-1}$ для любого $i = 1, \dots, m$.

Будем обозначать H K - \mathfrak{F} - sn G в случае, когда H является K - \mathfrak{F} -субнормальной в G .

Определение 2. Пусть \mathfrak{F} — непустая формация. Класс групп $\widehat{w}\mathfrak{F}$ определяется следующим образом: $\widehat{w}\mathfrak{F} = (G \mid \text{для любой } H \in \text{Syl}(G) \text{ подгруппа } H \text{ } K\text{-}\mathfrak{F}\text{-}sn \text{ } G)$.

Формация \mathfrak{F} называется насыщенной, если она является насыщенным классом, т.е. если $G/N \in \mathfrak{F}$, $N \trianglelefteq G$, $N \leq \Phi(G)$, то $G \in \mathfrak{F}$.

Пусть \mathfrak{F} — локальная формация и h — ее максимальный внутренний локальный экран. Обозначим через h^* локальный экран такой, что $h^*(p) = (G \in \mathfrak{S} \mid \text{любая силовская подгруппа из } G \text{ принадлежит } h(p))$.

Теорема. Пусть \mathfrak{F} — наследственная насыщенная разрешимая формация, h — ее максимальный внутренний локальный экран, $\pi(\mathfrak{F}) = \mathbb{P}$. Тогда $\widehat{w}\mathfrak{F} = LF(h^*)$ и h^* — максимальный внутренний локальный экран формации $\widehat{w}\mathfrak{F}$.

Литература

1. Васильев А. Ф. *О влиянии примарных \mathfrak{F} -субнормальных подгрупп на строение группы* // Вопросы алгебры. 1995. Вып. 8. С. 31–39.
2. Прокопенко А. И. *О конечных группах с \mathfrak{F} -достижимыми силовскими подгруппами* // Известия Гомельск. гос. ун-та им. Ф. Скорины. 2004. № 6 (27). С. 101–103.
3. Васильева Т. И., Прокопенко А. И. *Конечные группы с формационно субнормальными подгруппами* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2006. № 3. С. 25–30.
4. Васильев А. Ф., Васильева Т. И. *О конечных группах с обобщенно субнормальными силовскими подгруппами* // Проблемы физики, математики и техники. 2011. № 4 (9). С. 86–91.
5. Kegel O. H. *Untergruppenverbände endlicher Gruppen, die den Subnormalteilerverband echt enthalten* // Arch. Math. 1978. Vol. 30, № 3. P. 225–228.

О ПЕРЕСТАНОВОЧНЫХ ПОДГРУППАХ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

В.Ф. Велесницкий, В.Н. Семенчук

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, математический факультет
Кирова 119, 246019 Гомель, Беларусь, velogos@rambler.ru

Согласно классическому результату Виландта [1], в любой конечной группе порождение субнормальных подгрупп является субнормальной подгруппой.