Литература

1. Шеметков Л. А. *Формации конечных групп.* М.: Наука, 1978.
2. Doerk K., Hawkes T. *Finite soluble groups.* Berlin: Walter de Gruyter, 1993.
3. Bryant R. M., Bryce R. A., Hartley B. *The formation generated by a finite group* // Bull. Austral. Math. Soc. 1970. V. 2. P. 347–357.
4. Burichenko V. P., *On a problem of Gaschütz* // J.Algebra, submitted.
5. *Коуровская тетрадь. Нерешенные вопросы теории групп.* 13-е изд. В. Д. Мазуров, Е. И. Хухро (ред.), Новосибирск: Институт математики, 1995.

ОБ АВТОМОРФИЗМАХ ДИСТАНЦИОННО РЕГУЛЯРНОГО ГРАФА С МАССИВОМ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ $\{15, 12, 1; 1, 2, 15\}$

В.П. Буриченко[1], А.А. Махнев[2]

[1] Институт математики НАН Беларуси
Кирова 16, 246000 Гомель, Беларусь
vpburich@gmail.com
[2] Институт математики и механики УрО РАН
Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия
makhnev@imm.uran.ru

В работе [1] найдены массивы пересечений дистанционно регулярных графов с $\lambda = 2$, $\mu > 1$ (где λ есть число общих соседей двух смежных вершин, а μ — аналогичное число для двух вершин на расстоянии 2) и числом вершин $v \leqslant 1000$. Если Γ — антиподальный граф с $\mu = 2$ и массивом пересечений $\{2r+1, 2r-2, 1; 1, 2, 2r+1\}$, то $r \in \{3, 4, \ldots, 21\} - \{10, 16\}$ и $v = 2r(r+1)$. Известно, что существуют такие реберно симметричные графы, если степень графа $k = 2r+1$ есть степень простого числа. Эти графы являются локально циклическими, если k — простое число. Только для $r \in \{7, 17, 19\}$ число k — не степень простого числа. Неизвестно, существуют ли графы с массивами пересечений $\{15, 12, 1; 1, 2, 15\}$, $\{35, 32, 1; 1, 2, 35\}$, $\{39, 36, 1; 1, 2, 39\}$. В данной работе изучаются автоморфизмы дистанционно регулярного графа с массивом пересечений $\{15, 12, 1; 1, 2, 15\}$.

Граф с массивом пересечений $\{15, 12, 1; 1, 2, 15\}$ имеет 112 вершин и спектр $\{15^1, \sqrt{15}^{48}, -1^{15}, -\sqrt{15}^{48}\}$ (показатель означает кратность собственного значения). Если g — автоморфизм графа Γ, то $\alpha_i(g)$ — число вершин u графа Γ таких, что $d(u, u^g) = i$.

Теорема. *Пусть* Γ *— дистанционно регулярный граф, имеющий массив пересечений* $\{15, 12, 1; 1, 2, 15\}$, $G = \mathrm{Aut}(\Gamma)$, g *— элемент из* G *простого порядка* p *и* $\Omega = \mathrm{Fix}(g)$. *Тогда* $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7\}$ *и выполняется одно из следующих утверждений:*

1) Ω *— пустой граф и*
   $i)$ *либо* $p = 7$, $\alpha_1(g) = 14t$ *и* $\alpha_3(g) = 14$ *или* $\alpha_3(g) = 112$;
   $ii)$ *либо* $p = 2$, $\alpha_3(g) = 0$ *и* $\alpha_1(g) = 16$;
2) $|\Omega| = 1$, $p = 3$, $\alpha_1(g) = 15$ *и* $\alpha_3(g) = 6$;
3) Ω *— антиподальный граф,* $p \in \{3, 5\}$, $\alpha_1(g) = 15$ *и* $\alpha_3(g) = 0$;
4) Ω *является* 4*-кликой,* $p = 3$, $\alpha_1(g) = 12$ *и* $\alpha_3(g) = 24$;
5) $p = 2$, Γ *— объединение двух антиподальных графов,* $\alpha_3(g) = 0$ *и* $\alpha_1(g) = 14$.

Следствие. *Граф с массивом пересечений* $\{15, 12, 1; 1, 2, 15\}$ *не является реберно симметричным.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 12-01-00012), РФФИ-ГФЕН Китая (грант 12-01-91155), программы отделения математических наук РАН (проект 12-Т-1-1003), программ совместных исследований УрО РАН с СО РАН (проект 12-С-1-1018) и с НАН Беларуси (проект 12-С-1-1009).

Литература

1. Буриченко В. П., Махнев А. А. *О вполне регулярных локально циклических графах* // Современные проблемы математики. Тез. 42-й Всерос. молодежной конф. ИММ УрО РАН, Екатеринбург, 2011. С. 181–183.

СПЕКТРЫ ИСКЛЮЧИТЕЛЬНЫХ ГРУПП

А.А. Бутурлакин

ИМ СО РАН, пр-т Коптюга, 4, 630090 Новосибирск, Россия
buturlakin@math.nsc.ru

Множество порядков элементов конечной группы G называется ее спектром и обозначается через $\omega(G)$. Основная задача нашего исследования — получить описание спектров всех конечных простых групп. На данный момент эта задача в значительной степени решена. Спектры знакопеременных и спорадических групп известны. Полное описание спектров классических групп также завершено. Таким образом, только для исключительных групп нет полного описания спектров. Если G — конечная группа лиева типа над полем характеристики p, то спектр $\omega(G)$ группы G естественным образом распадается на три подмножества: множество $\omega_p(G)$ порядков унипотентных элементов, т.е. элементов, чей порядок есть степень числа p, множество $\omega_{p'}(G)$ порядков полупростых элементов, т.е. элементов, чей порядок взаимно прост с p, и множество $\omega_m(G)$ порядков смешанных элементов. Описание множества $\omega_p(G)$ для всех групп лиева типа было получено в [1]. В [2] было получено описание множества $\omega_{p'}(G)$ для универсальных групп типов E_6, E_7 и E_8. Таким образом, для описания спектра простой группы типа E_8 остается описать смешанную часть спектра этих групп. Решению этой задачи и посвящен наш доклад.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 12-01-90006-Бел_а.

Литература

1. Testerman D. M. *A_1-type overgroups of order p in semisimple algebraic groups and the associated finite groups* // J. Algebra. 1995. Vol. 177, no. 1. P. 34–76.
2. Deriziotis D. I., Fakiolas A. P. *The maximal tori in the finite Chevalley groups of type E_6, E_7 and E_8* // Comm. Algebra. 1991. Vol. 19, no. 3. P. 889-903.

ОБ ОДНОМ ПРИЗНАКЕ p-НИЛЬПОТЕНТНОСТИ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

В.А. Васильев

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины,
Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
vovichx@gmail.com

Все рассматриваемые в сообщении группы являются конечными.

Понятие модулярной подгруппы впервые было введено в работе Р. Шмидта [1] и оказалось полезным в вопросах классификации составных групп. Напомним, что подгруппа M группы G называется модулярной подгруппой в G, если выполняются следующие условия:

1) $\langle X, M\cap Z\rangle = \langle X, M\rangle \cap Z$ для всех $X \leqslant G, Z \leqslant G$ таких, что $X \leqslant Z$;

2) $\langle M, Y\cap Z\rangle = \langle M, Y\rangle \cap Z$ для всех $Y \leqslant G, Z \leqslant G$ таких, что $M \leqslant Z$.