

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Н. Здрок

«02» июля 2021 г.

Регистрационный № УД – 10858/уч.



*Дискретная математика*

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 03 01 Математика (по направлениям)**

направления специальности

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2021 г.

Учебная программа составлена на основе типового учебного плана № G31-1-011/пр-тип. от 31.03.2021, учебных планов № G31-1-016/уч. от 25.05.2021, № G31-1-010/уч. ин. от 31.05.2021, № G31-1-002/уч. з от 31.05.2021.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

Ю.М. Метельский, доцент кафедры математической кибернетики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТ:**

В.В. Лепин, ученый секретарь государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математической кибернетики Белорусского государственного университета  
(протокол № 10 от 01.06.2021);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета  
(протокол № 7 от 30.06.2021)

Заведующий кафедрой  
математической кибернетики



А.Л. Гладков

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель** учебной дисциплины – обучение студентов базовым разделам дискретной математики для развития у них навыков дискретного математического мышления и умения использования их при решении актуальных прикладных проблем современного общества.

**Задачами** учебной дисциплины являются изучение терминологии, основных утверждений и методов их доказательства, освоение методов решения типовых задач, а также ознакомление со способами моделирования практических задач в терминах задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Значение дискретной математики и ее место в системе подготовки специалиста с высшим образованием в настоящее время определяется многими факторами. Так, ее можно рассматривать в качестве теоретической основы компьютерной математики и математической кибернетики. Кроме того, методы дискретной математики являются хорошим средством и языком для построения и анализа моделей в различных науках, включая химию, биологию, генетику, физику, социологию, психологию, экологию и др. Наконец, дискретная математика является важным звеном общего математического образования.

Учебная дисциплина «Дискретная математика» знакомит студентов с основами двух базовых разделов дискретной математики таких, как комбинаторика и теория графов.

Учебная дисциплина относится **к модулю** «Дискретная математика» компонента учреждения высшего образования.

Для понимания учебной дисциплины студенту требуется минимум предварительных математических знаний и навыков. В частности, нужно иметь начальные сведения из общей теории отображений и теории множеств, которые даются в учебных дисциплинах «Введение в специальность», «Математический анализ» и «Алгебра и теория чисел» государственного компонента.

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дискретная математика» должно обеспечить формирование следующих универсальных, базовых профессиональных и специализированных компетенций.

**универсальные** компетенции:

- УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации;
- УК-2. Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на

- основе применения информационно-коммуникационных технологий;
- УК-4. Работать в команде, толерантно воспринимать социальные, этнические, конфессиональные, культурные и иные различия;
  - УК-5. Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности;
  - УК-6. Проявлять инициативу и адаптироваться к изменениям в профессиональной деятельности.

**базовые профессиональные** компетенции:

- БПК-4. Применять теоретические знания и навыки в самостоятельной исследовательской деятельности;
- БПК-5. Применять основные алгебраические и геометрические понятия, конструкции и методы при решении теоретических и прикладных математических задач.

**специализированные** компетенции:

- СК-1. Осуществлять анализ контекста и поставленной проблемы, аргументированно выбирать оптимальный способ ее решения, согласовывать частичные проекты решения в общую согласованную архитектуру, выполнять реализацию проекта с учетом оценки накопленных и поступающих данных;
- СК-5. Применять основные понятия, утверждения и методы решения базовых задач дискретной математики.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:** основные понятия и утверждения из рассматриваемых разделов дискретной математики;

**уметь:** доказывать основные утверждения и применять их для решения типовых задач;

**владеть:** основными методами решения типовых задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина «Дискретная математика» изучается во 2-м семестре дневной формы получения высшего образования и в 4-м и 5-м семестрах заочной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 102 учебных часа, из которых 68 аудиторных, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа;

– для заочной формы получения высшего образования:

в 4-м семестре 64 учебных часа, из которых 16 аудиторных часов, в том числе лекций – 8 часов, лабораторных занятий – 8 часов; контрольная работа в 5-м семестре 38 учебных часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен во 2-м семестре дневной формы обучения и в 5-м семестре заочной формы обучения.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## Раздел 1. Элементы комбинаторики

Тема 1.1. Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики (суммы, произведения и биекции).

Тема 1.2. Размещения и сочетания. Число  $r$ -размещений из  $n$  элементов. Число  $r$ -размещений с повторениями из  $n$  элементов. Число подмножеств конечного множества.

Тема 1.3. Число  $r$ -сочетаний из  $n$  элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Число  $r$ -сочетаний с повторениями из  $n$  элементов.

Тема 1.4. Алгоритмы построения комбинаторных конфигураций.

Тема 1.5. Метод включения и исключения, его применение.

Тема 1.6. Рекуррентные соотношения. Рекуррентное соотношение  $k$ -го порядка для функции одной переменной, понятие решения и общего решения. Общее решение линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 1.7. Числа Фибоначчи. Вывод формулы  $n$ -го числа Фибоначчи решением линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка.

## Раздел 2. Элементы теории графов

Тема 2.1. Определение графа. Примеры графов. Смежность и инцидентность. Степени вершин. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Помеченный граф. Изоморфизм. Операции над графами. Подграфы.

Тема 2.2. Маршруты, их типы и основные свойства. Связная компонента. Число связных компонент в графе, полученном после удаления ребра из связного графа. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент.

Тема 2.3. Поиск в ширину и его применение. Двудольные графы. Необходимое и достаточное условие двудольности (теорема Кенига).

Тема 2.4. Эквивалентные определения дерева. Свойства деревьев.

Тема 2.5. Остов графа. Алгоритм Краскала построения остовного дерева минимального веса в связном взвешенном графе.

Тема 2.6. Эйлеровы графы. Необходимое и достаточное условие эйлеровости (теорема Эйлера). Разбиение ребер графа на наименьшее число реберно непересекающихся цепей.

Тема 2.7. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.

Тема 2.8. Определение плоского и планарного графа. Элементы плоского графа. Свойства плоских (планарных) графов.

Тема 2.9. Теорема Эйлера о соотношении числа вершин, ребер и граней плоского графа и следствия из нее. Необходимое и достаточное условие планарности графа (теорема Понтрягина-Куратовского), доказательство ее необходимости.

Тема 2.10. Правильные раскраски вершин и ребер графа. Хроматическое число и хроматический индекс, их оценки. Хроматический многочлен.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Литература	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	<b>Элементы комбинаторики</b>	14			12		2		
1.1	Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики (суммы, произведения и биекции).	2			2			[1, 2, 5, 6, 7]	Устный опрос
1.2	Размещения и сочетания. Число $r$ -размещений из $n$ элементов. Число $r$ -размещений с повторениями из $n$ элементов. Число подмножеств конечного множества.	2			2			[1, 2, 5, 6, 7]	Устный опрос
1.3	Число $r$ -сочетаний из $n$ элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Число $r$ -сочетаний с повторениями из $n$ элементов.	2			2			[1, 2, 5, 6, 7]	Экспресс-опрос
1.4	Алгоритмы построения комбинаторных конфигураций.	2			2			[5, 6]	Устный опрос
1.5	Метод включения и исключения, его применение.	2			2			[1, 2, 5, 6, 7]	Коллоквиум
1.6	Рекуррентные соотношения. Рекуррентное соотношение	2			2			[1, 2]	Экспресс-опрос



	$k$ -го порядка для функции одной переменной, понятие решения и общего решения. Общее решение линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.								
1.7	Числа Фибоначчи. Вывод формулы $n$ -го числа Фибоначчи решением линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка.	2					2	[1, 2]	Контрольная работа № 1
<b>2</b>	<b>Элементы теории графов</b>	<b>20</b>			<b>18</b>		<b>2</b>		
2.1	Определение графа. Примеры графов. Смежность и инцидентность. Степени вершин. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Помеченный граф. Изоморфизм. Операции над графами. Подграфы.	2			2			[2, 3, 4]	Устный опрос
2.2	Маршруты, их типы и основные свойства. Связная компонента. Число связных компонент в графе, полученном после удаления ребра из связного графа. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент.	2			2			[3, 4]	Устный опрос
2.3	Поиск в ширину и его применение. Двудольные графы. Необходимое и достаточное условие двудольности (теорема Кенига).	2			2			[3, 4]	Экспресс-опрос
2.4	Эквивалентные определения дерева. Свойства деревьев.	2			2			[3, 4, 5]	Устный опрос
2.5	Остов графа. Алгоритм Краскала построения остовного дерева минимального веса в связном взвешенном графе.	2			2			[3, 4, 5]	Устный опрос
2.6	Эйлеровы графы. Необходимое и достаточное условие эйлеровости (теорема Эйлера). Разбиение ребер графа на наименьшее число реберно непересекающихся цепей.	2			2			[3, 4, 5]	Экспресс-опрос
2.7	Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.	2			2			[3, 4, 5]	Коллоквиум
2.8	Определение плоского и планарного графа. Элементы	2			2			[2, 3, 4]	Устный опрос

	плоского графа. Свойства плоских (планарных) графов.								
2.9	Теорема Эйлера о соотношении числа вершин, ребер и граней плоского графа и следствия из нее. Необходимое и достаточное условие планарности графа (теорема Понтрягина-Куратовского), доказательство ее необходимости.	2			2			[2, 3, 4]	Экспресс-опрос
2.10	Правильные раскраски вершин и ребер графа. Хроматическое число и хроматический индекс, их оценки. Хроматический многочлен.	2					2	[2, 3, 4]	Контрольная работа № 2
	<b>ИТОГО</b>	<b>34</b>			<b>30</b>		<b>4</b>		

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Литература	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	9	10
<b>1</b>	<b>Элементы комбинаторики</b>	<b>4</b>			<b>4</b>			
1.1	Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики (суммы, произведения и биекции).	1			1		[1, 2, 5, 6, 7]	Устный опрос
1.2	Размещения и сочетания. Число $r$ -размещений из $n$ элементов. Число $r$ -размещений с повторениями из $n$ элементов. Число подмножеств конечного множества.	1			1		[1, 2, 5, 6, 7]	Экспресс-опрос
1.3	Число $r$ -сочетаний из $n$ элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Число $r$ -сочетаний с повторениями из $n$ элементов.	1			1		[1, 2, 5, 6, 7]	Экспресс-опрос
1.5	Метод включения и исключения, его применение.	1			1		[1, 2, 5, 6, 7]	Устный опрос
<b>2</b>	<b>Элементы теории графов</b>	<b>4</b>			<b>4</b>			
2.1	Определение графа. Примеры графов. Смежность и	1			1		[2, 3, 4]	Экспресс-опрос

	инцидентность. Степени вершин. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Помеченный граф. Изоморфизм. Операции над графами. Подграфы.							
2.2	Маршруты, их типы и основные свойства. Связная компонента. Число связных компонент в графе, полученном после удаления ребра из связного графа. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент.	1			1		[3, 4]	Устный опрос
2.3	Поиск в ширину и его применение. Двудольные графы. Необходимое и достаточное условие двудольности (теорема Кенига).	1			1		[3, 4]	Экспресс-опрос
2.4	Эквивалентные определения дерева. Свойства деревьев.	1			1		[3, 4, 5]	Устный опрос
	<b>ИТОГО</b>	<b>8</b>			<b>8</b>			

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – Москва: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.
3. Емеличев, В.А. Лекции по теории графов: учеб. пособие для студ., обуч. по спец. «Математика» и «Прикладная математика» / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – Изд. стер. – Москва: URSS: ЛЕНАНД, 2017. – 383 с.
4. Емеличев, В.А. Теория графов в задачах и упражнениях. Более 200 задач с подробными решениями / В.А. Емеличев, И.Э. Зверович, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – Изд. стер. – Москва: URSS: Либроком, 2016. – 415 с.
5. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник. – Санкт-Петербург: Издательство «Лань», 2018. – 476 с.
6. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по напр. подготовки дипломированных специалистов «Информатика и вычислительная техника». – 2-е изд. – Санкт-Петербург [и др.]: Питер, 2005. – 363 с.
7. Рыбников К.А. Введение в комбинаторный анализ: [учебник]. – Изд. 3-е. – Москва: URSS: Ленанд, 2018. – 308 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика: Пер. с англ. – Москва: Издательский дом «Вильямс», 2004 – 960 с.
2. Зуев Ю.А. По океану дискретной математики: От перечислительной комбинаторики до современной криптографии. Т. 1: Основные структуры. Методы перечисления. Булевы функции. – Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 274 с.
3. Зуев Ю.А. По океану дискретной математики: От перечислительной комбинаторики до современной криптографии. Т. 2: Графы. Алгоритмы. Коды, блок-схемы, шифры. – Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 368 с.
4. Харари Ф. Теория графов: Пер с англ. – Изд. 2-е. – Москва: Едиториал УРСС, 2003. – 296 с.

## **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки**

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дискретная математика» учебным планом предусмотрены экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику прогресса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

С целью текущего контроля знаний студентов предусматривается проведение устных опросов, экспресс-опросов, коллоквиумов и контрольных работ. Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

- устный опрос – 17 %;
- экспресс-опрос – 17 %;
- коллоквиум – 33 %;
- контрольная работа – 33 %.

Итоговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационной оценки – 70 %.

### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

#### **Раздел 1. Элементы комбинаторики (2 ч.)**

*Примерный перечень заданий:*

1. Сколько существует вариантов выпадения  $n$  одинаковых игральных кубиков при условии, что как минимум на  $l_i > 0$  из них выпадет по  $i$  очков,  $i = 1, 2, \dots, 6$ , где  $l_1 + l_2 + \dots + l_6 \leq n$ . В качестве вспомогательной задачи вначале предполагается получить формулу для числа решений уравнения  $x_1 + x_2 + \dots + x_m = k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , в целых неотрицательных числах.
2. Пусть  $\varphi(n)$  – значение функции Эйлера для натурального числа  $n$  (т.е.  $\varphi(n)$  – количество таких натуральных чисел  $m$ ,  $m \leq n$ , которые взаимно просты с  $n$ ). Используя метод включения и исключения, подсчитать значение  $\varphi(n)$ , если  $p_1, p_2, \dots, p_k$  – все простые делители числа  $n$ .
3. Сколькими способами можно замостить прямоугольную полосу размера  $2 \times 500$  прямоугольниками размеров  $1 \times 2$  и  $2 \times 2$ . Предполагается составить описывающее задачу линейное однородное рекуррентное соотношение 2-го порядка с постоянными коэффициентами, и, задав начальные условия, решить его методом характеристических уравнений.

(Форма контроля – контрольная работа № 1).

## Раздел 2. Элементы теории графов (2 ч.)

*Примерный перечень заданий:*

1. Доказать, что если в графе  $G$  минимальная степень вершин  $\delta(G) \geq 2$ , то  $G$  содержит цикл. Доказать также более сильное утверждение: если в графе  $G$  выполняется условие  $\delta(G) \geq 3$ , то  $G$  содержит цикл четной длины.
2. Доказать, используя критерий двудольности Кёнига, что граф является полным двудольным тогда и только тогда, когда он не содержит подграфов, изоморфных  $K_3$  и  $\overline{P_3}$ . (Пустой граф также считается полным двудольным).
3. Ввести понятие кода Прюфера для помеченного дерева порядка  $n$ . Получить доказательство теоремы Кэли: число помеченных деревьев порядка  $n$  равно  $n^{n-2}$ . В качестве вспомогательной подзадачи предполагается доказать, что между кодами Прюфера помеченных деревьев порядка  $n$  и всеми последовательностями длины  $n-2$ , образованными из чисел множества  $\{1, 2, \dots, n\}$ , имеется биективное соответствие.
4. Доказать, что гамильтоново замыкание  $cl(G)$  графа  $G$  не зависит от порядка добавляемых в процессе его построения ребер, т.е. гамильтоново замыкание графа определено однозначно.
5. Доказать, что формула Эйлера о соотношении между числами вершин, ребер и граней связного плоского графа обобщается на случай несвязного плоского  $(n, m)$ -графа с  $k$  связными компонентами следующим образом:  $n - m + f = k - 1$ .
6. Определить, при каких неотрицательных целых  $r$  существует  $r$ -регулярный планарный граф. Использовать при этом в качестве вспомогательного утверждения следующее: доказать, что в каждом планарном графе существует вершина степени не выше чем 5.
7. Доказать, что для произвольного графа  $G$  порядка  $n$  выполняется неравенство  $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \leq n + 1$ , где  $\chi(G)$  – хроматическое число графа  $G$ . При доказательстве методом математической индукции по  $n$  в качестве вспомогательного утверждения предполагается доказать, что если для вершины  $v$  графа  $G$  выполняется неравенство  $\chi(G - v) < \chi(G)$ , то  $\deg(v) \geq \chi(G) - 1$ .

(Форма контроля – контрольная работа № 2).

### Примерная тематика лабораторных занятий

1. Решение задач на подсчет числа комбинаторных конфигураций с помощью логических правил комбинаторики.

2. Решение задач с использованием формул для числа размещений и сочетаний.
3. Применение биномиальной теоремы и свойств биномиальных коэффициентов для решения комбинаторных задач.
4. Решение задач с использованием метода включения и исключения.
5. Составление рекуррентных соотношений для решения задач перечислительной комбинаторики.
6. Решение линейных однородных рекуррентных соотношений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
7. Разбор первоначальных понятий теории графов. Распознавание изоморфных графов. Нахождение различных типов подграфов графа.
8. Связность, связная компонента. Нахождение графов с максимальным (минимальным) числом ребер при фиксированных числах вершин и связных компонент.
9. Решение задач на использование поиска в ширину: нахождение расстояния от вершины до всех остальных вершин графа, выделение связных компонент, распознавание двудольности графа.
10. Решение задач на использование эквивалентных определений дерева.
11. Нахождение остова минимального веса во взвешенном графе с помощью алгоритма Краскала.
12. Решение задач, использующих критерий эйлеровости графа.
13. Нахождение минимального множества реберно непересекающихся цепей, покрывающих граф.
14. Задачи на гамильтоновы графы, достаточные условия гамильтоновости.
15. Использование формулы Эйлера и следствий из нее для решения задач о плоских (планарных) графах.
16. Распознавание планарности графа с помощью критерия Понтрягина–Куратовского.
17. Задачи на оценки хроматического числа и хроматического индекса графа.

### **Примерная тематика контрольных работ**

- Контрольная работа № 1. «Элементы комбинаторики: размещения и сочетания; свойства биномиальных коэффициентов; метод включения и исключения; составление рекуррентных соотношений; решение линейных однородных рекуррентных соотношений 2-го порядка с постоянными коэффициентами».
- Контрольная работа № 2. «Элементы теории графов: изоморфизм графов; подграфы; связный граф; связь между числами вершин, ребер и связных компонент графа; поиск в ширину; двудольные графы; свойства деревьев и остовов; нахождение остова минимального веса; покрытие графа минимальным числом реберно-непересекающихся цепей; гамильтоновы графы; формула Эйлера о соотношении между числами вершин, ребер и граней связного плоского графа, следствия из нее; оценки хроматического числа и хроматического индекса графа».



## **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется *эвристический подход*, который предполагает:

- осуществление студентами лично-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

Наиболее эффективной предполагается следующая форма реализации эвристического подхода: доказательства громоздких теорем, а также решения сложных задач разбиваются на этапы, после чего обучаемые подводятся к самостоятельному определению действий на этапах.

При организации образовательного процесса используется также *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержания образования через решение практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной теме дисциплины;
- выполнение домашнего задания;
- проведение научно-исследовательских работ;
- подготовка к участию в научных и научно-практических конференциях и конкурсах.

## Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики (суммы, произведения и биекции).
2. Число  $r$ -размещений из  $n$  элементов. Число  $r$ -размещений с повторениями из  $n$  элементов.
3. Число подмножеств конечного множества.
4. Число  $r$ -сочетаний из  $n$  элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее.
5. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
6. Число  $r$ -сочетаний с повторениями из  $n$  элементов.
7. Метод включения и исключения, его применение.
8. Рекуррентные соотношения. Рекуррентное соотношение  $k$ -го порядка для функции одной переменной. Решение и общее решение рекуррентного соотношения  $k$ -го порядка для функции одной переменной.
9. Общее решение линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
10. Числа Фибоначчи. Вывод формулы  $n$ -го числа Фибоначчи решением линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
11. Графы и способы их задания (аналитический, графический, матричный). Степень вершины графа. Лемма о рукопожатиях.
12. Изоморфизм графов. Помеченный граф.
13. Операции над графами. Подграфы.
14. Маршруты, их типы и основные свойства.
15. Связная компонента графа. Число связных компонент в графе, полученном после удаления ребра из связного графа.
16. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент.
17. Поиск в ширину и его применение.
18. Двудольные графы. Критерий двудольности Кёнига.
19. Деревья: эквивалентные определения.
20. Остов графа и его свойства.
21. Нахождение остова минимального веса, алгоритм Краскала.
22. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.
23. Минимальное число реберно непересекающихся цепей, покрывающих граф.
24. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.
25. Плоский и планарный графы. Элементы плоского графа. Свойства плоских (планарных) графов.
26. Формула Эйлера о соотношении между числами вершин, ребер и граней связного плоского графа. Следствия из формулы Эйлера.

27. Гомеоморфизм графов. Критерий планарности Понтрягина–Куратовского.
28. Вершинная раскраска и ее применение.
29. Оценки хроматического числа графа. Теорема Брукса.
30. Оценки хроматического индекса графа. Теорема Визинга.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математический анализ	Кафедра теории функций	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 01.06.2021 г.)
Алгебра и теория чисел	Кафедра высшей алгебры и защиты информации	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 01.06.2021 г.)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ**  
на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математической кибернетики (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.)

Заведующий кафедрой  
доктор физ.-мат. наук, профессор

А.Л. Гладков

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета  
доктор физ.-мат. наук, доцент

С.М. Босяков