

ПРИНЯТИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИГР

К. Д. Кузник, И. В. Большакова

Белорусский государственный университет, г. Минск, Республика Беларусь

Приведена постановка задачи принятия решений на реальных данных в форме статистической игры с конечным числом стратегий лица, принимающего решение и конечным числом состояний природы; разработан рабочий макет определения оптимального плана на основе статистической игры, проверена его работоспособность.

Ключевые слова: принятие решений; стратегии, статистическая игра.

MAKING INVESTMENT DECISIONS BASED ON STATISTICAL GAMES

K. D. Kuznik, I. V. Bolshakova

Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus

The formulation of the decision-making problem on real data is presented in the form of a statistical game with a finite number of strategies of the decision-maker and a finite number of states of nature; a working model for determining the optimal release plan based on a statistical game was developed, its performance was checked.

Keywords: decision making; strategies, statistical game.

Управление производственным процессом осуществляется путем реализации последовательности принимаемых решений. В связи с чем, необходима информация о состоянии объекта управления в условиях его работы. При отсутствии достаточной информации возникает неопределённость в принятии решений. Причины могут быть различны: невозможность получения информации к моменту принятия решения; высокие затраты на получение информации; невозможность устранения неопределенности по причинам объективного характера и другие.

С целью уменьшения неблагоприятных последствий в каждом конкретном случае следует учитывать степень риска и имеющуюся информацию. Здесь лицо, принимающее решение (ЛПР), вступает в игровые отношения с некоторым абстрактным лицом, которое условно можно назвать «природой». Другими словами, ЛПР должно уметь находить управленческое решение, когда природа не выбирает сознательно свои оптимальные стратегии. Иногда располагают некоторыми вероятностными характеристиками состояния природы. Такого рода ситуации принято называть играми с природой, которые представляют

собой основную модель теории принятия решений в условиях частичной неопределенности [1].

Любую хозяйственную деятельность человека можно рассматривать как игру с природой. В широком смысле под «природой» обычно понимают совокупность неопределенных факторов, влияющих на эффективность принимаемых решений. Безразличие природы к результату игры (выигрышу) и возможность получения экономистом (статистиком) или ЛПР дополнительной информации о ее состоянии отличают игру с природой от обычной матричной игры, в которой принимают участие два сознательных игрока.

Задачей экономиста или ЛПР является принятие наилучшего управленческого решения в каждой конкретной ситуации. Качество принимаемого решения зависит от информированности ЛПР о ситуации, в которой принимается решение. В случае неопределенности неквалифицированный экономист отказывается принимать решение или принимает его без достаточного обоснования. Задача грамотного экономиста – умение использовать даже неполную информацию для обоснования принимаемых решений, поскольку хороший экономист знает, что информация – это деньги [2].

Основная задача исследования – с помощью игрового подхода определить, выгодно ли планирующему органу размещать в торговом центре кондитерскую для получения прибыли. Подобные ситуации относятся к задачам теории принятия решений и продолжают серию публикаций по выбранной тематике белорусских экономистов [3, 4]. Одним из основных методов решения такого рода задач является статистическая игра или «игра с природой».

В торговом центре решено открыть кондитерскую по выпечке сдобы в количестве 20 кг (по будним дням) по цене 2 ден.ед. за единицу продукции, 25 кг (по субботам) по цене 4 ден.ед. за единицу продукции и 30 кг (в воскресенье и выходные дни) по цене 6 ден. ед. Владелец помещения располагает площадью для хранения запасов объемом до 20 кг. Расходы по хранению одной единицы товара составляет 1 ден. ед. Расходы по дополнительному изготовлению одной единицы продукции составят 3 ден. ед. Аренда помещения для кондитерской обойдется в 33 ден. ед. в сутки. Используя игровой подход, требуется дать рекомендации по определению оптимального размера запаса сдобы, обеспечивающего владельцу кондитерской наименьшие расходы и наибольший доход. Предполагается, что вероятность спроса по будним дням и в субботу составит: $q_1=q_2=0,3$, а по воскресеньям и в праздничные дни будет равна $q_3=0,4$.

Поставленные задачи решаются на основе применения следующих известных критериев: максиминного критерия Вальда, критерия крайнего оптимизма, критериев Гурвица, Лапласа, Сэвиджа.

Определим чистые стратегии владельца кондитерской (игрока А) следующим образом:

A_1 – выпечено 20 кг сдобы;

A_2 – выпечено 25 кг сдобы;

A_3 – выпечено 30 кг сдобы.

Спрос будет реализован по дням (Природа П):

P_1 – в будний день по 20 кг;

P_2 – в субботний день по 25 кг;

P_3 – в воскресный или праздничный день по 30 кг.

На основе условия составим платежную матрицу (таблица 1), перемножив цену на объём продукции и вычтя из прибыли издержки на хранение.

Таблица 1 – Платежная матрица

Стратегии	P_1	P_2	P_3
A_1	7	52	117
A_2	2	67	132
A_3	–3	62	147

Источник: собственная разработка.

Найдём оптимальные стратегии по нескольким критериям и выберем оптимальное решение для кондитерской.

Критерий Байеса – критерий, у которого принимается та стратегия, в которой средний выигрыш a_i достигает максимального значения:

$$b_i = \max_j (64,5; 73,5; 76,5) = 76,5.$$

В результате можно увидеть, что оптимальным критерием является стратегия A_3 , так как в ней достигается максимальное значение среднего выигрыша.

Критерий азартного игрока. Принимается та стратегия, в которой достигается максимакс:

$$m_i = \max_j \max_i a_{ij} = \max_i (117; 132; 147) = 147.$$

Здесь максимаксное значение достигает стратегия A_3 .

Критерий Вальда. Принимается та стратегия, в которой достигается максимин:

$$w_i = \max_j \min_i a_{ij} = \max_i (7; 2; -3) = 7.$$

Таким образом, максимин достигает стратегия A_1 .

Критерий Сэвиджа. Составим матрицу рисков (таблица 2), рассчитав для неё элементы $r_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$.

Таблица 2 – Матрица рисков

Стратегии	П ₁	П ₂	П ₃	R
A ₁	0	15	30	30
A ₂	5	0	15	15
A ₃	10	5	0	10

Источник: собственная разработка.

$$r_i = \max_j \max_i r_{ij} = \min_i (30; 15; 10) = 10.$$

Как можно заметить, оптимальной стратегией в матрице рисков является стратегия A₃.

Для применения **критерия Гурвица** понадобится из предпочтения ЛПР вероятность между одной второй и единицей: $\lambda = 0,75$.

$$\gamma_i = \max_i (\lambda \min_j a_{ij} + (1 - \lambda) \max_j a_{ij}) = \max_i (34,5; 34,5; 34,5) = 34,5.$$

Следовательно, можно выбрать любую чистую стратегию: A₁, либо A₂, либо A₃.

Для **Критерия Лапласа** оптимальной считается стратегия, обеспечивающая максимум среднего выигрыша.

$$L_i = \max_i \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n a_{ij} \right) = \max_i (58,67; 67; 68,67) = 68,67.$$

Оптимальной стратегией по критерию Лапласа стала стратегия A₃.

Для применения **критерия Ходжа-Лемана** из предпочтения ЛПР понадобится вероятность ближе к единице: $u = 0,9$.

$$HL_i = \max_i \left\{ u \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j + (1 - u) \max_j a_{ij} \right\};$$

$$HL_i = \max_i (58,75; 66,35; 68,55) = 68,55.$$

В последнем критерии, основанном на предыдущих критериях Байеса и Вальда, оптимальной снова стала стратегия A₃.

Результаты всех критериев сведены в таблице 3.

Таблица 3 – Обобщающая таблица критериев

Стратегии	Мини-макс	Максимакс	Вальда	Сэвиджа	Гурвица (0,75)	Лапласа	Х-Л
	b_i	m_i	w_i	r_{ij}	γ_i	L_i	HL
A ₁	64,5	117	7	30	34,5	58,67	58,75
A ₂	73,5	132	2	15	34,5	67	66,35
A ₃	76,5	147	–3	10	34,5	68,67	68,55

Источник: собственная разработка.

Исходя из проведенных исследований по совокупности критериев при условии, что прогноз достоверен, можно рекомендовать владельцу кондитерской по выпечке сдобы **чистую стратегию №3**, т.е. продавать товар в 30 кг по воскресеньям или праздничным дням по цене 6 ден. ед. Прибыль при этом в выходные дни составит 147 ден. ед., а при равновероятных условиях спроса в критерии Лапласа она будет равна 68,67 ден. ед. В остальные дни стоит пересмотреть свои стратегии и увеличить количество произведенной продукции.

Итак, с помощью различных критериев статистической игры найдено оптимальное решение для кондитерской, которое помогает оптимизировать выбор с целью максимизации выигрыша и минимизации риска.

Библиографические ссылки

1. Сборник задач и упражнений по высшей математике. Математическое программирование: Учебное пособие / Под общ. ред. А. В. Кузнецова и Р. А. Рутковского. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. — 448 с.: ил.
2. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – 4-е изд., перераб. и доп. Минск: Вышэйшая школа, 2013. – 352 с.
3. Капусто, А. В. Многокритериальный подход к принятию решений в условиях неопределенности и риска/ А.В. Капусто, Э.В. Лепешо // Тенденции экономического развития в XXI веке : материалы III Междунар. науч. конф., Минск, 1 марта 2021 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол.: А. А. Королёва (гл. ред.) [и др.]. – Минск: БГУ, 2021. – С. 68-71.
4. Лепешо Э. В. Построение математической модели планирования выпуска продукции в виде статистической игры/ Э.В. Лепешо, А.В. Капусто // Основные тенденции экономического развития Республики Беларусь : сборник докладов III Научно-практического круглого стола преподавателей, аспирантов и студентов, Минск, 15 апреля 2021 г. / БГУ, СНИЛ «Рейтинговое агентство» ; [редкол.: Е. Г. Господарик (гл. ред.), Е. Э. Головчанская]. – Минск: БГУ, 2021. – 124 с.: ил. – Библиогр. в тексте. С. 62-66.