

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям
_____ О. Г. Прохоренко

«30» июня 2022 г.

Регистрационный № УД – 10866/уч.

Теория графов

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-97 01 02 Прикладная криптография

**1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям)
направление специальности**

**1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных
систем)**

2022 г.

Учебная программа составлена на основе типовых учебных планов №Р 97-1-001/пр-тип от 23.07.2021, №G 31-1-030/пр-тип от 01.07.2021, учебных планов №Р 97-1-002/уч. от 26.07.2021, №Р 97-1-025/уч.ин от 09.08.2021, №G 31-1-034/уч. от 23.07.2021, №G 31-1-023/уч.ин. от 09.08.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

Ю.Л. Орлович – заведующий кафедрой биомедицинской информатики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.И. Бенедиктович – ведущий научный сотрудник отдела комбинаторных моделей и алгоритмов Института математики Национальной академии наук Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.В. Лапицкая – заведующая кафедрой программного обеспечения информационных систем Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат технических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой биомедицинской информатики
(протокол № 13 от 26.05.2022 г.);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 5 от 27.05.2022 г.)

Заведующий кафедрой



Ю.Л. Орлович

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Теория графов» знакомит студентов с основами этой теории, а также с алгоритмами решения задач на графах. В программу дисциплины включены как классические разделы теории графов, так и прикладные аспекты этой теории (независимость и доминирование в графах, паросочетания, обходы графов, раскраски). Учебная дисциплина также знакомит слушателя с важными открытиями в алгоритмической теории графов. При этом предпочтение при изложении материала отдается наиболее простым для понимания алгоритмам, которые наглядно демонстрируют ту или иную идею. Приводятся примеры прикладных задач, которые могут быть сформулированы и решены в теоретико-графовых терминах.

Цель преподавания учебной дисциплины состоит в ознакомлении студентов с теоретическими основами теории графов и ее алгоритмическими аспектами, формирование у студентов современного математического кругозора, овладение навыками построения и анализа теоретико-графовых моделей прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

1. Ознакомление студентов с основными понятиями и фактами теории графов, и связями между ними.
2. Обучение методам нахождения ключевых структурных и числовых характеристик графов.
3. Ознакомление с методами построения и анализа теоретико-графовых моделей прикладных задач.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина для специальности 1-97 01 02 Прикладная криптография относится **к модулю** «Дискретные структуры и алгоритмы» государственного компонента.

Учебная дисциплина для направления специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем) относится **к модулю** «Дискретная математика и алгоритмы» государственного компонента.

Программа составлена с учётом межпредметных **связей** с учебными дисциплинами.

Для специальности 1-97 01 02 Прикладная криптография основой для изучения учебной дисциплины являются дисциплины «Алгебра», «Аналитическая геометрия» модуля «Геометрия и алгебра». Знания, полученные в учебной дисциплине, используются при изучении дисциплины государственного компонента «Алгоритмы и структуры данных» модуля «Дискретные структуры и алгоритмы».

Для направления специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем) основой для изучения учебной дисциплины являются дисциплины «Алгебра и теория чисел», модуля «Высшая математика», «Дискретная математика и математическая логика» модуля «Дискретная математика и алгоритмы». Знания, полученные в учебной дисциплине, используются при изучении дисциплины государственного компонента «Алгоритмы и структуры данных» модуля «Дискретная математика и алгоритмы».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория графов» должно обеспечить формирование следующей **базовой профессиональной компетенции**:

для специальности 1-97 01 02 Прикладная криптография:

БПК-11. Реализовывать современные структуры данных, строить графовые модели и применять алгоритмы на графах для решения прикладных задач, обосновывать корректность алгоритма и оценивать его асимптотическую сложность.

для направления специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем):

БПК-3 Понимать предмет и объекты дискретной математики и математической логики, использовать основные приемы разработки эффективных алгоритмов и знания об основных структурах данных для решения прикладных задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- базовые понятия и факты теории графов;
- соотношения между ключевыми теоретико-графовыми параметрами;
- структурные свойства специальных классов графов;
- теоретические основы независимости, доминирования и раскрасок;
- проблематику и алгоритмические аспекты паросочетаний;
- прикладные аспекты гамильтоновости графов.

уметь:

- пользоваться основными понятиями и фактами теории графов и устанавливать связи между ними;
- оценивать основные числовые параметры графов;
- выявлять ключевые структурные характеристики графов: связность, двудольность, эйлеровость, планарность;
- оценивать сложность алгоритмического решения базовых теоретико-графовых задач.

владеть:

- базовыми алгоритмами анализа графов;
- навыками построения и анализа теоретико-графовых моделей прикладных задач.

Структура учебной дисциплины

Для специальности 1-97 01 02 «Прикладная криптография» дисциплина изучается в 4-м семестре.

Всего на изучение учебной дисциплины «Теория графов» отведено

– для очной формы получения высшего образования – 102 часа, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 34 часа.

Трудоёмкость учебной дисциплины составляет 3 зачётные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

Для направления специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем) дисциплина изучается в 3-м семестре.

Всего на изучение учебной дисциплины «Теория графов» отведено

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоёмкость учебной дисциплины составляет 3 зачётные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Начальные понятия и определения

Тема 1.1 Определение графа

Определение графа. Некоторые специальные графы. Способы задания графов. Матрицы графа. Абстрактные и помеченные графы. Число помеченных графов. Изоморфизм графов. Подграфы. Степенная последовательность графа. Критерий графичности последовательности.

Тема 1.2. Операции над графами. Метрические инварианты

Локальные и алгебраические операции над графами, n -мерный куб. Метрические характеристики графов: эксцентриситет вершины, радиус и диаметр графа. Центр графа. Алгоритм поиска в ширину.

Тема 1.3. Маршруты в графах

Маршруты, цепи и циклы в графах. Связные графы. Простейшие свойства связных графов. Связь между количеством вершин, ребер и компонент связности графа. Двудольные и k -дольные графы. Критерий Кёнига двудольности графа.

Раздел 2. Деревья

Тема 2.1. Свойства деревьев

Деревья. Эквивалентные определения дерева. Центр дерева. Степенная последовательность дерева. Код Прюфера дерева. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.

Тема 2.2. Остов минимального веса

Матричная теорема Кирхгофа о числе остовов связного графа. Остов минимального веса. Алгоритмы нахождения остова минимального веса.

Раздел 3. Связность

Тема 3.1. Вершинная связность и реберная связность

Вершинная (реберная) связность. Соотношения между числом вершинной связности, числом реберной связности и минимальной степенью графа. Двусвязные графы и их свойства. Блоки и точки сочленения графа. Понятие k -связного графа и k -связной компоненты.

Тема 3.2. Структурные теоремы

Теорема Менгера. Теоремы Уитни и Дирака о структурных свойствах k -связных графов.

Раздел 4. Независимость, покрытия и доминирование

Тема 4.1. Независимые множества и покрытия

Вершинная независимость и вершинные покрытия. Оценки числа независимости. Соотношения между числами независимости и покрытия. Эвристики для задачи о наибольшем независимом множестве. Приближенный алгоритм для задачи о наименьшем вершинном покрытии. Клика.

Тема 4.2. Доминирующие множества

Доминирование в графах. Типы доминирующих множеств. Оценки числа доминирования. Прикладные и алгоритмические аспекты доминирования.

Раздел 5. Паросочетания

Тема 5.1. Свойства паросочетаний

Паросочетания и реберные покрытия. Соотношения между числами паросочетания и реберного покрытия. Совершенные паросочетания. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Холла.

Тема 5.2. Структурные теоремы

Теорема Бержа и метод увеличивающих цепей. Теорема Татта. Алгоритмические аспекты паросочетаний.

Раздел 6. Планарность

Тема 6.1. Свойства плоских и планарных графов

Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Свойства планарных графов. Плоские триангуляции. Верхняя оценка числа ребер планарного графа.

Тема 6.2. Критерии планарности

Критерий планарности Понтрягина – Куратовского. Миноры графов и критерий планарности Вагнера.

Раздел 7. Обходы в графах

Тема 7.1. Эйлеровы графы

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Покрытие графа цепями. Алгоритмические аспекты эйлеровости.

Тема 7.2. Гамильтоновы графы

Гамильтоновы циклы и цепи. Необходимые условия гамильтоновости. Техника графовых замыканий и достаточные условия гамильтоновости:

теоремы Оре, Дирака и Хватала. Прикладные и алгоритмические аспекты гамильтоновости.

Раздел 8. Раскраски

Тема 8.1. Вершинные раскраски

Вершинная раскраска и хроматическое число графа. Алгоритм последовательной раскраски. Оценки хроматического числа. Теорема Брукса.

Тема 8.2. Реберные раскраски

Реберная раскраска и хроматический индекс графа. Теорема Визинга. Прикладные аспекты графовых раскрасок.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

для направления специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем)

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Начальные понятия и определения	6	6					
1.1	Определение графа	2	2					Устный опрос
1.2	Операции над графами. Метрические инварианты	2	2					Устный опрос.
1.3	Маршруты в графах	2	2					Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой
2	Деревья	4	3				1	
2.1	Свойства деревьев	2	2					Устный опрос
2.2	Остов минимального веса	2	1				1	Собеседование
3	Связность	4	4					
3.1	Вершинная связность и	2	2					Контрольная работа 1.

	реберная связность							
3.2	Структурные теоремы	2	2					Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой
4	Независимость, покрытия и доминирование	4	4					
4.1	Независимые множества и покрытия	2	2					Устный опрос
4.2	Доминирующие множества	2	2					Собеседование
5	Паросочетания	4	3				1	
5.1	Свойства паросочетаний	2	2					Контрольная работа 2.
5.2	Структурные теоремы	2	1				1	Дискуссия
6	Планарность	4	4					
6.1	Свойства плоских и планарных графов	2	2					Устный опрос
6.2	Критерии планарности	2	2					Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой
7	Обходы в графах	4	4					
7.1	Эйлеровы графы	2	2					Устный опрос
7.2	Гамильтоновы графы	2	2					Контрольная работа 3.
8	Раскраски	4	2				2	
8.1	Вершинные раскраски	2	1				1	Собеседование
8.2	Реберные раскраски	2	1				1	Собеседование.

								Коллоквиум
	Итого	34	30				4	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

для специальности 1-97 01 02 «Прикладная криптография»

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Начальные понятия и определения	6	6					
1.1	Определение графа	2	2					Устный опрос
1.2	Операции над графами. Метрические инварианты	2	2					Устный опрос.
1.3	Маршруты в графах	2	2					Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой
2	Деревья	4	4					
2.1	Свойства деревьев	2	2					Устный опрос
2.2	Остов минимального веса	2	2					Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой
3	Связность	4	4					
3.1	Вершинная связность и	2	2					Контрольная работа 1.

	реберная связность							
3.2	Структурные теоремы	2	2					Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой
4	Независимость, покрытия и доминирование	4	4					
4.1	Независимые множества и покрытия	2	2					Устный опрос
4.2	Доминирующие множества	2	2					Собеседование
5	Паросочетания	4	4					
5.1	Свойства паросочетаний	2	2					Контрольная работа 2.
5.2	Структурные теоремы	2	2					Дискуссия
6	Планарность	4	4					
6.1	Свойства плоских и планарных графов	2	2					Устный опрос
6.2	Критерии планарности	2	2					Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой
7	Обходы в графах	4	4					
7.1	Эйлеровы графы	2	2					Устный опрос
7.2	Гамильтоновы графы	2	2					Контрольная работа 3.
8	Раскраски	4	4					
8.1	Вершинные раскраски	2	2					Отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой

8.2	Реберные раскраски	2	2					Коллоквиум по разделам 1-8.
	Итого	34	34					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Алексеев, В.Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений : учебник для студ., обуч. по спец. 010200 – Прикладная математика и информатика и по направлению 510200 – Прикладная математика и информатика / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов. - Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий : Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 320 с.
Экземпляры: Всего: 2, из них: КХН-1, СЧЗ-1
2. Емеличев, В.А. Теория графов в задачах и упражнениях / В.А. Емеличев, И.Э. Зверович, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. М.: УРСС, 2013. 416 с.
3. Зыков, А.А. Основы теории графов / А. А. Зыков. - Москва : Вузовская книга, 2004. - 663с. :
Экземпляры: Всего: 1, из них: КХН-1
4. Лекции по теории графов : учеб. пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Емеличев [и др.]. - Изд. стер. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2017. - 383 с.
Экземпляры: Всего: 20, из них: АБУ-19, КХН-1
5. Харари, Ф. (1921-2005). Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В. П. Козырева ; под ред. Г. П. Гаврилова . - Изд. 4-е. - Москва: URSS : Либроком, 2009. - 300 с. :
Экземпляры: Всего: 1, из них: ЗНР-1

Перечень дополнительной литературы

1. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. М.: Мир, 1982. 416 с.
2. Котов, В. М. Алгоритмы и структуры данных: учеб. пособие / В. М. Котов, Е. П. Соболевская, А. А. Толстикова. – Минск: БГУ, 2011. – 267 с. – (Классическое университетское издание).
3. Кристофидес, Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. М.: Мир, 1978. 432 с.
4. Оре, О. Теория графов / О. Оре. М.: Наука, 1980. 336 с.
5. Сборник задач по теории алгоритмов: учеб.-метод. пособие / В. М. Котов [и др.] – Минск : БГУ, 2017. – 183 с.
6. Сборник задач по теории алгоритмов. Структуры данных: учеб.-метод. пособие / С. А. Соболев [и др.] – Минск : БГУ, 2020. – 159 с.
7. Теория алгоритмов: учеб. пособие / П. А. Иржавский [и др.] – Минск: БГУ, 2013. – 159 с.
8. Bondy, J.A. Graph theory / J.A. Bondy, U.S.R. Murty. Berlin: Springer, 2008. 651 p.
9. Chartrand, G. Applied and algorithmic graph theory / G. Chartrand, O.R. Oellermann. McGraw-Hill, 1993. 395 p.

10. West, D.B. Introduction to graph theory / D.B. West. NJ: Prentice Hall, 1996. 512 p.

Электронные ресурсы

1. Котов, В. М. Алгоритмы и структуры данных: учеб. пособие / В. М. Котов, Е. П. Соболевская, А. А. Толстикова. – Минск: БГУ, 2011. – 267 с. – (Классическое университетское издание). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/8522>. – Дата доступа: 02.12.2021.
2. Теория алгоритмов: учеб. пособие / П. А. Иржавский [и др.] – Минск: БГУ, 2013. – 159 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/91612>. – Дата доступа: 02.12.2021.
3. Сборник задач по теории алгоритмов: учеб.-метод. пособие / В. М. Котов [и др.] – Минск : БГУ, 2017. – 183 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/181529>. – Дата доступа: 02.12.2021.
4. Сборник задач по теории алгоритмов. Структуры данных: учеб.-метод. пособие / С. А. Соболев [и др.] – Минск : БГУ, 2020. – 159 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/255033>. – Дата доступа: 02.12.2021

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: собеседование, дискуссия, коллоквиум.
2. Письменная форма: контрольные работы.
3. Устно-письменная форма: отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория графов» для специальности 1-97 01 02 «Прикладная криптография» учебным планом предусмотрен экзамен, для направления специальности 1 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем) – зачет.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в рейтинговую оценку:

- отчет по домашним упражнениям с их устной защитой – 50 %;

- контрольные работы – 30 %;
- коллоквиум – 20 %.

Итоговая оценка по дисциплине для специальности 1-97 01 02 «Прикладная криптография» рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной оценки – 60 %.

Точки контроля по текущей успеваемости формируются из расчета общего количества часов (зачетных единиц), выделенных на изучение дисциплины.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

для направления специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика
(программное обеспечение компьютерных систем)

В качестве заданий для управляемой самостоятельной работы могут быть выданы задания для самостоятельного решения задач по следующим темам:

1. Тема 2.2. Остов минимального веса (1 ч.).

Алгоритмы нахождения остова минимального веса.

Форма контроля – собеседование.

2. Тема 5.2. Структурные теоремы (1 ч.).

Алгоритмические аспекты паросочетаний.

Форма контроля – дискуссия.

3. Тема 8.1. Вершинные раскраски (1 ч.).

Алгоритм последовательной раскраски.

Форма контроля – собеседование.

4. Тема 8.2. Реберные раскраски (1 ч.).

Прикладные аспекты графовых раскрасок.

Форма контроля – собеседование.

Примерная тематика практических занятий

Занятие 1. Графы. Изоморфизм графов. Подграфы.

Занятие 2. Графические последовательности.

Занятие 3. Связные графы.

Занятия 4. Метрические характеристики графов.

Занятие 5. Двудольные графы и теорема Кёнига.

Занятие 6. Деревья и их свойства.

- Занятие 7. Код Прюфера дерева.
Занятие 8. Связность и k -связность. Теоремы Менгера, Уитни и Дирака.
Занятие 9. Независимые множества и оценки числа независимости.
Занятие 10. Доминирование в графах. Оценки числа доминирования.
Занятие 11. Паросочетания и рёберные покрытия.
Занятие 12. Свойства планарных графов. Плоские триангуляции.
Занятие 13. Критерии планарности.
Занятие 14. Обходы в графах. Эйлеровы графы.
Занятие 15. Обходы в графах. Гамильтоновы графы.
Занятие 16. Вершинные раскраски. Оценки хроматического числа.
Занятие 17. Прикладные аспекты графовых раскрасок.

Рекомендуемая тематика контрольных работ и коллоквиума:

- 1) Контрольная работа № 1. «Графы, графические последовательности, метрические характеристики графов. Связность и деревья».
- 2) Контрольная работа № 2. «Независимость, доминирование и паросочетания в графах».
- 3) Контрольная работа № 3. «Эйлеровы и гамильтоновы графы».
- 4) Коллоквиум «Теория графов».

Примерные перечень вопросов к коллоквиуму:

1. Дать определение графа.
2. Сформулировать лемму «о рукопожатиях».
3. Дать определение изоморфизма графов.
4. Дать определение подграфа.
5. Дать определение декартова произведения графов.
6. Сформулировать критерий графичности последовательности.
7. Дать определение связного графа и компоненты связности графа.
8. Дать определение цепи и простой цепи.
9. Как связаны между собой числа вершин, рёбер и компонент связности графа.
10. Дать определение эксцентриситета вершины.

Примерный вариант контрольной работы:

1. Рассмотрим следующие классы графов: (а) A – простые цепи, (б) B – простые циклы, (в) C – полные графы, (г) D – двудольные графы, (д) E – графы, не содержащие порожденного подграфа P_4 . Для каждой пары $\{X, Y\}$ этих классов определите все классы изоморфизма пересечения $X \cap Y$.

2. Существует ли граф со степенной последовательностью $(6^8, 5, 3^5)$? Существует ли двудольный граф с такой степенной последовательностью? Ответы обоснуйте.
3. Докажите, что для диаметра $d(G)$ любого связного графа G порядка n верно неравенство $d(G) \leq n - \Delta(G) + 1$, где $\Delta(G)$ – максимальная степень графа G .
4. Пусть T – дерево порядка $k \geq 1$. Покажите, что произвольный граф G с $\delta(G) \geq k-1$ содержит подграф, изоморфный T .

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются следующие методы:

метод учебной дискуссии, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, презентации лекций, методические указания к лабораторным занятиям, электронные версии домашних заданий, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачёту, задания, тесты, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

На лекционных занятиях по дисциплине «Теория графов» возможно использование элементов проблемного обучения: проблемное изложение некоторых аспектов, поисковая беседа (частично-поисковый метод). На лабораторных занятиях по дисциплине рекомендуется использовать такие приемы преподавания, как сопоставление с новыми фактами, анализ известных фактов, управление исследовательской деятельностью, а также следующие приемы учения: исследование проблемы, самостоятельное

выдвижение гипотезы по решению задачи, соотнесение полученных, результатов с выдвинутым предположением, обобщение по проблеме в целом.

Примерный перечень вопросов к зачету/экзамену

- 1) Определение графа. Простейшие типы графов.
- 2) Степени вершин графа. Лемма «о рукопожатиях». Помеченные графы и изоморфизм графов.
- 3) Способы задания графов. Матрицы графа.
- 4) Подграфы. Операции над графами (локальные операции, алгебраические операции).
- 5) Графическая последовательность. Критерий Гавела – Хакими.
- 6) Алгоритм проверки последовательности на графичность.
- 7) Маршруты, связность, поиск в ширину.
- 8) Связь между числами вершин, ребер и компонент связности графа.
- 9) Метрические инварианты графа (радиус и диаметр) и соотношения между ними.
- 10) Двудольные графы. Критерий Кёнига двудольности графа.
- 11) Деревья. Эквивалентные определения дерева.
- 12) Степенная последовательность дерева.
- 13) Код Прюфера. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.
- 14) Матричная теорема Кирхгофа о числе остовов связного графа.
- 15) Остов минимального веса. Алгоритмы нахождения остова минимального веса.
- 16) Вершинная (реберная) связность. Соотношения между параметрами $\kappa(G)$, $\lambda(G)$ и $\delta(G)$.
- 17) Теоремы Менгера, Уитни и Дирака о структурных свойствах k -связных графов.
- 18) Вершинная независимость и вершинные покрытия. Оценки числа независимости.
- 19) Жадный алгоритм для задачи о наибольшем независимом множестве.
- 20) Соотношения между числами независимости и покрытия.
- 21) Приближенный алгоритм для задачи о наименьшем вершинном покрытии.
- 22) Доминирование в графах. Оценки числа доминирования.
- 23) Жадный алгоритм нахождения наименьшего доминирующего множества.
- 24) Паросочетания и реберные покрытия.
- 25) Соотношения между числами паросочетания и реберного покрытия.
- 26) Паросочетания в двудольных графах. Теорема Холла.
- 27) Теорема Бержа и метод увеличивающих цепей. Теорема Татта.

- 28) Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Свойства планарных графов.
- 29) Плоские триангуляции. Критерии планарности.
- 30) Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм построения эйлерова цикла.
- 31) Гамильтоновы циклы и цепи. Необходимые условия гамильтоновости.
- 32) Техника графовых замыканий и достаточные условия гамильтоновости.
- 33) Вершинная раскраска и хроматическое число графа.
- 34) Алгоритм последовательной раскраски. Оценки хроматического числа.
- 35) Реберная раскраска и хроматический индекс графа. Теорема Визинга.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Алгоритмы и структуры данных	Дискретной математики и алгоритмики	нет	Изменений не требуется (протокол № 13 от 26.05.2022 г.)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
