

ОБЗОР КОМПАРТМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФЕКЦИОННЫХ ЗАБОЛЕВАНИЙ

OVERVIEW OF COMPARTMENT MODELS OF INFECTIOUS DISEASES PREVALENCE DYNAMICS

И. В. Лефанова, Т. В. Смирнова
I. V. Lefanova, T. V. Smirnova

*Белорусский государственный университет, МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ
г. Минск, Республика Беларусь
irina.lefanova@mail.ru*

*Belarusian State University, ISEI BSU
Minsk), Republic of Belarus
irina.lefanova@mail.ru*

Компартментные модели применяются для математического моделирования и последующего вычислительного эксперимента динамики распространения инфекционных заболеваний. Исходная популяция разделяется на изолированные отсеки (компартменты), индивиды перемещаются между отсеками в соответствии с заданными параметрами. Данные модели чаще всего работают с системами обыкновенных дифференциальных уравнений и применяются для прогнозирования распространения инфекционных заболеваний, продолжительности эпидемий, позволяют оценить различные эпидемиологические параметры, а также путем введения необходимых отсеков позволяют предсказать влияние разного рода мер общественного здравоохранения на развитие и исход эпидемий инфекционных заболеваний.

Compartmental models are used for mathematical modeling and subsequent computational experiment of the dynamics of the spread of infectious diseases. The initial population is divided into isolated compartments (compartments), individuals move between the compartments in accordance with the specified parameters. These models most often work with systems of ordinary differential equations and are used to predict the spread of infectious diseases, the duration of epidemics, make it possible to estimate various epidemiological parameters, and, by introducing the necessary compartments, make it possible to predict the impact of various kinds of public health measures on the development and outcome of infectious disease epidemics.

Ключевые слова: компартментные модели, модель SIR, эпидемиология, эпидемия, математическое моделирование.

Key words: compartment models, SIR model, epidemiology, epidemic, mathematical modeling.

<https://doi.org/10.46646/SAKH-2021-2-415-418>

Эпидемиология инфекционных болезней претерпела ряд изменений методологической парадигмы на протяжении своего развития. Эти три парадигмы: (1) эмпирическое исследование, (2) теоретическое моделирование и (3) компьютерное моделирование. Соответственно эпидемиологические методологии, основанные на этих парадигмах можно называть (1) эмпирическая эпидемиология, (2) теоретическая эпидемиология и (3) вычислительная эпидемиология, соответственно.

Вычислительная парадигма в эпидемиологии возникла в связи с бурным развитием информационных систем и технологий, методов машинного обучения и интеллектуального анализа данных. Вычислительные методы нацелены на лучшее описание и понимание реальных процессов передачи болезни, путем моделирования и анализа моделей передачи и количественной оценки потенциальных результатов вмешательства. Основные используемые вычислительные инструменты включают вычислительное моделирование, симуляцию, прогнозирование и оптимизацию, а также анализ и визуализацию данных, чтобы результаты были доступны органам общественного здравоохранения и эпидемиологам. Это еще больше расширило масштабы и возможности эпидемиологии для анализа и прогнозирования динамики передачи заболеваний и последствий вмешательства в конкретную популяцию. Кроме того, органы общественного здравоохранения теперь могут более эффективно проводить анализ сценариев, что облегчает принятие ими стратегических решений.

Основные проблемы, возникающие при использовании вычислительных методов в эпидемиологии в значительной степени связаны с генетической мутацией патогенов, социально-экономическими изменениями в поведении индивидов, условиями окружающей среды, в том числе с сезонностью и погодными условиями.

В динамические процессы вспышек инфекционных заболеваний вовлечен широкий спектр факторов, которые могут включать следующее: (1) патогенные факторы, такие как вирусная генетическая рекомбинация и экспрессия патогенов; (2) факторы «хозяина», такие как иммунитет людей разного возраста; (3) социальные и поведенческие факторы, такие как передвижение или путешествия индивидов; и (4) политические факторы, такие

как меры вмешательства в ход распространения заболеваний. Важно понимать, что данные факторы взаимодействуют друг с другом.

При возникновении угрозы эпидемии инфекционного заболевания осуществление своевременных и эффективных мер вмешательства имеет решающее значение для предотвращения смертности и заболеваемости, а также сокращения социально-экономических потерь. Для этих целей применяются разнообразные вмешательства в ход распространения инфекционного заболевания, такие как: (1) немедленная изоляция / карантин помогают предотвратить массовое распространение инфекционного заболевания, (2) массовое профилактическое использование противовирусных препаратов может снизить уязвимость восприимчивых лиц к инфекционным заболеваниям, (3) социальное дистанцирование (например, перевод учащихся на дистанционное обучение) могут снизить частоту контактов между восприимчивой частью населения и, следовательно, снизить вероятность передачи заболеваний между восприимчивыми и инфицированными индивидами.

Помимо вышеупомянутых мер вмешательства, вакцинация считается одним из наиболее эффективных методов предотвращения инфекционных заболеваний из-за эффекта индуцированного вакциной коллективного иммунитета (т.е. иммунизация определенной части популяции «хозяина» обеспечивает косвенную защиту для невакцинированных лиц). То есть, чтобы предотвратить потенциальную вспышку инфекционного заболевания, охват вакцинацией в популяции «хозяев» должен быть выше критического уровня для возникновения эффекта коллективного иммунитета, известного как порог коллективного иммунитета.

Одним из способов математического моделирования инфекционных заболеваний для дальнейшего применения их в вычислительном эксперименте является использование детерминированных математических моделей. Данные модели построены на системах дифференциальных или разностных уравнений и предполагают, что размеры восприимчивой, инфицированной и выздоровевшей частей популяции «хозяина» являются непрерывными функциями по времени. Чаще всего данный тип моделей применяется для прогнозирования динамики инфекционного заболевания. Компартментный подход в моделировании предполагает разделение всей популяции на взаимоисключающие отсеки – компартменты. Целью моделирования является отслеживание количества индивидов в каждом из отсеков () в любой момент времени t , и мы обозначаем эти числа соответственно $S(t)$, $I(t)$ и $R(t)$.

Базовая компартментная модель (модель «восприимчивые (S – susceptible) – инфицированные (I – infectious) – выздоровевшие (R – recovered)», сокращенно SIR) описывает динамику передачи заболевания в рамках одной эпидемии, в которой не принимаются во внимание коэффициенты рождаемости и смертности населения.

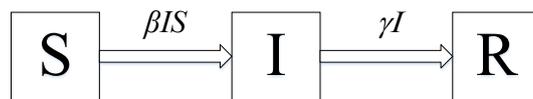


Рис. 1 – Диаграмма передачи для простой модели SIR.

Количество людей в каждом отсеке описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta IS \\ \frac{dI}{dt} &= \beta IS - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{aligned}$$

При этом начальные условия в данной системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$S(0) = S_0 > 0, I(0) = I_0 > 0, R(0) = 0$$

Коэффициент β определяет интенсивность контактов восприимчивых индивидов с инфицированными, а коэффициент γ – интенсивность выздоровления заболевших индивидов.

При использовании данной математической модели для прогнозного моделирования распространения инфекционного заболевания используются следующие допущения:

(1) Передача заболевания возможна только при прямом контакте между инфицированным и восприимчивым индивидом.

(2) Взаимодействие между индивидами из разных отсеков однородно, т.е. соблюдается закон массового действия: количество контактов между индивидами из разных отсеков пропорционально количеству особей в отсеке.

(3) Скорость выхода индивида из отсека пропорциональна численности отсека.

(4) Отсутствует латентный период заболевания, т.е. инфицированные особи способны заражать восприимчивых непосредственно после собственного заражения.

(5) У выздоровевших особей вырабатывается постоянный иммунитет, т.е. переход особи из отсека R в отсек S невозможен.

(6) Суммарная численность популяции постоянна, т.е. не учитывается рождаемость и смертность.

(7) В модели не учитываются возрастные и половые различия

Следует учесть, что модель SIR применима в случае с заболеваниями, после которых сохраняется пожизненный иммунитет.

Одним из важнейших параметров модели SIR является базовое репродуктивное число R_0 (в другой литературе базовый коэффициент репродукции, основное репродуктивное число), которое является безразмерным параметром и определяет среднее число вторичных заражений одним инфицированным индивидом в полностью восприимчивой популяции при отсутствии эпидемиологических мер, направленных на предотвращение возникновения эпидемии.

Базовое репродуктивное число невозможно измерить напрямую, оно вычисляется в зависимости от выбранной модели и способа распространения заболевания.

Для классической модели SIR, базовое репродуктивное число рассчитывается по формуле:

$$R_0 = \beta S_0 \frac{1}{\gamma}$$

Если при отсутствии противоэпидемических мер базовое репродуктивное число $R_0 > 1$, то возникает эпидемия заболевания, причем число заразившихся будет расти экспоненциально.

При необходимости в модель SIR вводятся дополнительные отсеки и направления перемещения между отсеками:

(1) E – exposed – инфицированные при наличии у заболевания инкубационного периода, при котором инфицированный человек не может распространять инфекцию и находящиеся в инкубационном периоде, не распространяя инфекцию.

(2) D – dead – для заболеваний с высокой смертностью умершие от заболевания.

(3) V – vaccinated – вакцинированные восприимчивые индивиды, вакцинированные индивиды сразу перемещаются в отсек R.

(4) Q – quarantined – инфицированные, помещенные в карантин.

Кроме того, путем изменения модели SIR имеется возможность предусмотреть наличие временного иммунитета с последующим возвращением индивида в отсек восприимчивых, а также распространения заболеваний, для которых не вырабатывается иммунитет.

Рассмотрим модификацию базовой компартментной модели SIR при условии вакцинирования от инфекционного заболевания.

Обычно о влиянии вакцинации судят по двум параметрам: (1) насколько эффективно она защищает от заболевания вакцинированных индивидов; и (2) насколько эффективно она может косвенно защитить невакцинированных индивидов. Непрямая защита восприимчивой части популяции получила название «коллективного иммунитета» и относится к доле субъектов с иммунитетом в данной популяции, что может быть связано с естественным выздоровлением от инфекции, иммунизацией, вызванной вакциной, или их комбинацией. По сути, коллективный иммунитет указывает на долю иммунизированных лиц в популяции, которые смогут противостоять распространению заболевания. Из-за коллективного иммунитета нет необходимости вакцинировать всех членов восприимчивой популяции для предотвращения вспышек, поскольку размер восприимчивой популяции уменьшился, а вместе с ним уменьшается и вероятность передачи болезни от инфицированного к восприимчивому.

Порог коллективного иммунитета указывает на критическую часть восприимчивой популяции, которую необходимо вакцинировать / иммунизировать для предотвращения дальнейшей передачи заболевания. В классической модели SIR, которая предполагает, что индивиды имеют однородные и случайные контакты друг с другом, порог коллективного иммунитета, обозначенный θ , для случайной вакцинации (при условии 100% эффективности вакцины), можно записать следующим образом:

$$\theta = 1 - \frac{1}{R_0}$$

Для вновь возникающих антропонозов, а также для мутировавших патогенов степень эффективности вакцины значительно снижается, т.е. вакцинированные индивиды также могут заразиться инфекционным заболеванием, но с меньшей долей вероятности. Для моделирования таких вакцин вводится дополнительный отсек V, куда помещаются вакцинированные индивиды.

Диаграмма передачи для модели SIR с введенным отсеком вакцинированных индивидов имеет следующий вид:

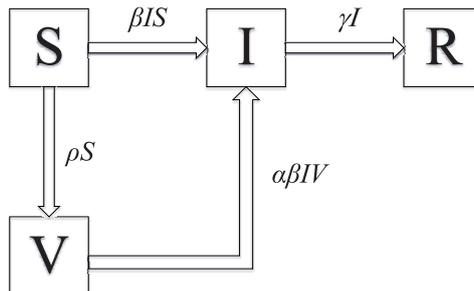


Рис. 2 – Диаграмма передачи для простой модели SIR с отсеком вакцинированных индивидов.

Редуцированная вероятность инфицирования при использовании несовершенной вакцины при этом
 $0 < \alpha \leq 1$

Тогда система обыкновенных дифференциальных уравнений для описания динамики распространения инфекционного заболевания принимает вид

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta IS - \rho S \\ \frac{dV}{dt} &= \rho S - \alpha \beta IV \\ \frac{dI}{dt} &= \beta IS + \alpha \beta IV - I \\ \frac{dR}{dt} &= I\end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Brauer Fred, Castillo-Chavez Carlos, Feng Zhilan *Mathematical Models in Epidemiology* / F. Brauer, C. Castillo-Chavez, Zh. Feng – New York: Springer, 2019. – 625 p.
2. Li, Michael Y *An Introduction to Mathematical Modeling of Infectious Diseases* / M.Y. Li – New York: Springer, 2018. – 163 p.
3. Martcheva, Maia *An Introduction to Mathematical Epidemiology* / M. Martcheva – New York: Springer, 2015. – 462 p.

МЕТОДОЛОГИЯ И ПРИНЦИПЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ METHODOLOGY AND PRINCIPLES OF SYSTEMS ANALYSIS WHEN DESIGNING INFORMATION SYSTEMS

T. В. Смирнова, Н. Б. Борковский
T. Smirnova, N. Borkovsky

*Международный государственный экологический институт имени А.Д. Сахарова
Белорусского государственного университета, г. Минск, Республика Беларусь
smirnova@iseu.by
Belarusian State University, ISEI BSU, Minsk, Republic of Belarus*

Приведены материалы по применению методологии системного подхода и методов системного анализа при проектировании сложных информационных систем, включая экосистемы. Рассмотрены этапы проектирования, основанные на системном подходе, и практическое построение модели на языке объектно-ориентированного моделирования UML в редакторе диаграмм Rational Rose.

The materials on the application of the methodology of the system approach and methods of systems analysis in the design of complex information systems, including ecosystems are presented. The design stages based on the system approach and the practical construction of a model in the object-oriented modeling language UML in the Rational Rose diagram editor are considered.

Ключевые слова: система, системный анализ, системный подход, модель, экспертные методы, принятие решений.

Keywords: system, systems analysis, systems approach, model, expert methods, decision making.

<https://doi.org/10.46646/SAKH-2021-2-418-421>

Прикладная наука на современном этапе имеет дело не просто со сложными проблемами, но лежащими на стыке различных областей знания. Совершенствование вычислительной техники, появление новых направлений в физике, химии, математических дисциплинах способствовало формированию новой методологии исследований – системному анализу, основанному на системном подходе к явлениям.

Системный анализ – междисциплинарная наука, использующая как количественные методы математики, так и качественное описание процессов и явлений, связанных с функционированием сложных систем.