

Белорусский государственный университет



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«27» июня 2022 г.

Регистрационный № УД – 10778/уч.

НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)
направление специальности**

1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность)

2022 г.

Учебная программа составлена на основе типового учебного плана №G 31-1-026/пр.тип. от 30.06.2021 и учебных планов БГУ №G 31-1-030/уч. от 30.06.2021, №G 31-1-022/уч. ин. от 23.07.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

М.М. Васьковский, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент;

С.А. Мазаник, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

О.А. Кастрица, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Бровка Н.В., заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета доктор педагогических наук, профессор;

Вабищевич С.В., заведующий кафедрой информатики и методики преподавания информатики УО «Белорусский государственный педагогический университет им. М.Танка», кандидат педагогических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 27 мая 2022 г.)

Заведующий кафедрой высшей математики
Белорусского государственного университета,
доктор физико-математических наук

М.М. Васьковский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа учебной дисциплины «Несобственные интегралы» разработана в соответствии с учебными планами и образовательным стандартом первой ступени высшего образования по специальности **1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)** направление специальности 1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность).

Учебная дисциплина «Несобственные интегралы» знакомит студентов со способами исследования сходимости рядов и свойств функций, задаваемых как суммы функциональных рядов. Изучаемые методы базируются на использовании предельного перехода, дифференциального и интегрального исчисления.

Изучение этой учебной дисциплины базируется на знаниях, полученных студентами при изучении математического анализа.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Несобственные интегралы» относится к государственному компоненту и входит в **модуль «Математический анализ»** учебного плана специальности 1-31 03 **Прикладная математика (по направлениям)** направление специальности 1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность).

Цели и задачи учебной дисциплины

Основные цели изучения дисциплины «Несобственные интегралы»:

- формирование и развитие практико-ориентированной компетентности, позволяющей использовать полученные знания для решения задач в сфере профессиональной и социальной деятельности;
- формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;
- овладение методами и средствами приобретения новых знаний, используя современные информационные технологии;
- формирование навыков исследовательской и активной профессиональной деятельности, постановки задач, выработки и принятия решений.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Несобственные интегралы»:

- дать студентам базу, необходимую для усвоения материала учебных дисциплин учебного плана специальности;
- сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Дисциплина «Несобственные интегралы» является базой при изучении учебных дисциплин «Числовые и функциональные ряды», «Теория функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики», «Теоретическая механика», «Численные методы», «Численные методы математической физики», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Несобственные интегралы» студентами специальности 1-31 03 **Прикладная математика (по направлениям)** направление специальности 1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность) должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных компетенций**:

БПК-1. Решать математические задачи и строить логические цепочки утверждений.

БПК-2. Применять основы дифференциального и интегрального исчисления, методы математического анализа к решению прикладных задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные методы исследования сходимости несобственных интегралов;
- методы исследования свойств функций, задаваемых как интегралы, зависящие от параметров;
- представление функций интегралами Фурье.

уметь:

- исследовать несобственные интегралы на сходимость;
- находить множество сходимости интегралов, зависящих от параметра;
- изучать свойства функций, определяемых интегралами, зависящими от параметров;
- строить представления функций Интегралами Фурье.

владеть:

- основным аппаратом математического анализа;
- навыками исследования сходимости несобственных интегралов;
- навыками исследования функций, определяемых интегралами, зависящими от параметров, методами математического анализа;
- навыками построения математических моделей естественных процессов.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 семестре.

Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 64 аудиторных часа, из них: лекции – 32 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Несобственные интегралы

Тема 1.1. Несобственный интеграл первого рода

Несобственные интегралы по неограниченному промежутку (НИ-1). Вычисление НИ-1. Сходимость НИ-1. Критерий Коши сходимости НИ-1.

Тема 1.2. Сходимость НИ-1

Критерий сходимости НИ-1 от положительной функции. Признаки сравнения для НИ-1. Степенной признак сходимости НИ-1.

НИ-1 от произвольных функций. Признаки Дирихле и Абеля. Абсолютная сходимость. Главное значение несобственного интеграла первого рода.

Тема 1.3. Несобственный интеграл второго рода

Несобственные интегралы от неограниченной функции (НИ-2). Вычисление НИ-2. Сходимость НИ-2. Критерий Коши сходимости НИ-2. Степенной признак сходимости НИ-2. Абсолютная сходимость НИ-2. Главное значение несобственного интеграла второго рода.

Несобственные интегралы смешанного типа.

Раздел 2. Интегралы, зависящие от параметра

Тема 2.1. Сходимость функции к пределу на множестве.

Предел функции на множестве. Предельная функция. Равномерная сходимость на множестве. Критерий Коши равномерной сходимости. Теорема Дини. Повторный предельный переход. Теорема Стокса-Зейделя о непрерывности предельной функции.

Тема 2.2. Интеграл, зависящий от параметра

Функция, определяемая как интеграл, зависящий от параметра (ИЗОП). Переход к пределу в ИЗОП. Непрерывность ИЗОП, Дифференцирование ИЗОП. Интегрирование ИЗОП. ИЗОП с переменными пределами интегрирования.

Раздел 3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра

Тема 3.1. Несобственный интеграл первого рода, зависящий от параметра (НИЗОП-1).

Множество сходимости. Равномерная сходимость НИЗОП-1. Критерий Коши равномерной сходимости НИЗОП-1. Признаки равномерной сходимости НИЗОП-1: признак Вейерштрасса, степенной признак, признак Дирихле, признак Абеля.

Тема 3.2. Функция, определяемая как НИЗОП-1

Предельный переход в НИЗОП-1. Непрерывность НИЗОП-1. Дифференцирование НИЗОП-1. Интегрирование НИЗОП-1.

Тема 3.3. Несобственный интеграл второго рода, зависящий от параметра (НИЗОП-2).

Определение НИЗОП-2. Сходимость и равномерная сходимость НИЗОП-2. Признаки равномерной сходимости НИЗОП-2. Свойства функции, определяемой как НИЗОП-2: предельный переход, непрерывность, дифференцирование, интегрирование.

Несобственные интегралы смешанного типа, зависящие от параметра.

Раздел 4. Именные интегралы

Тема 4.1. В-функция и Г-функция Эйлера

Интеграл Эйлера. В-функция Эйлера. Г-функция Эйлера. Основные свойства функций Эйлера.

Тема 4.2. Именные интегралы

Интеграл Эйлера – Пуассона. Интеграл Дирихле. Другие именные интегралы.

Тема 4.3. Интеграл Фурье

Интеграл Фурье для заданной функции. Сходимость интеграла Фурье. Представление функции интегралом Фурье. Интегралы Фурье четной и нечетной функций.

Интегральное преобразование Фурье. Дискретное преобразование Фурье.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия		
	Раздел 1. Несобственные интегралы				
1.1	Несобственный интеграл первого рода	2	2		Отчеты по практическим заданиям
1.2	Сходимость НИ-1	4	4		Отчеты по практическим заданиям
1.3	Несобственный интеграл второго рода	2	2		Отчеты по практическим заданиям.
	Раздел 2. Интегралы, зависящие от параметра				
2.1	Сходимость функции к пределу на множестве.	2	2		Собеседование. Отчеты по практическим заданиям

2.1	Интеграл, зависящий от параметра	2	2		Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №1
Раздел 3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра					
3.1	Несобственный интеграл первого рода, зависящий от параметра (НИЗОП-1).	4	4		Отчеты по практическим заданиям. Коллоквиум
3.2	Функция, определяемая как НИЗОП-1	2	4		Отчеты по практическим заданиям
3.3	Несобственный интеграл второго рода, зависящий от параметра (НИЗОП-2).	2	2		Отчеты по практическим заданиям. Собеседование.
Раздел 4. Именные интегралы					
4.1	B-функция и Г-функция Эйлера	4	4		Отчеты по практическим заданиям.
4.2	Именные интегралы	4	2	2	Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа №2

4.3	Интеграл Фурье	4	2		Отчеты по практическим заданиям. Собеседование
-----	----------------	---	---	--	---

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Богданов Ю.С. Лекции по математическому анализу. Ч. 2, Мн. – 1978 г.
2. Богданов Ю.С., Кастрица О.А., Сыроид Ю.Б. Математический анализ. М.– 2003.г.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. В 2 ч. М.– 1985, 1987 гг.
4. Кастрица О. А. Ряды и несобственные интегралы: учеб. пособие / О. А. Кастрица, С.А. Мазаник, А.Ф. Наумович, Н. Ф Наумович – Минск: Вышэйш. шк., 2015 г.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1,2,3. М. – 1989 г.
6. Леваков А.А. Математический анализ. Мн. – 2015 г.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М. 1990 г.

Перечень дополнительной литературы

1. Богданов Ю.С., Кастрица О.А. Начала анализа в задачах и упражнениях. Мн. – 1988 г.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Т.1,2. М. – 1981, 1984 гг.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М. – 1982 г.
4. Кастрица О.А., Мазаник С.А. Математический анализ. Краткий курс. – Мн. 2017 г.
5. Тер–Киркоров А.М., Шабунин М.А., Курс математического анализа. М. – 1988 г.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1–3. М. – 1969, 1970 гг.
10. Электронный учебно-методический комплекс «Высшая математика». Государственный регистр информационных ресурсов. Регистрационное свидетельство №1271101243 от 29 апреля 2011 г. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/8436> – Дата доступа: 03.05.2018.
7. Воднев В.Т., Наумович А.Ф., Наумович Н.Ф. Основные математические формулы. Мн. – 1988 г.

Перечень используемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Итоговая оценка формируется на основе:

Постановления Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»;

Положения о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020);

Критериев оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы используются оценочные средства, включающие следующие формы:

Устные формы:

– собеседование.

Письменные формы:

– коллоквиум;

– контрольная работа;

– отчеты по практическим заданиям.

Устно-письменные формы:

– зачет по учебной дисциплине.

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Несобственные интегралы» предусматривается изложение теории с включением проблемного подхода к изучению отдельных тем. Обращается внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Формой итоговой аттестации по дисциплине «Несобственные интегралы» учебным планом предусмотрен зачет.

При формировании итоговой оценки учитываются результаты работы студента в процессе изучения материала учебной дисциплины, а именно:

- работа в аудитории на практических занятиях;
- отчеты по практическим заданиям;
- оценки за выполнение всех контрольных;
- результаты собеседования.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 4.2. Именные интегралы (2 ч.)

Решение задач из учебного пособия: Кастрица О. А. Ряды и несобственные интегралы: учеб. пособие / О. А. Кастрица, С.А. Мазаник, А.Ф. Наумович, Н. Ф Наумович – Минск: Вышэйш. шк., 2015 г. Глава 6.

Форма контроля - отчет о выполнении практических заданий.

Описание инновационных подходов и методов преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать перечисленные ниже методы.

Метод учебной дискуссии, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Метод группового обучения, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения возможности самостоятельной работы при изучении теории и выполнении практических заданий рекомендуется использовать изданные учебные пособия и методические разработки кафедры, большая часть которых размещена в электронной библиотеке университета.

Для самоконтроля усвоения учебного материала рекомендуется использовать разработанные кафедрой тесты, размещенные в системе “E-University”.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Методы оптимизации	Кафедра методов оптимального управления	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Теоретическая механика	Кафедра методов оптимального управления	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Функциональный анализ и интегральные уравнения	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Уравнения математической физики	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Численные методы	Кафедра вычислительной математики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Численные методы математической физики	Кафедра вычислительной математики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24 мая 2022 г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на ____ / ____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики (протокол № ____ от ____)

Заведующий кафедрой
докт. физ.-мат. наук,
(ученая степень, звание)

(подпись)

М.М. Васьковский
(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декана ФПМИ
докт. техн. наук,
(ученая степень, звание)

(подпись)

А.М. Недзведь
(И.О. Фамилия)