

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Кафедра вычислительной математики

Аннотация к дипломной работе

**Способы практического контроля погрешности численных методов
решения задачи Коши**

Хмара Вадим Олегович

Научный руководитель – кандидат физико-математических наук, доцент
В.И. Репников

Минск 2022

РЕФЕРАТ

Дипломная работа, 43 страницы, 23 рисунка, 18 таблиц, 5 источников.

Ключевые слова: ЗАДАЧА КОШИ, МЕТОД РУНГЕ-КУТТЫ, УСЛОВИЯ ПОРЯДКА.

Объект исследования — метод Рунге-Кутты.

Цель работы — построить несколько методов Рунге-Кутты, отличающихся по свойствам явности, порядка точности и симметричности, сравнить их на задачах по качеству, скорости вычислений, а также по способности сохранять инварианты.

Методы исследования — методы численного анализа, методы линейной алгебры.

Результаты работы — построенные методы Рунге-Кутты и их анализ на задачах.

Область применения — медицина, астрономия и другие.

РЭФЕРАТ

Дыпломная праца, 43 старонкі, 23 малюнкi, 18 табліц, 5 крыніц.

Ключавыя словы: ЗАДАЧА КАШЫ, МЕТАД РУНГЕ-КУТТЫ, УМОВЫ ПАРАДКУ.

Аб'ект даследавання — метада Рунге-Кутты.

Мэта дыпломнай працы — пабудаваць некалькі метадаў Рунге-Кутты, якія адрозніваюцца па ўласцівасцях відавочнасці, парадку дакладнасці і сіметрычнасці, параўнаць іх на задачах па якасці, хуткасці вылічэнняў, а таксама па здольнасці захоўваць інварыянты.

Метады даследавання — метады колькаснага аналізу, метады лінейнай алгебры.

Вынікі даследавання — пабудаваныя метады Рунге-Кутты і іх аналіз на задачах.

Вобласць ужывання — медыцына, астраномія і іншыя.

ABSTRACT

Diploma thesis, 43 pages, 23 figures, 18 tables, 5 sources.

Keywords: CAUCHY PROBLEM, RUNGE-KUTTA METHOD, ORDER CONDITIONS.

Object of study — Runge-Kutta method.

Purpose of the work — construct multiple Runge-Kutta methods that differ by explicit property, the order of accuracy and symmetry, compare them on tasks by the quality and speed of calculation and also by ability to keep invariants.

Research methods — numerical methods, linear algebra methods.

Results of the work — constructed Runge-Kutta methods and their analysis on tasks.

Scope of application — medicine, astronomy and others.

ВВЕДЕНИЕ

Существует множество алгоритмов для аналитического решения дифференциальных уравнений того или иного вида. Однако в реальности дифференциальные уравнения либо не попадают под категорию аналитически решаемых, либо они являются слишком громоздкими для записи точного решения. Поэтому чаще всего применяются методы численного решения. Методы бывают одношаговые и многошаговые. Они отличаются тем, что первые на каждом шаге используют значение только в одном узле, а вторые – значения в нескольких узлах. С помощью численных методов находится решения с некоторой погрешностью, которая не должна превышать некую заранее заданную величину. Необходимо следить, чтобы на каждом шаге погрешность не превышала определенную величину. Для этого есть два основных подхода: правило Рунге и вложенные методы.

Однако существуют и другие подходы. Это связано с сохранением так называемых инвариантов – некоторых функционалов, которые остаются постоянными на решении данной задачи. Сохранение инвариантов, безусловно, зависит как от выбранного численного метода, так и от решаемой задачи. Тем не менее, одни методы сохраняют инварианты у конкретной задачи, а другие – нет. Например, полная механическая энергия может являться инвариантом для заданной задачи. Но при использовании численного метода она может не сохраняться на приближённом решении. В таком случае можно либо модифицировать решение на каждом шаге, чтобы инвариант сохранялся, либо строить другой метод, направленный на сохранение этого самого инварианта (или инвариантов, если их несколько).

Также есть ещё одна проблема. Решение может лежать в некотором ограниченном множестве или вовсе быть периодическим. И в таком случае ожидается, что метод будет давать достаточно точную аппроксимацию на дальней дистанции. Однако не всегда метод вычисляет достаточно точно, более того, в некоторых случаях приближённое решение может и вовсе становиться «очень большим», выходя за пределы того множества, в котором есть точное решение.

В данной работе будут предприняты попытки построения вложенных методов Рунге-Кутты с небольшим количеством стадий, но достаточно большой точности.

Список использованных источников

1. Численные методы решения жестких систем (лекционный курс) / В. И. Репников. — Минск: БГУ, 2019. — 110 с.
2. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г.— М.: Мир, 1990. — 512 с.
3. Методы вычислений / Б. В. Фалейчик. — Минск: БГУ, 2020. — 260 с.
4. Ernst Hairer, Christian Lubich, Gerhard Wanner. Geometric Numerical Integration: Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations. Berlin; New York: Springer, 2002.
5. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи / Хайрер Э., Ваннер Г.— М.: Мир, 1999. — 685 с.