

имеет вид: $\Phi(z) = \Psi^{-1}(z, cz^{-N})$, где c — произвольная постоянная, функция $\Psi^{-1}(z, \omega)$ является обратной к функции $\Psi(z, \xi)$ по переменной ξ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Cowen C.— Trans. Amer. Soc., 1981, v. 265, № 1, p. 69.
2. Песчанский А. И., Шевчик В. В.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1982, № 15, с. 39.
3. Шевчик В. В.— Докл. АН СССР, 1981, т. 256, № 1, с. 51.
4. Митюшев В. В.— Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук, 1983, № 5, с. 131.
5. K u s z n a M.— Warszawa, 1968.

Поступила в редакцию
06.04.84.

УДК 539.3 : 534.1

Ю. В. ВАСИЛЕВИЧ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ВОЛНАХ ЗА ПЛИТОЙ ПРИ ПАДЕНИИ НА НЕЕ ПРОДОЛЬНОЙ ВОЛНЫ

В работе [1] исследованы колебания однослойного ограждения в твердой изотропной среде. В качестве расчетной модели рассмотрена вертикальная неограниченная по протяженности тонкая плита, подверженная воздействию продольной волны.

Настоящая работа посвящена анализу энергии в прошедшей через плиту продольной и трансформированной поперечной волнах.

При падении из левого полупространства (постановку задачи и встречающиеся здесь обозначения см. в [1]) на тонкую вертикальную плиту толщины h продольной волны $\varphi_1 \exp[-i(\alpha(z+h) + \xi y - \omega t) - 0,5\eta_1(\alpha(z+h) + \xi y)]$ в среде за плитой образуются продольная $\varphi = \varphi_2 \exp[-(\alpha z + \xi y - \omega t) - 0,5\eta_1(\alpha z + \xi y)]$ и поперечная $\psi = \psi_2 \exp[-i(\beta z + \xi y - \omega t) - 0,5\eta_2(\beta z + \xi y)]$ волны. Здесь η_1 и η_2 — коэффициенты потерь продольной и поперечной волн.

Плотность упругой энергии в волне складывается из плотностей кинетической и потенциальной энергий. Эти плотности соответственно равны

$$E_k(y, z, t) = \frac{\rho}{2} \left[\left(\frac{\partial v(y, z, t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega(y, z, t)}{\partial t} \right)^2 \right], \quad E_n(y, z, t) = \Phi(y, z, t),$$

где $\Phi(y, z, t) = 0,5(\sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{yz} \gamma_{yz})$ — упругий потенциал; $v = \partial \varphi / \partial y - \partial \psi / \partial z$, $\omega = \partial \varphi / \partial z + \partial \psi / \partial y$. Зависимости между компонентами напряжений σ_y , σ_z , τ_{yz} и деформаций ϵ_y , ϵ_z , γ_{yz} определяются уравнениями закона Гука для изотропной среды.

На основании приведенных формул суммарную плотность энергии определим выражением

$$E(y, z, t) = \frac{\rho}{2} \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 + 2(c_1^2 - 2c_2^2) \frac{\partial \omega}{\partial z} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \right. \\ \left. + c_1^2 \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + c_2^2 \left[\frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right]^2 \right\}. \quad (1)$$

Воспользовавшись выражениями φ_2 , ψ_2 [1] с учетом поперечного колебания ω_n плиты и продольного смещения v_0 ее срединной плоскости, определим горизонтальную ω и вертикальную v компоненты смещения произвольной точки за плитой. Отделив в формулах для ω и v вещественные части, подставим их в (1). Усредняя затем полученное выражение по времени за период и пренебрегая членами, содержащими η_1^2 и η_2^2 среднюю по времени плотность энергии в прошедшей продольной и трансформированной поперечной волнах, отнесенную к средней по времени плотности энергии $E = 0,5\varphi_1^2 \rho \omega^4 c_1^{-2} \exp[-\eta_1(\alpha z + \xi y)]$ в падающей продольной волне, запишем в виде

$$\tau_{\theta} = \tau_{\theta 1} + \tau_{\theta 2},$$

где

$$\tau_{\theta 1} = 0,25 \sin^2 2\theta l_3^{-1} t_2^{-2} l_5^{-1} \{l_3(1 + 0,25n_1^2 \cos^2 \theta)(t_1^2 + 4t_0^2) + 4l_8^2 l_5 - 4l_8[2l_8(l_7 + 0,5n_1 \cos \theta l_8) - l_4(l_6 - 0,5n_1 l_7 \cos \theta)]\} \exp[-z(\eta_2 \beta - \eta_1 \alpha)] \quad (2)$$

— часть энергии в падающей волне, перенесенная трансформированной поперечной волной;

$$\tau_{\theta 2} = l_3^{-1} t_2^{-2} l_5^{-1} \cos^2 \theta \{4l_3[1 - l_9(1 - 0,25n_1^2 \sin^2 \theta)]^2 + 4l_9[l_5 l_9 + 2l_8(2t_0(t_0 l_2 - t_1 l_1) - 0,5t_1^2 l_2) - l_4(2t_0(t_0 l_1 + t_1 l_2) - 0,5t_1^2 l_1)]\} \quad (3)$$

— часть энергии, перенесенная прошедшей продольной волной;

$$l_3 = l_4^2 + 4l_8^2, \quad l_4 = t_3(1 - d), \quad l_5 = l_1^2 + l_2^2, \quad l_6 = 2t_0 l_1 + t_1 l_2,$$

$$l_7 = 2t_0 l_2 - t_1 l_1, \quad l_8 = n_2 \cos \theta, \quad l_9 = n_2^2 \sin^2 \theta, \quad n_2 = c_2/c_1,$$

c_1, c_2 — скорости распространения продольных и поперечных волн.

Величину τ_{θ} назовем коэффициентом вибропроницаемости (вибропередачи) ограждения при падении плоской волны под углом θ .

Поскольку показатель экспоненты в (2) всегда отрицательная величина, то при $z \gg z_0 = \omega^{-1}(\eta_2 t_0 c_2^{-1} - \eta_1 c_1^{-1} \cos \theta)$ величиной $\tau_{\theta 1}$ можно пренебречь по сравнению с $\tau_{\theta 2}$. В дальнейшем положим $\tau_{\theta} = \tau_{\theta 2}$ и исследуем (3). При $c_n \gg c_1$.

$$\tau_{\theta} = t_2^{-2} l_5^{-1} [2 \cos \theta (1 - l_9(1 - 0,25n_1^2 \sin^2 \theta))]^2, \quad (4)$$

где c_n — скорость продольной волны в плите.

Для низких частот, когда $n_1 = h\omega/c_1 \ll 1$,

$$\tau_{\theta} = 4t_0^4 \cos^2 \theta / t_2^2 [t_3^2 (\nu - 1)^2 + 4t_0^2], \quad (5)$$

где ω — круговая частота колебаний.

Если плотность упругой среды мало отличается от плотности материала плиты, то первым слагаемым знаменателя (5) можно пренебречь по сравнению со вторым, поэтому

$$\tau_{\theta} = t_0^2 \cos^2 \theta (t_0 \cos \theta + n_2 \sin^2 \theta)^{-2}, \quad (6)$$

т. е. вибропроницаемость плиты не зависит от частоты колебаний. Учитывая, что статистически усредненное значение вибропроницаемости τ при всех возможных углах падения волны

$$\tau = \int_0^{\pi/2} \tau_{\theta} \sin 2\theta d\theta$$

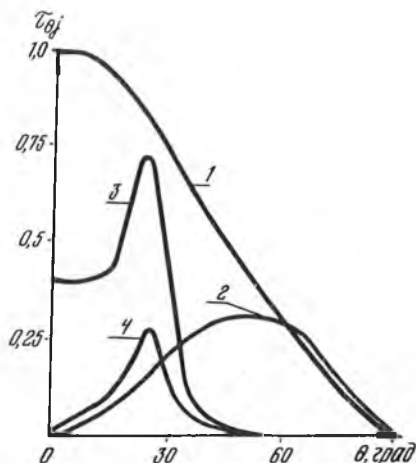
в области действия закона массы близко к его значению при $\theta = 56^\circ$ [2], на основании (6) получим формулу виброизоляции плитой:

$$R = -10 \lg \tau = 20 \lg (1 + 1,23n_2).$$

При $n_1 > 1$ наибольшая передача колебаний происходит в окрестности угла совпадения (см. рисунок, кривые 3, 4). При явлении совпадения след падающей волны равен длине волны изгиба в плите, а распределение нагрузки вдоль плиты в падающей волне соответствует распределению смещений при собственных колебаниях плиты той же частоты, что и приводит к интенсивному росту колебаний.

Ограничиваясь при интегрировании (4) областью угла совпадения [2] для $\omega > 2\omega_{\text{гр}}$, имеем $\tau \approx \pi \omega_{\text{гр}} c_1 / m_n \omega^2$, где $\omega_{\text{гр}} = c_1^2 (m_n / D)^{0,5}$; $m_n = \rho_n h$ — масса единицы площади, а D — цилиндрическая жесткость плиты; ρ_n и ρ — плотности материалов плиты и упругой среды. Отсюда легко получить формулу виброизоляции:

$$R = 10 \lg (m_n \omega / \rho c_1) + 10 \lg (\omega / \omega_{\text{гр}}) - 5.$$



Вибропроницаемость $\tau_{\theta j}$ ($j=1,2$) плиты при параметрах $n_2=0,5$; $\rho_n/\rho=1,25$; $c_n/c_1=10$:
1, 2 — $n_1=0,1$; 3, 4 — $n_1=2$

с удалением от плиты энергия в поперечной волне затухает быстрее, чем в продольной. На определенном расстоянии от плиты ($z \gg z_0$) энергией поперечной волны можно пренебречь и в исследуемом волновом процессе принимать во внимание только продольную волну.

На рисунке приведена зависимость вибропроницаемости $\tau_{\theta j}$ плиты от угла падения продольной волны. Кривые 2, 4 соответствуют $\tau_{\theta 1}$ на правой границе плиты ($z=0$), а 1, 3 — $\tau_{\theta 2}$ в произвольной точке упругой среды за плитой. Из приведенных графиков видно, что вибропроницаемость плиты существенно зависит от угла падения волны. Для низких частот и при $\theta \rightarrow \pi/2$ значения энергии волн на правой границе плиты сопоставимы друг с другом. С ростом частоты наибольшая передача энергии наблюдается вблизи угла совпадения ($\theta \approx 24^\circ$); преобладающей энергией в этом случае является энергия в продольной волне.

Таким образом, исследование энергии в прошедшей через плиту продольной и трансформированной поперечной волнах показывает, что

ЛИТЕРАТУРА

1. Василевич Ю. В., Заборов В. И., Лесников В. И., Чернобай И. А. — Докл. АН БССР, 1983, т. 27, № 4, с. 329.
2. Заборов В. И. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций. — М., 1969, с. 185.

Поступила в редакцию
26.06.84.

УДК 620.178.53 : 534.647

И. А. ЧЕРНОБАЙ, Н. В. БЫЧКОВ, А. И. ШАТКОВСКИЙ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВИБРАЦИЙ ОБДЕЛКИ ТОННЕЛЯ МЕТРОПОЛИТЕНА

Для успешной борьбы с вибрациями фундаментов зданий и сооружений, наиболее близко расположенных к линии метрополитена мелкого заложения, необходимо знать уровень и характер вибраций тоннелей от динамического воздействия подвижного состава метрополитена. В общем случае уровень вибраций между рельсами в лотке тоннеля известен [1], однако характер распределения вибраций по обделке тоннеля и форма колебаний обделки не исследовались.

Электропоезд метрополитена является нестационарным источником и при своем движении вызывает случайные нестационарные вибрации обделки тоннеля, одновременные измерения и анализ которых в различных точках обделки затруднительны. Поэтому экспериментальные исследования проводились путем имитации воздействия движущихся электропоездов метрополитена стационарными источниками непрерывных колебаний, в качестве которых применялись маломощные (до 0,5 кВт) промышленные вибраторы типа ИВ на возбуждаемые частоты 25 и 50 Гц, при этом исследовались также вибрации, вызываемые движущимся составом метрополитена.

Проведение экспериментальных исследований в диапазоне частот, пе-