УДК 681.306

Б. А. МОРОЗОВ, Г. И. ШПАКОВСКИЙ

О ПРЕДЕЛЬНОМ БЫСТРОДЕЙСТВИИ СЕТЕЙ СВЯЗИ С КОММУТАЦИЕЙ СООБЩЕНИЙ В МУЛЬТИПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ

При разработке мультипроцессорных систем решающее влияние на быстродействие оказывает выбор коммутационной сети, соединяющей процессоры между собой. В связи с этим представляет интерес получение теоретической оценки предельного быстродействия коммутационных сетей, собранных из однотипных ячеек.

Будем считать, что время распространения сигнала от ячейки к ячейке одинаково для всех ячеек. Тогда можно полагать, что время передачи сообщения пропорционально числу ячеек, через которые проходит сообщение.

Пусть в сети N ячеек и каждая ячейка имеет не более W входов и W выходов. Тогда любая коммутационная сеть может быть представлена ориентированным графом с полустепенями исхода и захода каждой вершины не более W.

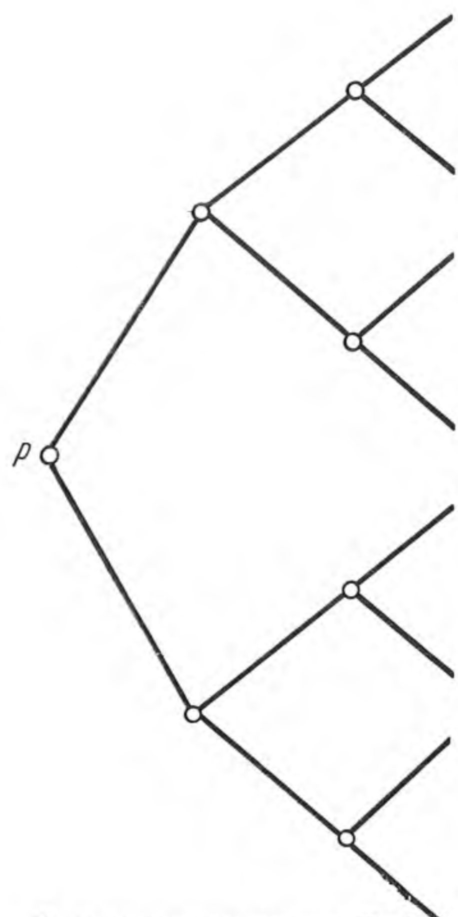
Докажем следующую теорему.

Теорема. Среднее время $T_{\text{ср}}$ передачи сообщения в сети с N ячейками и W входами и W выходами в каждой ячейке не может быть меньше

$$T_{\text{ср}} \geqslant T_{\text{п}} \frac{\dfrac{W^{D+1}(DW-D-1)+W}{(W-1)^2}+(D+1)\cdot\left(N-\dfrac{W^{D+1}-1}{W-1}\right)}{N-1}, \qquad (1)$$

где $D=[\log_W(NW-N+1)]-1$; $[(X)]$ — целая часть X, $T_{\text{я}}$ — время передачи между соседними ячейками.

Доказательство. Рассмотрим произвольную вершину графа. На расстоянии 1 от выбранной вершины находится не более W вершин, на расстоянии 2 не более $W \cdot W$ и т. д. (см. рисунок). Под расстоянием между вершинами здесь и в дальнейшем понимается кратчайшее расстояние.



К доказательству теоремы. $W=2$

Таким образом, на расстоянии не большем k могут находиться не более $S(k)=1+W^1+W^2+ +W^3+\ldots W^k$ вершин. Однако $S(k)$ есть сумма членов геометрической прогрессии.

$$S(k)=\frac{W^{k+1}-1}{W-1}. \qquad (2)$$

Подсчитаем теперь среднее расстояние L от выбранной вершины до всех остальных. Найдем число D такое, что $S(D)\leqslant N$, а $S(D+1)>N$.

Тогда на расстоянии $\leqslant D$ находится не более $S(D)$ вершин, а на расстоянии $D+1$ не менее $N-S(D)$ вершин.

Из условия $S(D)\leqslant N$ следует:

$$\frac{W^{D+1}-1}{W-1}\leqslant N,$$

$$D+1\leqslant\log_W(NW-N+1). \qquad (3)$$

Так как D должно быть наибольшим целым числом, удовлетворяющим (3), то

$$D=[\log_W(NW-N+1)]-1. \qquad (4)$$

Теперь, зная, что на расстоянии $k\leqslant D$ находятся не более W^k вершин, легко подсчитать среднее расстояние от одной вершины до всех остальных (см. таблицу):

Средние расстояния между вершинами для сетей различных типов

Тип сети	W \ N	16	64	256
Омега сети	2	4	6	8
	4	2	3	4
Куб	2	4,26	16,25	64,30
	4	2,13	4,06	8,03
Одноярусная сеть	2	2,73	4,49	6,40
	4	1,75	2,63	3,60
Предел по формуле	2	2,53	4,19	6,06
	4	1,73	2,62	3,58

$$L_{\text{ср}}=\frac{1\cdot W^1+2W^2+\ldots+DW^D+(D+1)(N-S(D))}{N-1}. \qquad (5)$$

Для получения нижней границы среднего расстояния по всему графу следует (5) просуммировать по всем N вершинам и разделить на N.

Поскольку полученное выражение для $L_{\text{ср}}$ не зависит от выбранной вершины, то преобразование сводится к умножению и делению на N, что не изменяет выражения для $L_{\text{ср}}$.

Путем дифференцирования по x обеих частей тождества

$$\sum_{k=0}^{k=D}x^k=\frac{x^{D+1}-1}{x-1}$$

можно показать, что справедливо следующее тождество:

$$\sum_{k=1}^{k=D}kx^k=\frac{x^{D+1}\cdot(Dx-D-1)+x}{(x-1)^2}. \qquad (6)$$

Подставив в (5), (4), (2) и (6) и умножив $L_{\text{ср}}$ на $T_{\text{я}}$, получим формулу (1).

Выражение 1 дает предел для среднего времени прохождения сообщения по сети без учета конфликтов.

Результаты работы позволяют сделать следующие выводы.

Формула для оценки среднего времени прохождения сообщения по сети может быть использована для оценки предельного значения параметров реальных сетей.

Исходя из требуемого быстродействия и числа процессоров в сети может быть получено минимальное число связей каждого коммутационного элемента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lawrie D. H.— IEEE Transactions on Computers, 1975, v. c-24, № 12, p. 1145.
2. Шпаковский Г. И., Кац Б. А. Одноярусная коммутационная сеть для параллельных ЭВМ с одиночным потоком команд.— Рукопись деп. в ВИНИТИ. № 359-81. Деп. от 28.01.81.
3. Шпаковский Г. И., Кац Б. А. Анализ некоторых систем коммутации параллельных ЭВМ с одиночным потоком команд.— Рукопись деп. в ВИНИТИ. № 3513-80. Деп. от 07.08.80.

Поступила в редакцию
22.06.84.

УДК 621.383.292

С. С. ВЕТОХИН

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЧЕТЧИКА ФОТОНОВ С МОДУЛЯТОРОМ

Проблема отношения сигнал/шум (ρ) в счетчике фотонов решена относительно измеренного количества импульсов (N) на выходе фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) [1, 2]. Однако принципиальная постановка задачи должна касаться оценки числа фотонов (M), попадающих на регистрирующий ФЭУ. Вместе с тем амплитудная дискриминация [3], обязательная в счетчиках фотонов, и модуляция светового потока считались [2] не вносящими искажений в статистику отсчетов, что было лишь удобным рабочим приближением. В этой связи выполнен статистический анализ регистрирующего канала счетчика фотонов с учетом указанных факторов.

Структурная схема типового счетчика фотонов включает в себя проекционную оптику, направляющую измеряемое излучение на катод ФЭУ. При этом световой луч может быть ослаблен нейтральными или селективными фильтрами и промодулирован механическим или электрооптическим модулятором с целью дальнейшего осуществления синхронного детектирования [4]. Получаемые на выходе ФЭУ импульсы после усиления и формирования поступают для отбора на интегральный или дифференциальный дискриминатор, настроенный для оптимального срабатывания по одноэлектронным импульсам. Отобранные импульсы регистрируются импульсным счетчиком, который при синхронном детектировании выполняется реверсивным с управлением от датчика состояния модулятора.

Очевидно, что световой поток, попадающий на входной зрачок оптической системы, всегда больше действующего на ФЭУ из-за поглощения в оптических деталях канала. Уменьшение потока описывается коэффициентами пропускания, которые могут быть промерены с достаточной для практики точностью. Могут быть также определены квантовая эффективность ФЭУ и эффективность отбора одноэлектронных импульсов дискриминатором. При известных перечисленных параметрах количество фотонов в исходном луче связано с количеством зарегистрированных импульсов соотношением

$$N = \prod_i T_i M + N_T, \qquad (1)$$

где T_i — коэффициенты пропускания элементов оптической системы и эффективности электронного тракта; $N_т$ — количество темновых отсчетов. По-видимому, оптические элементы, ФЭУ и дискриминатор могут рассматриваться как биномиальные фильтры, пропускающие фотоны с