УДК 681.322.06

Г. Н. ЧЕРНИКОВ, Г. И. ШПАКОВСКИЙ

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ИЗОМОРФИЗМА

Структурно-сложная информация в вычислительных системах представляется в виде таблиц. Их элементами являются записи, идентифицируемые при помощи ключей. В записях содержится полная информация о топологии обрабатываемых структур данных (множества, графы, деревья, списки). В связи с этим при обработке структур данных широко используются операции табличного характера: поиск, удаление, вставка, модификация.

Известны работы по созданию эффективной структуры памяти для систем, ориентированных на обработку структур данных [1, 2]. Однако эти варианты имеют низкое быстродействие вследствие их программной реализации на базе обычной линейной памяти. Очевидно, что для построения эффективной вычислительной системы, ориентированной на обработку структур данных, необходимо обеспечить поддержку в виде памяти, выполняющей табличные операции с высокой скоростью. Кроме того, необходимо устройство замены числовых полей, так как эта операция встречается весьма часто.

В качестве памяти, обладающей такими свойствами, предлагается память на основе перемешивания (хеширования) с многоключевым доступом [3, 4] с некоторой модификацией. Она включает аппаратный генератор адреса на основе хеш-функции с переменной длиной исходного ключа [5], память, допускающую хранение данных с переменной длиной, и устройство замены числовых полей. В качестве способа разрешения коллизий выбран метод списка.

Применение такой памяти позволяет значительно повысить эффективность обработки структур, данных в системах. Кроме того, использование некоторых свойств описанной памяти, например, совпадение адреса у элементов с одинаковыми именами, порождает новые алгоритмы решения некоторых задач.

В качестве примера использования предложенной памяти рассмотрим процесс установления изоморфизма топологическими методами. Топологические методы определения изоморфизма основаны на определении простых свойств обоих структур и последующем установлении взаимно-однозначного соответствия между двумя множествами, образованными из этих свойств. Будем обозначать свойство узла структуры G_1 с именем η_i через α_i, а свойство узла структуры G_2 с именем ξ_i через β_i. Тогда два множества свойств будут состоять из пар вида (η_i, α_i) и (ξ_i, β_i) соответственно. Задача состоит в нахождении для каждого α_i соответствующего ему элемента β_j: $\alpha_i=\beta_j$, тогда имя ξ_j определяет изоморфную подстановку для вершины η_i. Перебрав все α_i, определим для соответствующих η_i изоморфные подстановки. Результирующее множество подстановок для каждого узла даст изоморфную подстановку для структуры G_1, которая переводит ее в структуру G_2. В случае, когда одному α_i соответствуют несколько β_j, необходимо произвести уточнение свойств и дальнейшее сравнение производить по уже уточненным. Таким образом, в топологических методах время установления взаимно-однозначного соответствия между элементами двух множеств является определяющим для всей задачи [6, 7].

Структуры G_1 и G_2 размещаются в памяти с хешированием поэлементно, причем информацией (ключем) для определения адреса является сцепление $G_1\eta_i$ и $G_2\xi_i$. При установлении изоморфизма производятся следующие операции. По имени G_1 извлекаем поочередно все элементы указанной структуры, вычисляем для каждого свойство α_i и размещаем в памяти по ключу $G_1\alpha_i$, причем в качестве информации фигурирует G_1 и η_i. Далее по ключу G_2 читаются поочередно элементы G_2, для каж-

дого ξ_i определяем β_i, заменяем G_2 на G_1 и размещаем по ключу $G_1\beta_i$, причем в качестве информации фигурирует G_2 и ξ_i. Элементы разных структур, создавшие коллизию, выявляют взаимнооднозначное соответствие, что и определяет изоморфную подстановку. Такое использование хеширования можно назвать оперативным, так как оно используется для решения поставленной задачи.

Число сравнений с учетом коллизий при установлении изоморфизма: $L^1=2kN$, где k — величина коллизии и $k=1\div5$.

В [8] показано, что число сравнений и обращений в память для простейшего случая графов, имеющих различные пары полустепеней исхода и захода вершин, при использовании обычной памяти равно:

$$L^2=\frac{N(N+1)}{2},$$

где N — число вершин в графе.

Если использовать в качестве свойств пары чисел $(v_{i,j}, w_{i,j})$, где $j=1, 2$; $i=1, \ldots, N$ и $v_{i,j}$ — полустепень исхода, а $w_{i,j}$ — полустепень захода, то выигрыш R равен

$$R=\frac{L^2}{L^1}=\frac{N+1}{2k}\approx\frac{N}{2k}.$$

Очевидно, что R есть функция от N.

Можно сделать следующие выводы. Использование памяти предложенного типа, эффективно реализующей табличные операции, дает значительный выигрыш в быстродействии при обработке структур данных. Использование указанной памяти порождает новые алгоритмы решения ряда задач обработки структур данных. Для рассмотренного случая графов выигрыш в скорости равен $N/2k$. Данная память в аппаратном варианте может быть использована в любой вычислительной системе в качестве внешнего ЗУ. Возможна также реализация системы с использованием такой памяти в качестве оперативного ЗУ. В случае отсутствия аппаратной реализации эту память с точки зрения функциональных возможностей можно осуществить в виде программного комплекса при сохранении выигрыша по времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вельбицкий И. В., Нетесин И. Е., Шолмов Л. И.— Программирование, 1982, № 1, с. 27.
2. Яковлев Ю. С.— Управляющие системы и машины, 1983, № 3, с. 15.
3. Липницкий А. С., Черников Г. Н., Шпаковский Г. И. Двухпризнаковая память с хеш-доступом, ч. 1. Структура и функционирование.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 431-83. Деп. от 26.01.83.
4. Липницкий А. С., Черников Г. Н., Шпаковский Г. И.— Труды Всесоюзной конференции: Развитие теории и техники хранения информации, окт. 1983, с. 53.
5. Липницкий А. С., Черников Г. Н., Шпаковский Г. И., Серикова Н. В. Выбор генератора функций расстановки для параллельной вычислительной системы.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 347-83. Деп. от 20.03.83.
6. Курейчик В. М., Королев А. Г.— Кибернетика, 1977, № 2, с. 82.
7. Земляченко В. Н., Корненко Н. М., Тышкевич Р. И.— Записки науч. семинаров Ленинградского отделения Матем. ин-та АН СССР, 1982, т. 118, с. 83.
8. Мелихов А. Н. Ориентированные графы и конечные автоматы.— М., 1971, с. 24.

УДК 517.925

А. КЕССИ

УРАВНЕНИЯ С НЕПОДВИЖНЫМИ КРИТИЧЕСКИМИ ОСОБЫМИ ТОЧКАМИ ВИДА $\omega'^m=P_{2m}(z, \omega)$ И ИХ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Будем рассматривать дифференциальные уравнения вида:

$$\omega'^m=P_{2m}(z, w), \tag{1}$$

где $P_{2m}(z, \omega)$ — полином степени не выше $2m$ от ω и аналитическая функция от z.