

$$\Omega(T) = \gamma \left(\frac{T}{\Theta} \right)^4 \int_0^{\Theta/T} \frac{x^3}{\exp x - 1} dx, \quad (2)$$

где Θ — дебаевская температура. Условие применимости приведенных формул [12]: $\Delta T/\Delta T \leq 0,05$ см⁻¹/град выполняется. Как видно из рис. 3, при $\Theta = 120$ К экспериментальные кривые достаточно хорошо описываются расчетными в диапазоне температур 25—50 К. При более низких температурах удовлетворительного соответствия получить не удастся, что может быть связано с влиянием отмеченных механизмов уширения линий, а также с конечным естественным временем жизни возбужденного состояния соответствующего локального колебания.

Таким образом, изучение формирования контуров флуоресцентных линий может существенно расширить информативность исследований ураниловых соединений спектрально-люминесцентным методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Володько Л. В., Комяк А. И., Умрейко Д. С. Ураниловые соединения. — Минск, 1981.
2. Ребане К. К. Элементарная теория колебательной структуры спектров примесных центров кристаллов. — М., 1968.
3. Шелоков Р. Н., Краснов Ю. И., Карасев В. Е. — ФТТ, 1972, т. 14, с. 2175.
4. Posener D. W. — Austr. J. Phys., 1959, v. 12, p. 184.
5. Denning R. G., Snellgrove T. R., Woodward D. R. — Mol. Phys., 1975, v. 30, p. 1819; 1976, v. 32, p. 419.
6. Володько Л. В., Зажогин А. П., Комяк А. И. — Докл. АН БССР, 1979, т. 23, с. 791.
7. Krol D. M. — Phys. Rev. B., 1981, v. 23, p. 2135.
8. Красовский А. Н., Бойков В. Н., Умрейко Д. С. — ЖПС, 1982, т. 37, с. 790.
9. Ребане Л. А., Фрейберг А. М. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1975, т. 39, с. 1987.
10. Gorokhovskii A. A., Kikas J. — Opt. Commun., 1977, v. 21, p. 272.
11. Бойков В. Н., Кулешов Н. В., Красовский А. Н. — Докл. АН СССР, 1983, т. 273, с. 94.
12. Осадько И. С. — УФН, 1979, т. 128, с. 31.

УДК 530.145.7.539.182

А. Н. ЛАВРЕНОВ, Е. Е. ТРОФИМЕНКО

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА К ВОЗМУЩЕННОМУ УРАВНЕНИЮ ШРЕДИНГЕРА ДЛЯ 1s-СОСТОЯНИЯ ВОДОРОДОПОДОБНОГО АТОМА

Одним из наиболее плодотворных аналитических методов теории возмущений (ТВ) является метод, основанный на применении преобразования Лапласа к возмущенному уравнению Шредингера. Однако из-за трудностей, возникающих при выполнении обратного преобразования Лапласа для поправочной волновой функции (ВФ), его использование ограничивается случаем, когда радиальная часть оператора возмущения имеет степенной вид [1]. В работе предлагается метод нахождения оригинала поправки к ВФ водородоподобного (ВП) атома. Для простоты рассмотрено возмущение основного состояния ВП атома сферическим симметричным потенциалом $W(r)$. Обобщение получаемых при этом результатов на потенциалы иной мультипольности не вызывает затруднений. Так, в работе [2] одним из авторов рассмотрен случай, когда $W(r) = f(r)P_2(\cos \Theta)$. Уравнение для ВФ первого порядка ТВ имеет вид:

$$[E_0 - H_0]\Psi_1 = [W - E_1]\Psi_0, \quad (1)$$

где H_0 — гамильтониан невозмущенного атома для 1s состояния; Ψ_0 , Ψ_1 и E_0 , E_1 — ВФ и энергии 1s состояния соответственно в нулевом и первом порядке ТВ.

Выбирая Ψ_1 следующим образом:

$$\Psi_1 = \Psi_0 u(r)/r, \quad (2)$$

получаем:

$$ru''(r) - \frac{2Z}{a_0} ru'(r) + \frac{2Z}{a_0} u(r) = 2m(W - E_1)r^2. \quad (3)$$

Используя свойства преобразования Лапласа и для удобства записи полагая

$$\bar{u}(p) = \int_0^\infty e^{-pt} u(t) dt \quad \bar{W}(p) = \int_0^\infty e^{-pt} t^2 W(t) dt \quad (4)$$

и $\beta = 2Z/a_0$, будем иметь

$$p(\beta - p)\bar{u}' - 2\bar{u}(\beta - p) = \frac{2m[\bar{W}(p)p^3 - \bar{W}(\beta)\beta^3]}{p^3}. \quad (5)$$

Здесь учтено, что $E_1 = \langle \Psi_0 | W | \Psi_1 \rangle = \beta^3 \bar{W}(\beta)/2$.

Общее решение дифференциального уравнения (ДУ) (5) можно записать в виде:

$$\bar{u}(p) = \frac{\bar{N}}{p^2} - \frac{2m}{p^2} \int_\beta^p ds \frac{\bar{W}(s)s^3 - \bar{W}(\beta)\beta^3}{(s-\beta)s^2}, \quad (6)$$

где первый член — решение однородного ДУ (5), второй — частное решение, а константа $\bar{N}$ легко определяется из условия ортогональности $\langle \Psi_1 | \Psi_0 \rangle = 0$ и равна $\bar{N} = -m[3\beta\bar{W}(\beta) + \beta^2\bar{W}'(\beta)]$. Если подынтегральное выражение в (6) преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{W}(s)s^3 - \bar{W}(\beta)\beta^3}{(s-\beta)s^2} &= \frac{\bar{W}(s)s^3 - \bar{W}(\beta)s^3 + \bar{W}(\beta)s^3 - \bar{W}(\beta)\beta^3}{(s-\beta)s^2} = \\ &= s \frac{\bar{W}(s) - \bar{W}(\beta)}{s-\beta} + \bar{W}(\beta) \left[1 + \frac{\beta}{s} + \frac{\beta^2}{s^2} \right] \end{aligned}$$

и выполнить интегрирование по s , то лапласовский образ $u(r)$ примет вид:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p) = -2m \left\{ \frac{5\beta\bar{W}(\beta) + \beta^2\bar{W}'(\beta)}{2p^2} + \beta\bar{W}(\beta) \frac{\ln\left(\frac{p}{\beta}\right)}{p^2} + \int_0^\infty W(t)t \times \right. \\ \times \frac{e^{-\beta t} - e^{-pt}}{p^2} dt + \frac{\beta}{p^2} \int_0^\infty W(t)t^2 e^{-\beta t} [Ei(t\beta - tp) - \ln[t(p-\beta)] - \gamma] dt - \\ \left. - \frac{\bar{W}(\beta)\beta^2}{p^3} \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Здесь $E_i(z)$ — интегральная показательная функция; γ — постоянная Эйлера.

На основании теоремы об интегрировании изображения и оригинала по параметру $u(r)$ получим, выписывая последовательно оригиналы изображений в формуле (7). В результате после громоздких преобразований можно прийти к следующему выражению для $\psi_1(r)$:

$$\begin{aligned} \Psi_1(r) = \int_0^\infty \left[2m\beta e^{-\frac{\beta t + \beta r}{2}} \left\{ \ln(\beta t) + \ln(\beta r) + \frac{\beta r + \beta t}{2} + 2\gamma - \frac{1}{\beta r} - \frac{1}{\beta t} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{7}{2} + \frac{e^{\beta x}}{\beta x} - Ei(\beta x) \right\} \right] W(t)t^2 \Psi_0(t) dt, \quad (8) \end{aligned}$$

где $x < -$ — меньшее из r и t .

Формула (8) по своей форме полностью совпадает с выражением для $\Psi_1(r)$, записанным с помощью редуцированной кулоновской функции

Грина (РКФГ) [3]. Множитель в квадратных скобках, стоящий в подинтегральном выражении формулы (8), равен s -компоненте РКФГ $1s$ -состояния ВП атома. Очевидно, что метод преобразования Лапласа может оказаться чрезвычайно плодотворным для нахождения РКФГ.

По существу проведенное исследование позволяет проследить взаимосвязь и показывает эквивалентность метода преобразования Лапласа и метода РКФГ в стационарной ТВ. Каким из них пользоваться, во многом зависит от специфики конкретной задачи.

В качестве конкретного примера применения лапласовского образа поправочной функции $\bar{u}(p)$ рассмотрим влияние конечных размеров ядра на величину магнитного момента связанного лептона в легких атомах. Согласно работе [4], g -фактор лептона в связанном $1s$ -состоянии выражается через среднее значение квадрата импульса $\langle \Psi / \vec{p}^2 / \Psi \rangle$. Представим потенциал взаимодействия лептона с ядром $V(r)$ в виде суммы двух слагаемых $V = -\frac{\alpha Z}{r} + W$, первое из которых представляет собой кулоновский потенциал, а второе — возмущение, обусловленное учетом размеров ядра. Можно легко показать, что с точностью до членов первого порядка малости по W величина $\langle \Psi / \vec{p}^2 / \Psi \rangle$ равна:

$$\langle \Psi / \vec{p}^2 / \Psi \rangle = \langle \Psi_0 / \vec{p}^2 / \Psi_0 \rangle + 2 \langle \Psi_0 / \frac{\alpha Z}{r} / \Psi_1 \rangle \quad (9)$$

С помощью формул (2), (4) находим, что

$$2 \langle \Psi_0 / \frac{\alpha Z}{r} / \Psi_1 \rangle = -\alpha Z_m [3\beta^2 \bar{W}(\beta) + \beta^3 \bar{W}'(\beta)]. \quad (10)$$

Учитывая (9), (10) и результат работы [4], получим, что g — фактор лептона в связанном $1s$ -состоянии с учетом конечных размеров ядра определится формулой

$$g(1s) = g_0 \left\{ 1 - \frac{(\alpha Z)^2}{3} \left[1 - \frac{3}{2} (m/M) + \frac{3}{2} (m/M)^2 (Z+1) - 4 \left(\frac{Z \langle r^2 \rangle^{1/2}}{a_0} \right)^2 \right] + \frac{\alpha (\alpha Z)^2}{4\pi} \left[1 - \frac{5}{3} (m/M) + \frac{6+Z}{3} (m/M)^2 \right] \right\}. \quad (11)$$

где m , M — массы лептона и ядра соответственно; g_0 — g -фактор свободного лептона; $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ — среднеквадратический радиус ядра.

Полученная в работе поправка на конечные размеры ядра порядка $(\alpha Z)^2 \left[\frac{Z \langle r^2 \rangle^{1/2}}{a_0} \right]^2$ для атома водорода по величине сравнима с рассчитанной ранее поправкой порядка $\alpha (\alpha Z)^2 (m/M)^2$ [4], обусловленной радиационными эффектами и эффектами отдачи ядра. Для мюонных атомов вычисленная поправка играет более существенную роль, чем для электронных. Поэтому ранее расчет g -фактора мюона в связанном $1s$ -состоянии проводился численно [5], в то время как формула (11) имеет простой аналитический вид. В ней член с $(\alpha Z)^2$ определяет поправку на связность лептона в атоме. Искомая поправка учитывает эффект конечных размеров ядра. Для сравнения аналитического и численного расчетов приведем следующие цифры. Поправка на связность, согласно (11) и [5], соответственно: для $Z=8$ — 0,001099 и 0,001104, для $Z=12$ — 0,002363 и 0,002379. Как видно, расхождение составляет не более 1 %.

В заключение отметим, что поскольку сферически-симметричный потенциал не смешивает ВФ нулевого приближения, то метод преобразования Лапласа может быть легко обобщен на возбужденные ns -состояния. Поправки к ВФ ns -состояний ВП атомов за счет сферически-симметричного потенциала возмущения могут быть также представлены в квадратурах [6]. Преимущество выражений (6), (7) по сравнению с формулами в квадратурах заключается в простоте расстановки пределов интегрирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маханек А. Г., Корольков В. С. Аналитические методы в квантомеханической теории возмущений.— Минск, 1982, с. 88.
2. Трофименко Е. Е.— Программа и тез. докл. Всесоюзной конференции по теории атомов и атомных спектров. Минск, 27—29 сентября 1983. Минск, 1983, с. 11.
3. Laugenzi B. J. et al.— Int. J. Quant. Chem., 1977, v. 11, № 5, p. 869.
4. Фаустов Р. Н.— ЭЧАЯ, 1972, т. 3, № 1, с. 238.
5. Ford K. W. et al.— Phys. Rev., 1963, v. 129, p. 194.
6. Hirschfelder J. O. et al.— Adv. Quant. Chem., 1964, v. 1, p. 255.

УДК 681.518.3

М. И. ДЕМЧУК, В. Н. ДЕНИСЕНКО,
М. А. ИВАНОВ, Л. В. СИЛЬНОВ

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ АНАЛИЗА ДВУХ СЛУЧАЙНЫХ ПОТОКОВ ИМПУЛЬСОВ

При изучении радиoluminesценции, исследовании изменения корреляционных свойств потока квантов, прошедшего через вещество, необходимо проводить анализ двух случайных потоков импульсов — начального и потока, модифицированного изучаемым процессом. Если возбуждать радиoluminesценцию продуктами распада изотопа, то даже в простейшем случае будем иметь дело с пуассоновским первичным потоком событий. Перекрытие отдельных вспышек сцинтиллятора по времени можно попытаться устранить аппаратным путем [1, 2] или отбирать для анализа только вспышки без наложений. Для более эффективной регистрации нужно, чтобы коррелятор фиксировал время появления событий обоих потоков [3]. Совместная обработка информации на основе параметрически заданной функции интенсивности изучаемого вторичного потока фотонов и дает оценки параметров этой функции. Другие возможные применения такого коррелятора, просматривающего за цикл измерений две временные области определенного положения и величины в двух потоках, хорошо известны [4, 5].

Существует класс экспериментов, где имеется два потока импульсов, но случайной является уже амплитуда импульсов, а их временное положение заранее известно — это измерения с применением пикосекундных лазеров, дающих цуг импульсов разной амплитуды [6]. Обычно из цуга выделяют один импульс и с ним проводят измерения [7], причем используют оптическое стробирование отклика изучаемого объекта. Весь эксперимент ставится так, что, если отказаться от выделения только одного импульса из цуга и использовать весь цуг, получим два потока импульсов — начальный цуг и цуг после стробирования отклика изучаемого объекта. Интервал следования импульсов в цуге обычно достаточно велик (десятки наносекунд), чтобы провести измерение амплитуды некоторого импульса до прихода следующего.

В работе описана универсальная измерительная система, разработанная авторами, пригодная для эффективного применения в указанных классах экспериментов, а также в других случаях. Система на основе мини-ЭВМ (рис. 1) представляет собой два связанных 10-канальных строб-анализатора, на входы которых подается либо исследуемый сигнал (при измерении амплитуд), либо стандартный пилообразный импульс (при измерении временных интервалов). Режим измерений в канале может устанавливаться независимо от другого канала.

Входные сигналы поступают на входы блока выбора режима работы — совокупности логических и коммутирующих схем, обеспечивающих основные режимы системы. Формирователи Φ_1 — Φ_4 стандартизируют импульсы датчиков. Кварцевый генератор ударного возбуждения (КГУВ) дает высокостабильную фазированную серию импульсов. Блоки задержки и формирования строб-импульсов представляют собой программируемые делители частоты со сквозным переносом. Распределители строб-импуль-