

$= 0,1262$; $x_3 = 0,2169$; $x_4 = 0,2457$; $x_5 = 0,4111$. В полученном решении риск портфеля оказался несколько выше, чем в модели Марковица, так же, как и доходность.

Аналогично предыдущему способу, максимизация дохода без ограничения риска происходит в случае, когда все средства инвестируются в компанию Spotify ($R = 7.66\%$), при этом риск будет равен $\sigma(x) = 14.83\%$, что несколько меньше, чем в решении задачи Марковица.

Наконец, рассмотрим задачу (2) максимизации дохода при ограниченном риске, рассчитанном в абсолютной метрике. Решение даст следующие результаты: риск портфеля $\sigma(x) = 10\%$; доходность портфеля $R = 7,006\%$; доли акций компаний в портфеле: $x_1 = 0,624$; $x_2 = 0,1275$; $x_3 = 0,2076$; $x_4 = 0$; $x_5 = 0,0409$. Сравнивая полученный результат с моделью Марковица при одинаковом уровне риска портфеля $\sigma(x) = 10\%$, доходность, рассчитанная с помощью модели Конно-Ямазаки, будет чуть выше. Можно сделать вывод, что модель Конно-Ямазаки является более точной, поскольку учитывает абсолютные изменения цен акций в течение года, в то время как модель Марковица базируется на стандартном отклонении этих величин.

Проведенный анализ эффективности инвестиций с помощью портфельной теории Г. Марковица и модели Конно-Ямазаки показал, что инвестиции в музыкальные стриминговые сервисы выгодны, инвестор сможет получить хороший доход при относительно небольших рисках. В целом, деятельность музыкальных стриминговых сервисов перспективна, а акции компаний пользуются растущей популярностью на бирже.

Библиографические ссылки

1. Тарлецкая Е.И. Особенности функционирования рынка музыкальных стриминговых сервисов // Социально-гуманитарный вестник. Выпуск 34: сборник научных работ международной научно-практической конференции «Современные тенденции социально-гуманитарного развития Украины и мира», Харьков, Украина, 23 июля 2020 г. Харьков : Социально-гуманитарное научно-творческое издательство «Новый курс», 2020. 190 с. С. 175–178.
2. Котировки акций Spotify : сайт / finanz.ru, NYSE. 2021. URL: <https://www.finanz.ru/aktsii/spotify> (дата обращения: 29.04.2021).
3. Котировки акций Tencent Music Entertainment Group : сайт / finanz.ru, NYSE. 2021. URL: https://www.finanz.ru/aktsii/tencent_music_entertainment (дата доступа: 29.04.2021).
4. Apple Stock Price : сайт / Apple Investor Relations. 2021. URL: <https://investor.apple.com/stock-price/default.aspx> (дата доступа: 29.04.2021).
5. Amazon.com Inc. Price Data : сайт / MarketWatch. 2021. URL: <https://www.marketwatch.com/investing/stock/amzn/download-data?startDate=4/27/2020&endDate=4/28/2021> (дата доступа: 29.04.2021).
6. Котировки акций Yandex : сайт / finanz.ru, NYSE. 2021. URL: <https://www.finanz.ru/aktsii/yandex> (дата доступа: 29.04.2021).
7. Большакова И. В. Портфельная оптимизация: обзор // Журнал Белорусского государственного университета. Экономика. 2017. № 2. С. 4–15.
8. Карачун И. А. Финансовая оптимизация : учеб.-метод. пособие. Минск : БГУ, 2015. 115 с.

УДК 209.123.398.368

К ВОПРОСУ О СЕЗОННОЙ И ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВРЕМЕННОГО РЯДА В АНАЛИТИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ (часть 1)

М. Н. Борисевич

*кандидат физико-математических наук, доцент, Витебская ордена «Знак Почета» государственная академия ветеринарной медицины, г. Витебск, Республика Беларусь,
e-mail: bomini54@mail.ru*

Временные ряды широко применяются при изучении разных процессов, например, в исследовании временной динамики потребления нефти, газа, электроэнергии, пассажиропотоков, запасов на складах, спроса на различные виды продукции, а также в аналитике финансовых рынков и финансовых показателей. Цель данной статьи – исследование временного ряда «Услуги сторонних организаций, оказываемые туристической компании» на предмет наличия в нем сезонной и периодической составляющих.

Ключевые слова: временной ряд; сезонная составляющая; периодическая составляющая; аналитическая экономика; прогнозирование.

TO THE QUESTION OF SEASONAL AND PERIODIC COMPONENTS OF THE TIME SERIES IN ANALYTICAL ECONOMICS AND FORECASTING (part 1)

M. N. Borisevich

*PhD in physics and mathematics, associate professor, Vitebsk Order of the Badge of Honor
State Academy of Veterinary Medicine, Vitebsk, Republic of Belarus, e-mail: bomini54@mail.ru*

Time series are widely used in the study of different processes, for example, in the study of the time dynamics of consumption of oil, gas, electricity, passenger flows, inventory in warehouses, demand for various types of products, as well as in the analysis of financial markets and financial indicators. The purpose of this article is to study the temporary series «Services of third-party organizations provided to a travel company» for the presence of seasonal and periodic components in it.

Keywords: time series; seasonal component; periodic component; analytical economy; forecasting.

Примечание. Из-за соблюдения формата конференции статья представлена в двух частях. В первой части «К вопросу о сезонной и периодической составляющих временного ряда в аналитической экономике и прогнозировании (часть 1)» отражены введение, материалы и методы/теоретические основы. Во второй части «К вопросу о сезонной и периодической составляющих временного ряда в аналитической экономике и прогнозировании (часть 2)» – результаты, обсуждение и заключение.

Введение. Временные ряды очень широко применяются в исследовании самых разных процессов [1]. Например, в изучении временной динамики потребления нефти, газа, электроэнергии, пассажиропотоков, запасов на складах, спроса на различные виды продукции, а также в изучении финансовых рынков и анализе динамики финансовых показателей. Немаловажную роль они играют и при прогнозировании статистических показателей [2]. Во всех случаях изучаемый процесс часто представляется набором упорядоченных во времени случайных величин $S(x_1), S(x_2), S(x_3), \dots, S(x_i)$, где $x_i < x_{i+1}$. Эта последовательность называется временным рядом, а совокупность наблюдений $\{s_i\}, i = 1, 2, 3, \dots, i$ над $\{S(x_i)\}$ в моменты времени $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i$ – временной выборкой. Временной ряд $\{S(x_i)\}$ можно интерпретировать и по-другому – как, например, наблюдения над непрерывным случайным процессом $S(x_i)$ в заданные моменты времени $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i$ [3].

Цель данной статьи – исследование временного ряда «Услуги сторонних организаций (в бел. руб.), оказываемые туристической компании» на предмет наличия в нем тригонометрической составляющей (таблица 1).

Таблица 1 – Услуги сторонних организаций (бел. руб.), оказываемые туристической компании

Годы, x_i	2000г.	2001г.	2002г.	2003г.	2004г.	2005г.	2006г.	2007г.	2008г.	2009г.	2010г.	2011г.
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Стоимость услуги, бел.руб., $S(x_i)$	238	267	291	321	367	390	385	367	323	285	257	232

Материалы и методы / теоретические основы. В основу статьи положены идеи гармонического анализа [4]. Его ключевые положения составляют первую часть статьи. Вторая часть содержит результаты анализа приведенных данных и представлена в публикации «К вопросу о сезонной и периодической составляющих временного ряда в аналитической экономике и прогнозировании (часть 2)».

Кратко о ключевых позициях гармонического анализа.

Изменения величины $S(x_i)$ во времени обычно происходят под воздействием многочисленных причин. Их совокупное влияние формирует определенную закономерность в динамике временного ряда, а это значит, что для ее описания можно применять математические модели из перечня аддитивных моделей [5]:

$$S(x_i) = Q(x_i) + E(x_i), i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

В этом соотношении присутствуют два слагаемых. Первое $Q(x_i)$ представляет собой неслучайную (детерминированную) составляющую временного ряда, второе слагаемое остается после выделения систематических компонент. Его называют случайной составной частью временного ряда.

Первая составляющая может включать в себя одну или несколько компонент из следующего перечня: трендовую $T(x_i)$, сезонную $SES(x_i)$ и периодическую $P(x_i)$.

Трендовая составляющая (по-другому тенденция $T(x_i)$), характеризует устойчивую динамику, визируемую в течение продолжительного периода времени. Часто она описывается неслучайной функцией, ее аргументом является время. Как правило, эта функция достаточно «гладкая» и монотонная [6].

Сезонная компонента $SES(x_i)$ обусловлена наличием факторов, действие которых характеризуется заранее известной периодичностью. В большинстве случаев $SES(x_i)$ ответственна за регулярные колебания, носящие периодический или близкий к периодическому характер и заканчиваются в течение года. С течением времени сезонная компонента может меняться, либо иметь плавающую тенденцию [6].

Периодическая (по-другому циклическая) компонента $P(x_i)$ является неслучайной функцией. Она описывает длительные периоды (например, более одного года) относительного подъема и спада и состоит, как правило, из циклов переменной длительности и амплитуды. Очень часто эта составляющая характерна для временных рядов, содержащих макроэкономические показатели. Ее трудно идентифицировать формальными методами, используя данные только исследуемого ряда.

Случайная компонента $E(x_i)$ ответственна за воздействие многочисленных факторов, носящих случайный характер. По этой причине она является нерегулярной компонентой временного ряда и служит обязательной его составной частью, поскольку случайные отклонения практически всегда сопутствуют любому явлению или процессу [6].

Что касается тригонометрической составляющей временного ряда (обозначим ее $TR(x)$), то к ней, и это следует отметить, относятся две компоненты, обсуждавшиеся

выше – сезонная $SES(x)$, отражающая повторяемость процессов в течение не очень продолжительного периода (например, года, иногда месяца) и периодическая $P(x)$ с более продолжительной повторяемостью процесса.

Выделение тригонометрической составляющей временного ряда уместно осуществлять методами гармонического анализа [6], позволяющими любую периодическую функцию $F(x)$ (с периодом T) представлять в виде линейной комбинации синусов и косинусов (так называемого ряда Фурье):

$$F(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(\frac{2\pi k}{T} x) + b_k \sin(\frac{2\pi k}{T} x)], 0 \leq x \leq T, \quad (1)$$

где k – номер гармоники. Можно заметить, что с ростом k период тригонометрических функций $\cos(\frac{2\pi k}{T} x)$ и $\sin(\frac{2\pi k}{T} x)$ уменьшается.

Коэффициенты разложения (формула (1)) определяются известными формулами:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T F(x) dx, \\ a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T F(x) \cos(\frac{2\pi k}{T} x) dx, \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_0^T F(x) \sin(\frac{2\pi k}{T} x) dx. \end{aligned} \quad (2)$$

Аргументы тригонометрических функций $\cos(\dots)$, $\sin(\dots)$ можно трактовать как частоты ω_k , которые задаются соответствующим номером гармоники, т. е.:

$$\omega_k = \frac{2\pi}{T} k.$$

Ряд Фурье характеризуется дополнительной величиной $\tilde{N}_k = a_k^2 + b_k^2$, она описывает вклад k – ой гармоники в функцию $F(x)$. Поэтому сравнительно большие значения \tilde{N}_k определяют частоты, ответственные за основную энергию $F(x)$.

Под аппроксимацией функции $F(x)$ рядом Фурье будем понимать новую функцию $F_{\tilde{a}\tilde{b}}(x)$, полученную суммированием первых N_0 членов ряда (формула (1)), т.е.

$$F_{\tilde{a}\tilde{b}}(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{N_0} [a_k \cos(\frac{2\pi k}{T} x) + b_k \sin(\frac{2\pi k}{T} x)] \quad (3)$$

Отсюда, в частности, следует, что в функции $F_{\tilde{a}\tilde{b}}(x)$ отсутствуют «высокочастотные» гармоники с номерами $k > N_0$, которые имели место в исходной функции $F(x)$. Такой способ получения $F_{\tilde{a}\tilde{b}}(x)$ часто называют низкочастотной фильтрацией $F(x)$.

По аналогии можно построить новую функцию $F_{\tilde{a}\tilde{b}}(x)$, содержащую только заданные гармоники, например, гармоники с наиболее значимым спектром \tilde{N}_k . Предположим, что такие гармоники имеют номера $k = 5, 10$. Тогда функция $F_{\tilde{a}\tilde{b}}(x)$, содержащая только эти гармоники, запишется в виде

$$F_{\tilde{a}\tilde{b}}(x) = a_5 \cos(\frac{2\pi * 5}{T} x) + b_5 \sin(\frac{2\pi * 5}{T} x) + a_{10} \cos(\frac{2\pi * 10}{T} x) + b_{10} \sin(\frac{2\pi * 10}{T} x). \quad (4)$$

Представленный выше алгоритм построения аппроксимирующей функции широко используется на практике для выделения сезонной и периодической составляющих временного ряда и именно на него мы будем опираться в дальнейшем.

Продолжение статьи в публикации «К вопросу о сезонной и периодической составляющих временного ряда в аналитической экономике и прогнозировании (часть 2)».

УДК 209.123.398.368

К ВОПРОСУ О СЕЗОННОЙ И ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВРЕМЕННОГО РЯДА В АНАЛИТИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ (часть 2)

М. Н. Борисевич

*кандидат физико-математических наук, доцент, Витебская ордена «Знак Почета»
государственная академия ветеринарной медицины, г. Витебск, Республика Беларусь,
e-mail: bomini54@mail.ru*

Временные ряды широко применяются при изучении разных процессов, например, в исследовании временной динамики потребления нефти, газа, электроэнергии, пассажиропотоков, запасов на складах, спроса на различные виды продукции, а также в аналитике финансовых рынков и финансовых показателей. Цель данной статьи – исследование временного ряда «Услуги сторонних организаций, оказываемые туристической компании», на предмет наличия в нем сезонной и периодической составляющих.

Ключевые слова: временной ряд; сезонная составляющая; периодическая составляющая; аналитическая экономика; прогнозирование.

TO THE QUESTION OF SEASONAL AND PERIODIC COMPONENTS OF THE TIME SERIES IN ANALYTICAL ECONOMICS AND FORECASTING (part 2)

M. N. Borisevich

*PhD in physics and mathematics, associate professor, Vitebsk Order of the Badge of Honor
State Academy of Veterinary Medicine, Vitebsk, Republic of Belarus, e-mail: bomini54@mail.ru*

Time series are widely used in the study of different processes, for example, in the study of the time dynamics of consumption of oil, gas, electricity, passenger flows, inventory in warehouses, demand for various types of products, as well as in the analysis of financial markets and financial indicators. The purpose of this article is to study the temporary series «Services of third-party organizations provided to a travel company», for the presence of seasonal and periodic components in it.

Keywords: time series; seasonal component; periodic component; analytical economy; forecasting.

Результаты и обсуждение. Перейдем ко второй части статьи «К вопросу о сезонной и периодической составляющих временного ряда в аналитической экономике и прогнозировании (часть 1)» и остановимся на результатах исследования.

Коэффициенты разложения в ряд Фурье (формула (2)) исходной функции $F(x)$ при наличии компьютера можно вычислить двумя способами: программированием в документе Excel соответствующих математических формул (формула (2)), либо при непосредственном использовании режима *Анализ Фурье* программного модуля *Анализ данных*.