Томск, 2022. С. 209–212.
4. Ткаченко К.С. Обеспечение гарантоспособного функционирования системы обработки данных при интервальных изменениях поточных характеристик на основе аналитического моделирования // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2021. №3–4(13–14). С. 25–30.
5. Ткаченко К.С. Эффективная поддержка цифровых технологий при изменениях требований на производственных предприятиях // Инфокоммуникационные технологии. 2020. Т.18. №4. С. 484–488.
6. Ткаченко К.С. Аналитическое узловое моделирование для контроля откликов системы мониторинга окружающей среды под воздействием деградационных событий // Экобиологические проблемы Азово-Черноморского региона и комплексное управление биологическими ресурсами. 2018. С. 212–213.

МАТЕМАТИЧЕСКИ «КРАСИВЫЕ» ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СПОСОБ ПОДДЕРЖКИ И РАЗВИТИЯ ИНТЕРЕСА К ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ СРЕДИ ОДАРЕННЫХ УЧАЩИХСЯ

Филимонов Д.В.

Белорусский государственный университет, г. Минск

Олимпиады являются способом развития как творческого мышления, так и инструментом для оттачивания алгоритмов (и их комбинаций) решения задач из различных областей математики. Достаточно часто для участников важным ограничением является отведенное время, и многие из них, приходя к олимпиадам из заинтересованности математикой, со временем становятся скорее спортсменами, быстро находящими шаблонные решения с целью экономии времени. Со временем многие участники теряют прежний творческий интерес, не сталкиваясь с достойными вызовами, либо же уходят в близкое направление – спортивное программирование. Так или иначе, достаточное число участников олимпиад в дальнейшем поступает на естественнонаучные специальности, что повышает приоритет формирования математической культуры и научного интереса среди таких абитуриентов. Также не стоит забывать о том, что участники олимпиад зачастую знакомы с основными понятиями, изучаемыми на первом курсе в программе высшей математики, из-за чего они могут быть поначалу менее мотивированы к изучению дисциплин.

За время работы над дипломом и магистерской диссертацией (касающихся олимпиадных алгебраических задач) было рассмотрено более 40 региональных, национальных и международных олимпиад с заданиями, предложенными в период 1990-2020 гг., и лишь в 9 из них (не всегда международных) с периодичностью в несколько лет возникают задачи, к которым можно найти нестандартные решения, связанные с другими разделами математики. Это – один из критериев т. н. математически «красивых» задач. Другими критериями определения «красоты» являются [1]

- условие задачи должно быть интересно; если задача геометрическая, то чертеж к ней – эстетичен;
- задача должна содержать нестандартный элемент, отличающий ее от большинства задач по данной теме. Должна присутствовать особенность, которая позволяет сделать решение наглядным и простым;
- задача может устанавливать интересный, порой неожиданный факт;

- нестандартность может проявляться в подаче условия или возможности находить решения более чем в одном разделе математики;

- задача должна быть доступной как по формулировке условия, так и по объему используемого в решении материала;

Во многом эти критерии схожи с критериями обычных олимпиадных задач, однако тенденции, отмеченные выше, показывают, что это выполняется далеко не всегда.

Примером же «красивой» задачи является А3 Ибероамериканской олимпиады 1996 года, условие которой следующее: дана сетка из $k^2 - k + 1$ строк и $k^2 - k + 1$ столбцов, где $k = p + 1$ и p – простое число. Для каждого такого p предложите способ размещения чисел 0 и 1 по одному числу в каждую клетку сетки так, чтобы в каждой строке было в точности k нулей, в каждом столбце также было в точности k нулей, и не образовывался прямоугольник со сторонами, параллельными сторонам сетки, с нулями во всех четырех вершинах.

На первый взгляд задача может быть связана с некими действиями над матрицей, то есть использование аппарата линейной алгебры, и подобные подходы действительно предлагались. Официальное решение [2, с. 26-27] предполагает использование вычетов и основ аффинной геометрии, но у задачи есть и другое, более короткое и в то же время содержательное решение, связанное с использованием проективной плоскости, что является продолжением идей авторов задания. Тем самым выполняются критерии разрешимости в разных областях математического знания и установления неожиданных связей.

Обратим внимание на то, что $k^2 - k + 1 = (p + 1)^2 - (p + 1) + 1 = p^2 + p + 1$, то есть наша сетка на самом деле имеет $p^2 + p + 1$ строк и $p^2 + p + 1$ столбцов. Теперь можем рассмотреть проективную плоскость $\mathbb{P}^2(\mathbb{Z}_p)$ над $\mathbb{Z}_p$. В этой плоскости расположено $p^2 + p + 1$ точек и $p^2 + p + 1$ линий. Можно задать биекцию между $p^2 + p + 1$ строками и $p^2 + p + 1$ точками проективной плоскости, а также биекцию между $p^2 + p + 1$ столбцами и $p^2 + p + 1$ линиями. Любой квадрат на сетке соответствует паре строка-столбец на сетке, и таким образом на проективной плоскости определяется пара $(P; l)$, где P – точка, а l – линия. Внесем «0» в этот квадрат, если точка P лежит на прямой l, и "1" – в противном случае. Тогда легко видеть, что выполняются условия поставленной задачи:

- В каждой строке присутствует ровно $k = p + 1$ квадратов с нулями, так как каждая точка в $\mathbb{P}^2(\mathbb{Z}_p)$ лежит в точности на $p + 1$ различной прямой.

- В каждом столбце присутствует ровно $k = p + 1$ квадратов с нулями, так как на каждой прямой в $\mathbb{P}^2(\mathbb{Z}_p)$ лежит в точности $p + 1$ различная точка.

- Нет прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам сетки, с нулями в каждой из вершин: существуй такой прямоугольник, тогда две горизонтальные его стороны (строки) соответствовали бы двум различным точкам P и Q, и две вертикальные соответствовали бы двум различным прямым l и l', и так как во все четыре вершины вписаны нули, получилось бы, что $P \in l, Q \in l, P \in l', Q \in l'$; то есть две различные прямые l и l' имели бы две общие точки P и Q, что невозможно (потому как две различные прямые пересекаются в единственной точке).

Таким образом и построен необходимый метод расположения нулей и единиц на сетке. Данное решение во многом похоже на официальное, однако использует более общий подход. Резонно будет спросить, насколько доступен используемый в решении объем материала, а именно теория, необходимая для работы с проективной плоскостью – в действительности для введения такого объекта (на том уровне, который необходим участникам олимпиады для решения задач) требуется немногим больше понятий, чем для введения упомянутых вычетов. Те учащиеся, кто продолжил изучать интересные закономерности математики, помимо спортивного подхода к решению задач, или те, кто теряет интерес к олимпиадным задачам и математике в целом, полагая, что изученных алгоритмов достаточно, могут найти в подобных решениях как удивительное открытие, так и новые вызовы, мотивирующие совершенствоваться и развивать математическую культуру, проникаться новыми идеями и разделами высшей математики.

Следовательно, разработка олимпиадных задач подобного рода может сыграть важную роль в формировании компетенций, необходимых математику.

Литература

1. Бахтина Т. П. Раз задачка, два задачка… : пособие для учителей общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения. – Минск: Аверсэв, 2008. – 219 с.

2. Задания Ибероамериканской олимпиады 1996 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://mathematikalpha.de/wp-content/uploads/2017/01/ibero.pdf. – Дата доступа: 30.03.2022

О НОВОМ УЧЕБНИКЕ ПО ЭКОНОМЕТРИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ УЧРЕЖДЕНИЙ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

[1]Хацкевич Г.А., [2]Русилко Т.В.

[1]Институт бизнеса Белорусского государственного университета, г. Минск
[2]Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, г. Гродно

Статья посвящена новому учебнику по эконометрике [1] для студентов учреждений высшего образования авторами которого являются заведующий кафедрой бизнес-администрирования Института бизнеса Белорусского государственного университета, доктор экономических наук, профессор Хацкевич Г. А. и доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики Гродненского государственного университета имени Янки Купалы, кандидат физико-математических наук, доцент Русилко Т. В. Учебник «Эконометрика» вышел в 2021 году в издательстве РИВШ г. Минска. Учебник сохраняет отработанные методические традиции преподавания начального курса эконометрики на уровне бакалавриата. Он предназначен для студентов, обучающихся по физико-математическим, техническим и экономическим специальностям учреждений высшего образования, таким как «Управление информационными ресурсами», «Информационные системы и технологии (в экономике)», «Экономическая кибернетика». Может быть полезен преподавателям и специалистам, применяющим эконометрическое моделирование и прогнозирование в профессиональной деятельности.

При изложении учебного материала авторы использовали многолетний опыт чтения курса эконометрики для студентов ГрГУ им. Янки Купалы и Института бизнеса БГУ. В учебнике представлены основные разделы современного начального курса эконометрики. Теоретический материал сопровождается типовыми примерами с подробным описанием алгоритма решения задач и списком контрольных вопросов, позволяющих проверять усвоение изученного материала.

Эконометрика – одна из базовых дисциплин современного экономического образования. Она сформировалась в результате синтеза трёх направлений: