ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МОДЕЛИ В ПОДГОТОВКЕ БИОЛОГОВ

Прокашева В.А., Жилко М.О.

Белорусский государственный университет, г. Минск

Принцип проникновения математики в биологию имеет длительную историю. Биология долго была описательной наукой, собранием более или менее систематизированных результатов наблюдений и экспериментов. По мере накопления этого фактического материала стали обнаруживаться глубокие связи между явлениями, которые прежде представлялись обособленными.

Наиболее активное использование математических методов и моделей проявилось в XX в., а также в последующие двадцать лет нового века. Как известно в математике возник ряд новых направлений связанных с изучением моделей систем высокой сложности, что способствует разработке новых принципов исследования структуры изучаемых в настоящее время биологических систем. В биологии появляются новые разделы, дисциплины: биофизика, биохимия, микробиология, молекулярная биология, биотехнология, как дисциплины связывающие биологию с физикой и химией языком математики. Современная биология активно использует различные разделы математики: теорию вероятностей и статистику, теорию дифференциальных уравнений, теорию игр, дифференциальную геометрию и теорию множеств, для формализации представлений о структуре и принципах функционирования живых объектов.

Формирование профессиональных интересов будущих специалистов в области биологии опирается на использование математических методов (моделирование, прогнозирование, обработка статистических данных с помощью информационных технологий и т.д.). Пора переходить от информационно- объяснительного типа обучения к мыследеятельному.

В ходе преподавания высшей математики для студентов биологического факультета с первых лекций все темы программы тесно привязываются к проблемам избранной специальности. С целью развития обучающе - исследовательского подхода в программу курса включено требование о подготовке реферата по конкретной теме из общего направления «Математика в биологии» с последующей защитой темы и с презентацией. Ставиться задача: научить студента выработать умения творчески использовать фундаментальные основы высшей математики, пополнить свои знания через литературу и интернет, анализировать и обобщать полученные сведения, прогнозировать и планировать дальнейшее развитие определенного направления своей профессиональной деятельности.

В ходе обучения математике необходимо показать студентам, что математика это образец видения и построения концепций, принятия решений, область мышления, которая более чем какая-либо другая, тренирует человеческий ум и демонстрирует возможность неоспоримых выводов. Математическое образование является частью общечеловеческой культуры.

Тема «Дифференциальные уравнения» является частью учебного курса высшей математики преподаваемого на биологическом факультете. Исходя из определения дифференциальных уравнений и опираясь на физический смысл производной первого порядка как скорости изменения функции, следует отметить, что обыкновенные дифференциальные уравнения имеют большое прикладное значение в естествознании.

Приложения ДУ используются для описания медико-биологических характеристик ультразвука: эхоэнцелограмма, УЗИ, ультразвуковая физиотерапия, ультразвуковая локация и кардиолография; в медицине: для определения скорости кровотока, скорости движения клапанов и стенок сердца (эхокардиология), определения вязкости крови и других параметров гемодинамики и т.д.

В учебном плане предусмотрены ДУ первого порядка с разделяющимися переменными, однородные и линейные, а также некоторые классы дифференциальных уравнений второго порядка специального вида.

Рассмотрим пример использования одного из дифференциальных уравнений первого порядка в системе практико-ориентированной подготовки студентов при изучении дифференциальных уравнений вида $dy/dx = ky$, где k –некоторый коэффициент. Это ДУ первого порядка с разделяющимися переменными, его решение доступно для любого студента. Разделяя переменные и интегрируя получим решение $Y = C \exp(kx)$, где C=const. Используя начальные условия, находим частное решение. На базе полученного решения строится интегральная кривая.

К изучению такого же типа уравнения приводит целый ряд, казалось бы, разных по звучанию задач естествознания [1]. Выясняется, что уравнения и выражения, созданные для целей одной науки, зачастую применимы после определенной переработки, к другой. В частности: Закон растворения лекарственных форм вещества из таблеток описывается формулой $dm/dt = -km$, k больше нуля, m-количество лекарственного вещества в таблетке, оставшееся ко времени t, здесь k- коэффициент прочности таблетки; Закон размножения бактерий с течением времени; Закон роста клеток с течением времени; Закон разрушения клеток в звуковом поле (бактерии, лейкоциты, эритроциты, водоросли, дрожжи и др. могут быть разрушены при кавитации ультразвуковых волн); Составление и решение простейшей дифференциальной модели в теории эпидемий. Если a - число зараженных особей, b - число незараженных особей, $x(t)$ и $y(t)$ – соответственно число зараженных и незараженных особей к моменту времени t. То в любой момент времени t имеем $x + y = a + b$. Закон изменения числа незараженных особей с течением времени запишется в виде $dy/dt = -k\,y\,(a + b - y)$, k=const , здесь $y = f(t)$, т.е. функция времени. Это также дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными; Динамика любой популяции с учетом влияния ограниченных возможностей с учетом района проживания сводится к дифференциальному уравнению $dm/dt = k(b - m)m$, где m биомасса популяции. Район обитания популяции имеет определенные ресурсы b, они обеспечивают нормальное развитие популяции, если ее биомасса m не превосходит ресурсы b, Простейшие (бактерии, лейкоциты, эритроциты, водоросли, дрожжи и др.) могут быть разрушены при кавитации ультразвуковых волн;. Если $b<m$, то для развития популяции ресурсов района не хватает, и она начинает вымирать.

Перечень задач приводимых к ДУ рассматриваемого вида можно продолжать, но в научном смысле не все проблемы биологии подчиняются упрощенным оценкам, исследования и модели как правило приводят к дифференциальным уравнениям более высоких порядков и к решению систем дифференциальных уравнений.

В качестве примера можно привести моделирование распространения чумы в городах средневековой Европы [2]. Чума-- зоонозное инфекционное заболевание, вызываемое бактерией Versinia pestis, которое может передаваться между животными и людьми через промежуточного хозяина из типа Членистоногие, путем прямого контакта, или с продуктами питания. Известны три распространенные формы чумной болезни, которые зависят от пути передачи: бубонная, легочная и септическая. Самой распространенной формой чумы является бубонная (через посредника), легочная чума высоко заразна и инфицированные капельки могут передаваться от человека к человеку независимо от промежуточного хозяина. Без лечения легочная чума имеет смертность практически равную 100%. Септическая чума случается, когда бактерия Versinia pestis проникает и размножается в кровеносной системе от бубонной или первичной легочной чумы и практически всегда смертельна. Распространение чумы в городской местности по трем различным путям распространения, используя модель пространственных метапопуляций, состоящих из смежных субпопуляций, расположенных в закрытой квадратной матрице. Внутри метапопуляции, динамика чумы в каждой субпопуляции регулируется системой детерминированных уравнений.

Модель легочной чумы с путем переноса человек-человек основана на модели НЗЗВ (неинфицированные-зараженные-заразные-выздоровевшие). Уравнения ниже описывают количество неинфицированных, зараженных и заразных людей:

$$\frac{dS_h}{dt} = b_h S_h - (1 - q_h)\frac{\beta_p S_h I_h}{N_h} - d_h S_h$$

$$\frac{dE_h}{dt} = (1 - q_h)\frac{\beta_p S_h I_h}{N_h} - \sigma_h E_h - d_h E_h$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \sigma_h E_h - \gamma_p I_h - d_h I_h$$

Количество индивидуумов собпопуляции определяется уравнением $N_h = S_h + E_h + I_h$. Безусловно, решение таких систем не входит в программу курса высшей математики на биологическом факультете. В реферате и последующей защите в ходе презентации докладчиком дается пояснение входящим коэффициентам и характеристикам, показан результат решения для нахождения числа размножения R_0. Вычисление R_0 основывается на детерминированных уравнениях модели и предполагает отсутствие структуры популяции, но все равно представляет хорошее приближение.

Большое количество дифференциальных моделей в рассматриваемых рефератах сложны к восприятию и несут в себе информационный материал. Вместе с тем, очень важно чтобы будущий исследователь-биолог понимал возможность применения математики для характеристики изучаемого явления с учетом особенностей живых организмов.

Литература

1. Прокашева В. А., Телюк Н. А. Портфель одного уравнения. / Веб-программирование и интернет-технологии WebConf2021 : материалы 5-й Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 18–21 мая 2021 г. / Минск : БГУ, 2021. – С. 296-298.

2. Deam Katharine R. Modeling plaque transmission in Medieval European cities. /Centre for Ecological and Evolutionary Synthesis , Department of Bioscienes, Faculty of Mathematics and Natural Sciences. /: University of Oslo, 2015.

ПРАКТИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ

Расолько Г.А.

Белорусский государственный университет, г. Минск

Применение систем компьютерной математики (СКМ) и компьютерных технологий при изучении дисциплин высшей математики представляет собой один из видов педагогических технологий. Оно позволяет, не отказываясь от принципов фундаментальности классического образования, качественно изменить подходы и методы изложения материала, сделать его более наглядным и доступным, а следовательно, более интересным и привлекательным для основной массы