
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

THEORETICAL AND PRACTICAL MECHANICS

УДК 616.728:51

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОГО МОДУЛЯ ЮНГА ПОРИСТОГО ТИТАНА С ОТКРЫТЫМИ ПОРАМИ НА ОСНОВЕ ТРЕХМЕРНОГО МАССИВА ЯЧЕЕК ГИБСОНА – ЭШБИ

А. В. НИКИТИН¹⁾, Г. И. МИХАСЕВ¹⁾

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Цель исследования – определение эффективного модуля Юнга пористого титана с открытыми порами на основе модели Гибсона – Эшби. Предложены две новые модели в виде трехмерных массивов ячеек Гибсона – Эшби с двумя вариантами соединения вертикальных и горизонтальных балок – шарнирным опиранием и жестким защемлением. Расчеты, выполненные на основе разработанных моделей, сопоставлены с результатами известных моделей и литературными данными. Доказано предположение, что при высокой пористости деформация образцов происходит в большей мере за счет прогиба горизонтальных балок, а при уменьшении пористости значительную роль начинает играть деформация сжатия вертикальных балок.

Ключевые слова: модель Гибсона – Эшби; пористый титан; открытые поры; эффективный модуль Юнга.

Образец цитирования:

Никитин АВ, Михасев ГИ. Оценка эффективного модуля Юнга пористого титана с открытыми порами на основе трехмерного массива ячеек Гибсона – Эшби. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика*. 2022;1:75–82.
<https://doi.org/10.33581/2520-6508-2022-1-75-82>

For citation:

Nikitsin AV, Mikhasev GI. Estimation of the effective Young's modulus for open cell porous titanium based on 3D Gibson – Ashby cell array. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics*. 2022;1:75–82. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-6508-2022-1-75-82>

Авторы:

Андрей Викторович Никитин – старший преподаватель кафедры био- и наномеханики механико-математического факультета.

Геннадий Иванович Михасев – доктор физико-математических наук, профессор; заведующий кафедрой био- и наномеханики механико-математического факультета.

Authors:

Andrei V. Nikitsin, senior lecturer at the department of bio- and nanomechanics, faculty of mechanics and mathematics.
andy.nik@tut.by

Gennadi I. Mikhasev, doctor of science (physics and mathematics), full professor; head of the department of bio- and nanomechanics, faculty of mechanics and mathematics.
mikhasev@bsu.by

ESTIMATION OF THE EFFECTIVE YOUNG'S MODULUS FOR OPEN CELL POROUS TITANIUM BASED ON 3D GIBSON – ASHBY CELL ARRAY

A. V. NIKITSIN^a, G. I. MIKHASEV^a

^aBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: A. V. Nikitsin (andy.nik@tut.by)

The objective of study is to determine the effective Young's modulus of open cell porous titanium based on the Gibson – Ashby model. Two novel models are proposed in the form of 3D Gibson – Ashby cell arrays with two variants for connecting vertical and horizontal beams – hinged support and rigid clamping. Calculations made on the basis of the developed models are compared with results of known models and literature data. It is proved the assumption that at high porosity, the deformation of samples occurs to a greater extent due to the deflection of horizontal beams, and with a decrease in porosity, the compressive deformation of vertical beams is playing an important role.

Keywords: Gibson – Ashby model; porous titanium; open pores; effective Young's modulus.

Введение

Наиболее часто используемые подходы к исследованию механических характеристик пористых структур, встречающиеся в научной литературе, можно разделить на три основные группы:

- представление пористой структуры как континуума с особыми характеристиками композитного материала;
- описание ячеек пористой структуры с помощью теории балок, имеющих определенную толщину стенок;
- прямое моделирование внутренней архитектуры методом конечных элементов с использованием данных компьютерной томографии.

Несмотря на то что последний подход является максимально приближенным к реальной механике сопротивления материала, он слишком трудоемок для применения непосредственно к структурам большого размера [1]. При моделировании вставок из пористого титана в форме параллелепипеда целесообразнее использовать математические модели, построенные на теории балок.

Предложенная в 1997 г. модель Гибсона – Эшби (МГЭ) для расчета эффективного модуля Юнга пористых материалов с открытыми порами является идеализированной и представляет собой ячейку в виде куба [2]. Ребрами такой модели выступают одномерные конечные элементы типа «балка» одинаковой длины. При этом вертикально расположенные балки не испытывают деформацию и обеспечивают заделку горизонтальных балок верхней и нижней граней, к серединным точкам которых приложена внешняя сила [3]. Соотношение Гибсона – Эшби для трехмерных ячеистых структур на основе балок записывается в виде

$$\bar{E} = \frac{E_f}{E_s} = (1 - \phi)^2, \quad (1)$$

где \bar{E} – относительный модуль Юнга; E_f – эффективный модуль Юнга пористого титана; E_s – эффективный модуль Юнга сплошного титана; ϕ – пористость (отношение порового пространства к общему объему).

Соотношение Гибсона – Эшби, вероятно, является наиболее удачным соотношением для прогнозирования эффективных свойств материалов с высокой пористостью (более 70 %) [4]. Однако применение такой модели ограничено геометрическими характеристиками исследуемых образцов, поскольку предполагает равную длину ребер. Расчет пористых структур, имеющих форму разностороннего параллелепипеда, возможен, если представить его объем в виде трехмерного массива определенного количества кубических ячеек. В этом случае каждая отдельная часть дискретной модели является МГЭ с идентичной геометрией, обладая одинаковыми механическими свойствами.

Цель данного исследования – создание математической модели на основе ячеистых МГЭ, описывающей деформацию пористого титана с открытыми порами в зависимости от степени пористости.

Методика исследования

Математическая модель пористой структуры с открытыми порами, рассматриваемая в настоящей работе, представляет собой дискретный параллелепипед размером $a \times b \times c$, составные части которого

являются МГЭ. Каждая такая модель состоит из 12 одномерных балок равной длины l с поперечным сечением $t \times t$. Ячейки располагаются вертикально и дополнительно к этому распределяются по плоскости в двух направлениях, как показано на рис. 1, а.

Количество кубических элементов в каждом направлении имеет свое значение – m, k, n . Ячейки соединяются между собой в столбце двумя жесткими балками высотой h , которые передают напряжение, возникающее под действием силы F , от верхней грани модели к нижней. Помимо этого, сами столбцы соединяются между собой балками длиной l , прикрепленными к серединным точкам ребер боковых граней каждой ячейки. С помощью таких геометрических параметров можно создавать трехмерные массивы любой размерности.

На рис. 1, б, показана линейно-упругая деформация отдельной ячейки. Согласно математической модели Гибсона – Эшби деформация трехмерных структур с высокой пористостью (более 70 %) происходит за счет изгиба δ горизонтальных балок [2]. Поскольку уменьшение пористости образца обусловлено увеличением поперечного сечения балок, то при расчете эффективного модуля Юнга необходимо также учитывать деформацию вертикальных стоек δ_l и δ_h .

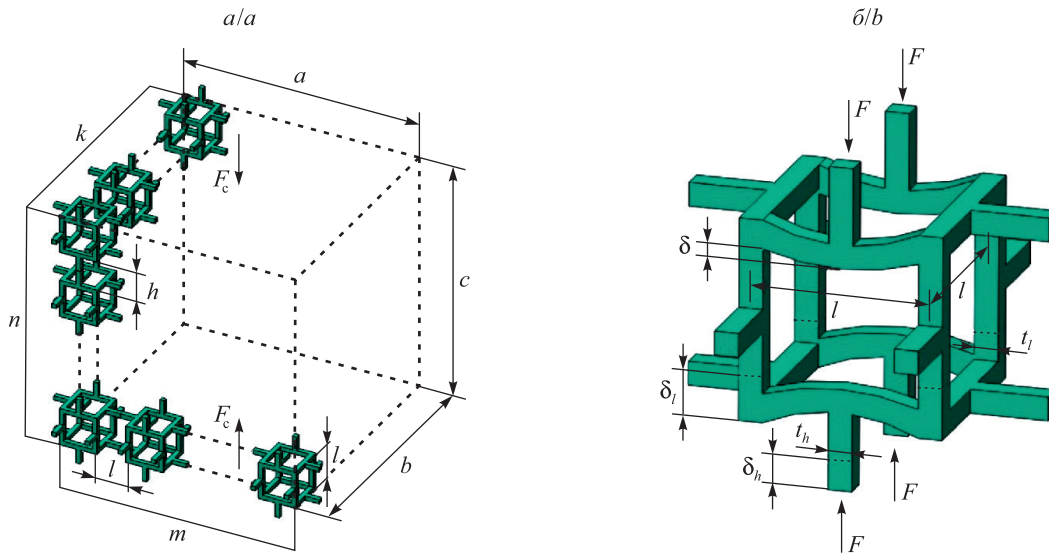


Рис. 1. Математическая модель пористой структуры с открытыми порами, состоящая из n вертикально и $m \times k$ горизонтально расположенных МГЭ (а).
Линейно-упругая деформация отдельной ячейки МГЭ (б)

Fig. 1. Mathematical model of an open pore structure consisting of n vertically and $m \times k$ horizontally arranged Gibson – Ashby models (a).
Linear elastic deformation of a separate cell of the Gibson – Ashby model (b)

Деформации вертикальных балочных элементов l и h можно выразить через их относительные удлинения: $\delta_l = \epsilon_l l$ и $\delta_h = \epsilon_h h$. Если суммарную силу F_c , действующую на верхнюю грань параллелепипеда, представленного в виде массива ячеек размерности $m \times n \times k$, принять равной $2Fmk$, то, используя стандартную теорию балок, деформацию горизонтальной балки можно рассчитать по формуле

$$\delta = C \frac{Fl^3}{E_s I} = C \frac{F_c l^3}{2mkE_s I},$$

где C – поправочный коэффициент, зависящий от типа закрепления балки: $C = \frac{1}{8}$ – шарнирное опирание концов, $C = \frac{1}{192}$ – жесткое защемление концов [2; 5; 6, с. 367–390]; $F_c = 2Fmk$ – суммарная сила, приложенная к верхней грани ячейки; $I = \frac{t^4}{12}$ – осевой момент инерции квадратного сечения.

Относительные удлинения вертикальных балок ϵ_l и ϵ_h найдем через закон Гука, предполагая линейность напряженного состояния:

$$\epsilon_l = \frac{\sigma_l}{E_s} = \frac{F}{2S_l E_s} = \frac{F_c}{4mkt_l^2 E_s},$$

$$\varepsilon_h = \frac{\sigma_h}{E_s} = \frac{F}{2S_h E_s} = \frac{F_c}{2mkt_h^2 E_s},$$

где $S_l = t_l^2$, $S_h = t_h^2$ – площади поперечных сечений балочных элементов.

Напряжение σ_f , возникающее в общем объеме пористого титана вследствие приложенной суммарной силы F_c , рассчитывается по следующей формуле:

$$\sigma_f = \frac{F_c}{a \times b} = \frac{F_c}{(2m-1)(2k-1)l^2},$$

где a, b – стороны основания параллелепипеда.

Обозначив первоначальную длину параллелепипеда $L_0 = nl + (n-1)h$, а длину после деформации $L_1 = n(l - 2\delta - \delta_l) + (n-1)(h - \delta_h)$, можно найти относительную деформацию пористого титана:

$$\begin{aligned} \varepsilon_f &= \frac{L_0 - L_1}{L_0} = \frac{nl + (n-1)h - n(l - 2\delta - \delta_l) - (n-1)(h - \delta_h)}{nl + (n-1)h} = \\ &= \frac{\frac{2nCF_c l^3}{2mkE_s I} + n\varepsilon_l l + (n-1)\varepsilon_h h}{nl + (n-1)h} = \frac{\frac{nCF_c l^3}{mkE_s I} + \frac{nF_c l}{4mkt_l^2 E_s} + \frac{(n-1)F_c h}{2mkt_h^2 E_s}}{nl + (n-1)h}. \end{aligned}$$

Далее определяем эффективный модуль Юнга:

$$\begin{aligned} E_f &= \frac{\sigma_f}{\varepsilon_f} = \frac{F_c}{(2m-1)(2k-1)l^2 \varepsilon_f} = \frac{F_c (nl + (n-1)h)}{(2m-1)(2k-1)l^2 \left(\frac{nCF_c l^3}{mkE_s I} + \frac{nF_c l}{4mkt_l^2 E_s} + \frac{(n-1)F_c h}{2mkt_h^2 E_s} \right)} = \\ &= \frac{(nl + (n-1)h)mkE_s}{(2m-1)(2k-1)l^2 \left(\frac{12Cnl^3}{t_l^4} + \frac{nl}{4t_l^2} + \frac{(n-1)h}{2t_h^2} \right)}. \end{aligned}$$

Если принять, что $t_l = t_h = t$, то, упростив, получим выражение

$$\begin{aligned} E_f &= \frac{(nl + (n-1)h)mkE_s}{(2m-1)(2k-1)l^2 \frac{12Cnl^3}{t^4} \left(1 + \frac{nl + 2(n-1)h}{4t^2} \frac{t^4}{12Cnl^3} \right)} = \\ &= \frac{C_1 (nl + (n-1)h)mk}{12 (2m-1)(2k-1)nl} \frac{t^4}{l^4} E_s \frac{1}{1 + \frac{C_1 (nl + 2(n-1)h)t^2}{48 nl^3}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где m, k, n – количество ячеек в каждом направлении; $C = \frac{1}{8}$.

Согласно расчетам, описанным Л. Дж. Гибсоном и М. Ф. Эшби [2; 3], относительную плотность пористого титана $\bar{\rho}$ можно выразить через геометрические размеры балки t и l :

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_f}{\rho_s} = \left(\frac{t}{l} \right)^2,$$

где ρ_f – плотность пористого титана; ρ_s – плотность сплошного титана.

В таком случае пористость φ можно также записать в виде

$$\varphi = 1 - \bar{\rho} = 1 - \frac{t^2}{l^2}.$$

Тогда толщину балки t выразим через пористость и длину:

$$t = l\sqrt{1 - \varphi}. \quad (3)$$

В случае шарнирного опирания балок ($C_1 = 8$) формула (2) принимает вид

$$E_f = \frac{2}{3} \frac{(nl + (n-1)h)mk}{(2m-1)(2k-1)nl} \frac{t^4}{l^4} E_s \frac{1}{1 + \frac{(nl + 2(n-1)h)t^2}{6nl^3}}, \quad (4)$$

а для жесткого защемления балок ($C_1 = 192$) имеем

$$E_f = 16 \frac{(nl + (n-1)h)mk}{(2m-1)(2k-1)nl} \frac{t^4}{l^4} E_s \frac{1}{1 + \frac{4(nl + 2(n-1)h)t^2}{nl^3}}. \quad (5)$$

Полученные нами выражения (4) и (5) являются универсальными для расчета эффективного модуля Юнга пористых структур в виде параллелепипеда любой размерности. Однако если взять частный случай и применить эти формулы для образца кубической формы, когда $m = k = n$ и $h = l$, то после выражения толщины балки через ее длину согласно уравнению (3) обе формулы будут представлять собой соотношение Гибсона – Эшби (1) с уточняющими коэффициентами для каждого типа закрепления:

$$E_f = (1 - \varphi)^2 E_s \frac{2n}{3(2n-1) \left(1 + \frac{3n-2}{6n} (1 - \varphi) \right)}, \quad (6)$$

$$E_f = (1 - \varphi)^2 E_s \frac{16n}{(2n-1) \left(1 + \frac{4(3n-2)}{n} (1 - \varphi) \right)}. \quad (7)$$

Полученные выражения зависят только от пористости образца и количества ячеек. Формула (6) описывает шарнирное опирание концов балки, а формула (7) – их жесткое защемление. В дальнейшем эти выражения используются для расчета эффективного модуля Юнга и сравнения результатов с литературными данными.

Результаты и их обсуждение

Полученные нами формулы (6) и (7) применялись для расчета эффективного модуля Юнга пористых структур с открытыми порами для десяти математических моделей с различной пористостью (от 5 до 95 %). Поскольку данные выражения зависят только от пористости и количества ячеек, в качестве исследуемой геометрии был выбран массив МГЭ в виде куба размером $200 \times 200 \times 200$. Математическую модель такой конфигурации авторы исследовали при изучении деформации пористого титана с использованием цифровых микроструктур [4]. Результаты, полученные с помощью коммерческого программного пакета *GeoDict*[®] (*Math2Market*, Германия), основанного на итеративном преобразовании Фурье уравнения Липпмана – Швингера, описываются исследователями как реалистичные и соответствующие всем аспектам теории сопротивления материалов. Для нахождения промежуточных значений применялся метод интерполяции. Модуль упругости сплошного титана $E_s = 112$ ГПа, что соответствует характеристикам коммерческого титана Grade 4 (ISO 5832-2), из которого изготавливают пористые вставки для костных имплантатов [7]. Также был рассчитан относительный модуль Юнга как отношение эффективного модуля упругости пористого и сплошного титана: $\bar{E} = \frac{E_f}{E_s}$. Расчет параметров производился для четырех

случаев: шарнирного опирания концов балки ($C_1 = 8$); жесткого защемления концов балки ($C_1 = 192$); соотношения Гибсона – Эшби (1); интерполяции результатов *GeoDict*. Сводная таблица результатов представлена ниже.

Графики зависимости относительного модуля Юнга \bar{E} от пористости образца φ для каждой модели отображены на рис. 2. Фиолетовым и оранжевым цветом показаны кривые зависимости для шарнирного опирания концов балки и их жесткого защемления, рассчитанные по формулам (6) и (7) соответственно. Синим цветом отображены значения параметров для соотношения Гибсона – Эшби (1). Значения относительного модуля Юнга в зависимости от пористости модели, полученные путем интерполяции результатов программного пакета *GeoDict*, на графике отображает кривая зеленого цвета.

Расчет эффективных модулей Юнга и относительных модулей упругости
в зависимости от пористости образцов, типа закрепления балки и метода расчета
Effective and relative Young's modulus calculations depending
on the porosity of a specimen, beam attachment and the calculation method

φ	$C_1 = 8$		$C_1 = 192$		МГЭ		GeoDict	
	\bar{E}	E_f , ГПа	\bar{E}	E_f , ГПа	\bar{E}	E_f , ГПа	\bar{E}	E_f , ГПа
0,050	0,205	22,515	0,586	64,406	0,903	99,275	0,596	65,560
0,100	0,187	20,555	0,552	60,743	0,810	89,100	0,521	57,263
0,200	0,153	16,820	0,486	53,427	0,640	70,400	0,389	42,790
0,300	0,121	13,354	0,419	46,125	0,490	53,900	0,291	32,034
0,400	0,093	10,187	0,353	38,845	0,360	39,600	0,207	22,806
0,500	0,067	7,357	0,287	31,598	0,250	27,500	0,139	15,265
0,600	0,045	4,904	0,222	24,404	0,160	17,600	0,093	10,251
0,700	0,026	2,878	0,157	17,306	0,090	9,900	0,048	5,238
0,800	0,012	1,337	0,095	10,403	0,040	4,400	0,024	2,673
0,900	0,003	0,350	0,037	4,017	0,010	1,100	0,007	0,721
0,950	0,001	0,090	0,013	1,380	0,003	0,275	0,001	0,137

Как видно из рис. 2, кривая, полученная с помощью программного пакета *GeoDict*, проходит между двумя кривыми, рассчитанными для двух типов закрепления. При этом ее начало совпадает с данными для обратного коэффициента $C_1 = 192$ (жесткое защемление концов балки), а конец – с расчетными значениями для обратного коэффициента $C_1 = 8$ (шарнирное опирание концов балки). Это подтверждает наше предположение, что при высокой пористости деформация образцов происходит в большей мере за счет прогиба горизонтальных перемычек, а при уменьшении пористости вследствие увеличения толщины балок значительную роль играет деформация сжатия вертикальных стоек.

Сравним результаты расчетов с литературными данными, описывающими механические испытания на сжатие пенообразных титановых образцов с различной пористостью. Экспериментальные данные, полученные в ходе исследований [8], показали снижение эффективного модуля Юнга при увеличении пористости. Для образцов с пористостью 71; 73 и 76 % модуль упругости составил 2,8; 1,8 и 1,2 ГПа соответственно. Наиболее близкими к этим значениям оказались результаты расчетов для первой модели (шарнирное опирание концов балки) – 2,75; 2,41 и 1,93 ГПа. Модуль Юнга, рассчитанный для четвертой модели (интерполяция результатов *GeoDict*), при пористости образца 71 % был в 2 раза больше и составил 5,1 ГПа. Для третьей модели (соотношение Гибсона – Эшби) этот параметр имел значение 9,4 ГПа.

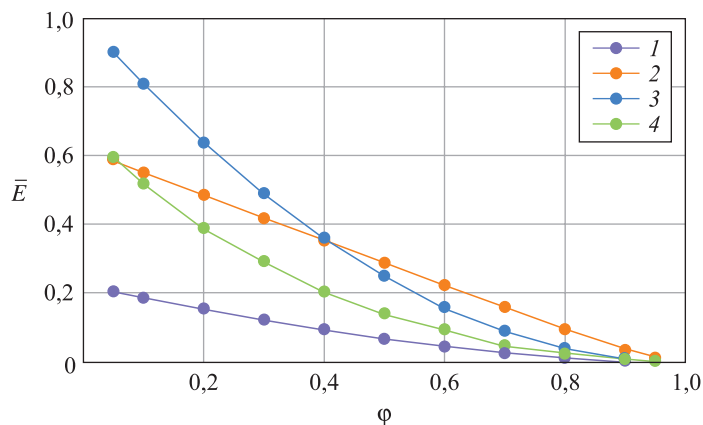


Рис. 2. Графики зависимости относительного модуля Юнга \bar{E} от пористости образца φ с открытыми порами: 1 – $C_1 = 8$; 2 – $C_1 = 192$; 3 – соотношение Гибсона – Эшби; 4 – интерполяция результатов *GeoDict*

Fig. 2. Correlation between relative Young's modulus \bar{E} and porosity φ for open cell foam: 1 – $C_1 = 8$; 2 – $C_1 = 192$; 3 – Gibson – Ashby ratio; 4 – interpolation of *GeoDict* results

В работе [9] изготовленные методом порошковой металлургии титановые вставки со средним уплотнением 60 % подвергались испытаниям на сжатие, в результате чего записывались кривые зависимости напряжения от деформации, и средний модуль Юнга для всех образцов составил 5,3 ГПа. Расчетное значение для первой модели с такой же пористостью – 5,0 ГПа, а для четвертой модели – 10,4 ГПа. Другие испытания на сжатие, проводимые этими же исследователями для образцов с пористостью 63 % [10], показали значение модуля упругости 4,0 ГПа, что также соответствует результату расчета для первой модели, составившему 4,3 ГПа.

Опубликованные в работе [11] результаты испытаний на сжатие включают кривую зависимости напряжения от деформации для титанового образца с пористостью 41 % и эффективный модуль Юнга, равный 41 ГПа. Авторы исследования [12], определяя прочностные характеристики с помощью ультразвукового метода, получили значение 39 ГПа для пористости 41 %. Эти данные хорошо согласуются с результатами расчетов для второй модели (жесткое защемление концов балки) и третьей модели (соотношение Гибсона – Эшби) – 38,8 и 39,0 ГПа соответственно. Также с помощью ультразвукового исследования было получено значение модуля упругости 60 ГПа для образца с пористостью 22 %, что подтверждает адекватность второй модели, для которой значение этого параметра составило 53 ГПа.

Стоит отметить, что в литературе встречались данные механических испытаний на сжатие образцов, изготовленных с использованием других производственных техник, помимо метода порошковой металлургии. При этом результаты кардинально отличались от рассчитанных нами значений. Это свидетельствует, что механические свойства пористых материалов в значительной степени могут зависеть от методов их производства.

Выводы

В описанных выше исследованиях была продемонстрирована методика построения математических моделей на основе МГЭ для пористых металлов с открытыми порами, изготовленных по технологии порошковой металлургии. Полученные с помощью теории балок формулы показали относительно хорошее соответствие результатов расчета литературным данным и подтвердили предположение, что деформация высокопористых образцов происходит в большей степени за счет прогиба горизонтальных перемычек, а при уменьшении пористости также имеет место деформация сжатия вертикальных стоек. Из четырех рассмотренных в статье моделей наиболее информативной и близкой к результатам механических испытаний на сжатие оказалась первая модель с шарнирным опиранием горизонтальных балок (формула (6)). Сравнительный анализ литературных данных позволяет сделать предположение, что данная модель наиболее подходит для расчета структур с пористостью более 60 %.

Результаты расчетов для второй модели с жестким защемлением концов балок показали возможность применения формулы (7) для титановых образцов с пористостью менее 40 %. Прогнозирование эффективного модуля Юнга с помощью данного выражения приемлемо, поскольку представляет собой усредненный вариант между соотношением Гибсона – Эшби и результатами программного пакета *GeoDict*, а также имеет сравнительно хорошее соответствие литературным данным.

В заключение отметим, что формулы (6) и (7) следует применять для образцов высокопористого титана, изготовленных по технологии порошковой металлургии, с максимально равномерно распределенными порами размером 200–500 мкм. Дальнейшие исследования будут направлены на построение математических моделей для пористых титановых вставок, заполненных костной тканью.

Библиографические ссылки

1. Никитин АВ. Определение механических характеристик биокompозита кость – титан на основании данных компьютерной томографии и конечно-элементного моделирования. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика*. 2020;2:79–85. DOI: 10.33581/2520-6508-2020-2-79-85.
2. Gibson LJ, Ashby MF. *Cellular solids. Structure and properties*. 2nd edition. Cambridge: Cambridge University Press; 1997. XVIII, 510 p. (Cambridge solid state science series). DOI: 10.1017/CBO9781139878326.
3. Gibson LJ. Mechanical behavior of metallic foams. *Annual Review of Material Science*. 2000;30:191–227. DOI: 10.1146/annurev.matsci.30.1.191.
4. Uhlířová T, Pabst W. Conductivity and Young's modulus of porous metamaterials based on Gibson – Ashby cells. *Scripta Materialia*. 2019;159:1–4. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2018.09.005.
5. Singh R, Lee PD, Lindley TC, Kohlhauser C, Hellmich C, Bram M, et al. Characterization of the deformation behavior of intermediate porosity interconnected Ti foams using micro-computed tomography and direct finite element modeling. *Acta Biomaterialia*. 2010;6(6):2342–2351. DOI: 10.1016/j.actbio.2009.11.032.
6. Уманский АА, редактор. *Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический*. Москва: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам; 1960. 1046 с.

7. Никитин АВ. Конечно-элементный анализ эффекта врастания костных тканей в процессе остеоинтеграции бесцементного эндопротеза. *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика*. 2013; 13(4, часть 1):90–96.
8. Schuh A, Luyten J, Vidael R, Hönle W, Schmickal T. Porous titanium implant materials and their potential in orthopedic surgery. *Materials Science and Engineering Technology*. 2007;38(12):1015–1018. DOI: 10.1002/mawe.200700246.
9. Wen CE, Mabuchi M, Yamada Y, Shimojima K, Chino Y, Asahina T. Processing of biocompatible porous Ti and Mg. *Scripta Materialia*. 2001;45(10):1147–1153. DOI: 10.1016/S1359-6462(01)01132-0.
10. Wen CE, Yamada Y, Nouri A, Hodgson PD. Porous titanium with porosity gradients for biomedical applications. *Material Science Forum*. 2007;539–543:720–725. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.539-543.720.
11. Thelen S, Barthelat F, Brinson LC. Mechanics considerations for microporous titanium as an orthopedic implant material. *Journal of Biomedical Materials Research. Part A*. 2004;69A(4):601–610. DOI: 10.1002/jbm.a.20100.
12. Davis NG, Teisen J, Schuh C, Dunand DC. Solid-state foaming of titanium by superplastic expansion of argon-filled pores. *Journal of Materials Research*. 2001;16(5):1508–1519. DOI: 10.1557/JMR.2001.0210.

References

1. Nikitsin AV. Estimation of the mechanical properties for bone – titanium biocomposite based on computed tomography data and finite element modeling. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics*. 2020;2:79–85. Russian. DOI: 10.33581/2520-6508-2020-2-79-85.
2. Gibson LJ, Ashby MF. *Cellular solids. Structure and properties*. 2nd edition. Cambridge: Cambridge University Press; 1997. XVIII, 510 p. (Cambridge solid state science series). DOI: 10.1017/CBO9781139878326.
3. Gibson LJ. Mechanical behavior of metallic foams. *Annual Review of Material Science*. 2000;30:191–227. DOI: 10.1146/annurev.matsci.30.1.191.
4. Uhlířová T, Pabst W. Conductivity and Young's modulus of porous metamaterials based on Gibson – Ashby cells. *Scripta Materialia*. 2019;159:1–4. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2018.09.005.
5. Singh R, Lee PD, Lindley TC, Kohlhauser C, Hellmich C, Bram M, et al. Characterization of the deformation behavior of intermediate porosity interconnected Ti foams using micro-computed tomography and direct finite element modeling. *Acta Biomaterialia*. 2010;6(6):2342–2351. DOI: 10.1016/j.actbio.2009.11.032.
6. Umanskii AA, editor. *Spravochnik proektirovshchika promyshlennykh, zhilykh i obshchestvennykh zdaniy i sooruzhenii. Raschetno-teoreticheskii* [Handbook of the designer of industrial, residential and public buildings and structures. Calculation-theoretical]. Moscow: Gosudarstvennoe izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu, arkhitekture i stroitel'nykh materialam; 1960. 1046 p. Russian.
7. Nikitsin AV. Biomechanical assessment of the bone ingrowth effect during cementless endoprosthesis osteointegration. *Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2013;13(4, part 1):90–96. Russian.
8. Schuh A, Luyten J, Vidael R, Hönle W, Schmickal T. Porous titanium implant materials and their potential in orthopedic surgery. *Materials Science and Engineering Technology*. 2007;38(12):1015–1018. DOI: 10.1002/mawe.200700246.
9. Wen CE, Mabuchi M, Yamada Y, Shimojima K, Chino Y, Asahina T. Processing of biocompatible porous Ti and Mg. *Scripta Materialia*. 2001;45(10):1147–1153. DOI: 10.1016/S1359-6462(01)01132-0.
10. Wen CE, Yamada Y, Nouri A, Hodgson PD. Porous titanium with porosity gradients for biomedical applications. *Material Science Forum*. 2007;539–543:720–725. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.539-543.720.
11. Thelen S, Barthelat F, Brinson LC. Mechanics considerations for microporous titanium as an orthopedic implant material. *Journal of Biomedical Materials Research. Part A*. 2004;69A(4):601–610. DOI: 10.1002/jbm.a.20100.
12. Davis NG, Teisen J, Schuh C, Dunand DC. Solid-state foaming of titanium by superplastic expansion of argon-filled pores. *Journal of Materials Research*. 2001;16(5):1508–1519. DOI: 10.1557/JMR.2001.0210.

Получена 24.01.2022 / исправлена 23.02.2022 / принята 23.02.2022.
Received 24.01.2022 / revised 23.02.2022 / accepted 23.02.2022.