ресурсов вычислительной техники устройств коррекции и выбор структурно-функциональной схемы такого устройства.

Предлагаемая взаимосвязь теоретических и экспериментальных исследований существенно усиливает САПР антенных систем, позволяет в процессе двухстадийной коррекции коррелированных параметров технического задания добиться приемлемого оптимального решения из класса допустимых в параметрическом семействе систем «антенна — обтекатель».

Список литературы

1. Дитрих Я. Проектирование и конструирование. Системный подход.— М., 1985.
2. Исследование операций: В 2 т. / Пер. с англ.; Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби.— М., 1981.
3. Пригода Б. А., Кокунько В. С. Обтекатели антенн летательных аппаратов.— М., 1978.

Поступила в редакцию 24.02.86.

УДК 517.917

Б. С. КАЛИТИН

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ НАЛИЧИИ ПЕРВЫХ ИНТЕГРАЛОВ

При исследовании устойчивости точек покоя динамических систем возникают ситуации, когда первые интегралы не дают возможности построить определенно положительную функцию Ляпунова в виде связки интегралов Н. Г. Четаева [1]. Однако в этом случае всегда существует знакопостоянная функция, которая может дать достаточные условия неасимптотической устойчивости, если воспользоваться обобщением теоремы А. М. Ляпунова [2] или [3]. Действительно, пусть задана система дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x), \; x \in D \subset R^n, \tag{1}$$

где $f\colon D \to R^n$ — непрерывная функция, обеспечивающая единственность решений в открытой окрестности D начала координат R^n, причем $f(0) = 0$.

Предположим, что для системы (1) существуют k непрерывных первых интегралов $\varphi_j(x) = c_j$, $\varphi_j(0) = 0$, $j = \overline{1, k}$. Тогда в качестве обобщенной функции Ляпунова можно взять $V(x) = \varphi_1^2(x) + \ldots + \varphi_k^2(x)$. Поскольку $V(x)$ неотрицательна и сохраняет постоянное значение вдоль всякого решения (1), она удовлетворяет первым двум требованиям теоремы 2.1 [2]. Кроме того, в силу свойств инвариантности первых интегралов и теоремы 1.4 [2] последнее, третье, требование теоремы 2.1 [2] будет также выполнено, если нулевое решение (1) будет асимптотически устойчивым относительно множества $M_0 = \{x \in D \mid V(x) = 0\}$, т. е. относительно множества, где

$$\varphi_j(x) = 0, \; j = \overline{1, k}. \tag{2}$$

Предположим, что система уравнений (2) допускает непрерывное решение

$$x_j = \psi_j(x_{k+1}, \ldots, x_n), \; \psi_j(0) = 0, \; j = \overline{1, k}. \tag{3}$$

Тогда на множестве M_0 система (1) редуцируется в систему

$$\dot{x}_j = f_j(\psi(x_{k+1}, \ldots, x_n), x_{k+1}, \ldots, x_n), \; j = \overline{1, k}, \tag{4}$$

где $\psi = (\psi_1, \ldots, \psi_k)$.

Примером рассмотренной ситуации могут служить уравнения Лагранжа, описывающие движения системы материальных точек в позиционных и циклических координатах [4] и подверженных действию внешних сил. Используя имеющиеся здесь циклические первые интегралы, получаем следующий результат.

Теорема. Стационарное движение будет устойчивым при $t>0$ относительно циклических скоростей, если оно асимптотически устойчиво при $t>0$ относительно позиционных координат и скоростей.

Пример. Пусть на сферический маятник длиной l [5], кроме силы тяжести mg, действуют дополнительные силы, суммарный результат которых $F = F(\Theta, \dot\Theta, \dot\psi)$ направлен вертикально вверх. Уравнения Лагранжа здесь имеют вид:

$$\begin{cases} ml^2\ddot\Theta - ml^2\dot\psi^2 \sin\Theta\cos\Theta + mgl\sin\Theta = lF(\Theta, \dot\Theta, \dot\psi), \\ ml^2\ddot\psi\sin^2\Theta + 2ml^2\dot\Theta\dot\psi\sin\Theta\cos\Theta = 0, \end{cases}$$

где Θ — угол отклонения маятника от вертикали; ψ — координата (циклическая) его проекции в горизонтальной плоскости. Система имеет первый интеграл $\dot\psi\sin^2\Theta = \mathrm{const}$. Устойчивость стационарного движения (конический маятник), соответствующего значениям $\Theta = \alpha$, $\dot\Theta = 0$, $\dot\psi = \omega = \mathrm{const}$ [5], путем замены переменных $\Theta = \alpha + x$, $\dot\Theta = y$, $\dot\psi = z + \omega$ сводится к устойчивости при $t > 0$ нулевого решения системы

$$\begin{cases} \dot x = y \\ \dot y = -\frac{g}{l}\sin(\alpha + x) + (w + z)^2\sin(\alpha + x)\cdot\cos(\alpha + x) + \frac{1}{ml}F(x+\alpha, y, w+z), \\ \dot z = -2y(w + z)\,\mathrm{ctg}(\alpha + x). \end{cases}$$

В данном случае $V = [(\omega + z)\sin^2(\alpha + x) - \omega\sin^2\alpha]^2$ и (3) принимает вид: $z = (\omega\sin^2\alpha/\sin^2(x + \alpha)) - \omega$. Несложный подсчет показывает, что первое приближение редуцированной системы (4) в данном случае является линейной системой второго порядка

$$\dot x = y,\ \dot y = ax + by, \tag{5}$$

где $a = -\frac{g}{l}\cos\alpha - \omega^2(1 + 2\cos^2\alpha) + \frac{1}{ml}\cdot\frac{\partial F(\alpha, 0, \omega)}{\partial\Theta} - 2\omega\,\mathrm{ctg}\,\alpha \times$

$$\times\frac{\partial F(\alpha, 0, \omega)}{\partial\dot\psi}\cdot\frac{1}{ml},$$

$$b = \frac{1}{ml}\cdot\frac{\partial F(\alpha, 0, \omega)}{\partial\dot\Theta},$$

поэтому условия асимптотической устойчивости системы (5) при $t > 0$ (а значит, и условия асимптотической устойчивости исследуемого конического маятника) задаются неравенствами $a < 0$, $b < 0$.

Список литературы

1. Четаев Н. Г. Устойчивость движения работы по аналитической механике.— М., 1962.
2. Kalitine B. // RAIRO Automatique: Systems Analysis and Control.—1982.— V. 16.— № 3.— P. 275, 286.
3. Калитин Б. С. Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех.—1984.— № 3.— С. 61.
4. Румянцев В. В. Матем. выводы в динамике космических аппаратов.— 1967.— Вып. 4.
5. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения.— М., 1976.

Поступила в редакцию 14.02.85.

УДК 519.1

А. В. МОЩЕНСКИЙ

ПОЛУМАТРОИДЫ И ДИАГРАММЫ ГЕЙЛА

Матроиды, введенные в тридцатые годы нашего века как обобщение понятия линейной зависимости, к настоящему времени являются одним из основных понятий дискретной математики. В работе [1] при аксиоматизации понятия конической зависимости введено обобщение матроидов,