

А. А. Луцевич, В. Ф. Малишевский

# ОПТИКА И КВАНТОВАЯ ФИЗИКА





Учреждение образования  
«Международный государственный  
экологический институт имени А. Д. Сахарова»  
Белорусского государственного университета

---

А. А. Луцевич, В. Ф. Малишевский

# **ОПТИКА И КВАНТОВАЯ ФИЗИКА**

Рекомендовано учебно-методическим объединением  
по экологическому образованию в качестве пособия  
для студентов учреждений высшего образования,  
обучающихся по специальностям

1-33 01 07 Природоохранная деятельность (по направлениям),  
1-100 01 01 Ядерная и радиационная безопасность

Минск  
ИВЦ Минфина  
2022

УДК 537 (075.8)  
ББК 22.34я73  
Л86

**Рецензенты:**

доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики  
Белорусского государственного аграрного технического университета  
*В. М. Дворянский;*

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры  
информационных технологий в экологии и медицине Международного  
государственного экологического института им. А. Д. Сахарова БГУ  
*В. А. Иванюкович*

**Луцевич, А. А.**

Л86      Оптика и квантовая физика : пособие / А. А. Луцевич. В. Ф. Малишевский. – Минск : МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ, 2022. – 240 с.  
ISBN 978-985-880-214-1.

Рассматриваются теоретические вопросы физической и геометрической оптики, квантовой, атомной и ядерной физики. Акцентируется внимание на базовых понятиях и положениях, глубоком понимании основных законов из школьного курса физики. Решения задач изложены с элементами анализа и необходимыми пояснениями. Для самостоятельной работы предлагаются количественные и качественные задачи с наличием в них практической и экологической составляющих.

Предназначается студентам I–II курса, обучающимся по специальностям 1-33 01 07 Природоохранная деятельность (по направлениям), 1-100 01 01 Ядерная и радиационная безопасность, а также преподавателям и всем интересующимся вопросами оптики и квантовой физики.

**УДК 537 (075.8)  
ББК 22.34я73**

**ISBN 978-985-880-214-1**

© Луцевич А. А., Малишевский В. Ф., 2022  
© МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ, 2022

# СОДЕРЖАНИЕ

|                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------|-----|
| СОДЕРЖАНИЕ .....                                          | 3   |
| ГЛАВА 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА.....                       | 5   |
| 1.1 Основные законы геометрической оптики .....           | 5   |
| 1.2. Линзы .....                                          | 9   |
| 1.3. Формула тонкой линзы .....                           | 12  |
| 1.4. Построение изображений в линзах .....                | 13  |
| 1.5. Оптические приборы .....                             | 17  |
| Методические указания и примеры решения задач .....       | 22  |
| Примеры решения задач .....                               | 24  |
| Задачи: .....                                             | 43  |
| ГЛАВА 2. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА .....                            | 47  |
| 2.1. Принцип Гюйгенса–Френеля .....                       | 47  |
| 2.2. Интерференция света .....                            | 51  |
| 2.3. Дифракция света .....                                | 57  |
| 2.4. Дифракционная решетка .....                          | 60  |
| 2.5. Дисперсия света.....                                 | 64  |
| Методические указания и примеры решения задач .....       | 67  |
| Задания для самостоятельной работы .....                  | 84  |
| 3.1. Тепловое излучение .....                             | 91  |
| 3.2. Квантовая теория излучения. Фотон.....               | 95  |
| 3.3. Фотоэлектрический эффект и его законы.....           | 97  |
| 3.4. Эффект Комптона. ....                                | 105 |
| 3.5. Давление света.....                                  | 108 |
| 3.6. Химическое действие света. ....                      | 110 |
| 3.7. Корпускулярно–волновой дуализм. ....                 | 112 |
| Методические указания по решению задач .....              | 114 |
| Задания для самостоятельной работы .....                  | 131 |
| 4.1. Явления, подтверждающие сложное строение атома ..... | 134 |
| 4.2. Ядерная модель атома .....                           | 138 |
| 4.3. Постулаты Бора .....                                 | 140 |
| 4.4. Люминесценция и ее характеристики.....               | 145 |
| 4.5. Лазеры .....                                         | 148 |
| Методические указания и примеры решения задач .....       | 151 |

|                                                  |     |
|--------------------------------------------------|-----|
| Задания для самостоятельной работы .....         | 163 |
| 5.1. Структура ядра. Ядерные силы .....          | 167 |
| 5.2. Энергия связи. Ядерные реакции.....         | 173 |
| 5.3. Радиоактивность .....                       | 178 |
| 5.4. Цепная реакция .....                        | 186 |
| 5.5. Термоядерные реакции .....                  | 193 |
| 5.6. Ядерная энергетика и проблемы экологии..... | 195 |
| 5.8. Применение радиоактивных изотопов .....     | 202 |
| 5.9. Классификация элементарных частиц.....      | 204 |
| 5.10. Античастицы .....                          | 208 |
| Методические указания по решению задач .....     | 210 |
| Задания для самостоятельной работы .....         | 229 |

# ГЛАВА 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

**Оптика** (от греч. *optike* – наука о зрительных восприятиях) – раздел физики, в котором изучаются оптическое излучение (свет), его распространение и взаимодействие с веществом. Оптическое излучение представляет собой электромагнитные волны, поэтому оптика является частью общего учения об электромагнитном поле. Оптический диапазон длин волн ограничен с одной стороны рентгеновским излучением, а с другой – микроволновым диапазоном радиоизлучения.

**Геометрическая оптика** – раздел оптики, в котором изучаются законы распространения света в прозрачных средах и условия получения изображений на основании математического моделирования физических явлений, происходящих в оптических системах, без учета волновой природы света.

## 1.1 Основные законы геометрической оптики

Законы геометрической оптики, соответствуют экспериментальным данным, если эффекты, вызываемые волновой природой света, такие как интерференция, дифракция и поляризация несущественны. Выводы закономерностей в геометрической оптике строятся дедуктивным методом на основании нескольких простых законов, установленных опытным путём.

**1. Закон прямолинейного распространения света:** в прозрачной оптически однородной среде свет распространяется прямолинейно (световые лучи представляют собой прямые линии).

*Оптически однородной* называют среду, показатель преломления которой не зависит от координат и является постоянным по всему объёму среды.

Линию, вдоль которой переносится световая энергия, называют *лучом*. В оптически однородной среде лучи света представляют собой прямые линии.

*Оптически неоднородной* называют среду, показатель преломления которой изменяется от точки к точке среды (оптическими неоднородностями являются границы раздела сред, включения инородных частиц и др.).

Закон справедлив, когда длина волны света много меньше характерных размеров окружающих предметов.

При падении световых лучей на границу раздела двух прозрачных сред происходит отражение и преломление света, которое описывается соответствующими законами.

2. **Закон отражения световых лучей** устанавливает изменение направления луча в результате взаимодействия света с отражающей (зеркальной) поверхностью: **падающий и отражённый лучи лежат в одной плоскости с нормалью к отражающей поверхности в точке падения, причем эта нормаль делит угол между лучами на две равные части (угол отражения  $\gamma$  равен углу падения  $\alpha$ )** (рис.1.1.). Закон отражения, впервые упоминается в "Катоптрике" Евклида (примерно 300 до н. э.).

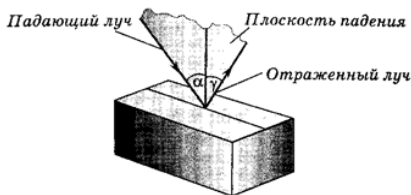


Рис.1.1.

Существует два вида отражения: зеркальное и диффузное. Если параллельный пучок лучей после отражения от плоской поверхности остается параллельным, то такое отражение называют *зеркальным* (рис. 1.2.). Зеркальное отражение происходит, если высота  $h$  микронеровностей отражающей поверхности намного меньше длины световой волны  $\lambda$ . Практически все световые лучи (>99%) отражаются зеркально, если  $h < 0,01 \lambda$ .



Рис.1.2.

Если параллельный пучок лучей после отражения не остается параллельным, то такое отражение называют *диффузным* (рис. 1.3.). Поверхность, отражающая свет диффузно в видимой области спектра, в длинноволновой инфракрасной области отражает его зеркально.

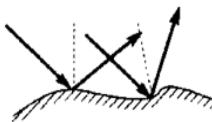


Рис.1.3.

*Зеркало* – оптическая деталь (выполненная из стекла, металла, ситалла или пластмассы), одна из поверхностей которой, покрыта отражающим слоем и имеет шероховатость, не превышающую сотые доли длины волны света.

Изменение направления распространения света при прохождении через границу раздела двух различных прозрачных сред называют *преломлением света*.

**3. Закон преломления световых лучей** устанавливает связь между направлениями светового луча при его переходе из одной однородной среды в другую:

**Падающий и преломлённый лучи лежат в одной плоскости с нормалью к преломляющей поверхности в точке падения, причем падающий и преломленный лучи лежат по разные стороны от нормали (рис.1.4.).**

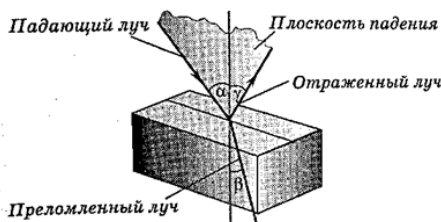


Рис.1.4.

**Направления падающего и преломлённого лучей связаны соотношением**  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$  или  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ , где  $n_1$  и  $n_2$

абсолютные показатели преломления первой и второй сред;  $n_{21}$  – относительный показатель преломления второй (по ходу луча) среды относительно первой (по ходу луча);  $\alpha$  – угол падения (угол между лучом, падающим на поверхность, и нормалью к поверхности в точке падения);  $\beta$  – угол преломления (угол между преломлённым лучом и нормалью к поверхности в точке падения) (рис. 1.4). Закон преломления света открыт В. Снеллиусом (W.Snellius) и Р.Декартом (R.Descartes) в 17 веке.

**Абсолютным показателем преломления среды  $n$**  – называют физическую безразмерную величину, которая показывает, во сколько раз скорость  $c$  света в вакууме больше скорости  $v$  света в данной среде:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}.$$

При больших интенсивностях показатель преломления среды зависит от интенсивности света.

Для ряда веществ показатель преломления изменяется при воздействии внешнего электромагнитного поля.

Для данной среды абсолютный показатель преломления зависит от длины волны света  $\lambda$ , причём в области полос поглощения эта зависимость носит аномальный характер. В рентгеновской области показатель преломления практически для всех сред близок к 1, в видимой области для жидкостей и твёрдых тел  $n \sim 1,5$ ; в инфракрасной области для ряда прозрачных сред  $n \sim 4,0$ .

**Относительный показатель преломления** второй среды относительно первой  $n_{21}$  – физическая безразмерная величина, показывающая, во сколько раз скорость  $v_1$  света в первой среде больше скорости  $v_2$  света во второй среде:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Среду, имеющую больший абсолютный показатель преломления, называют *оптически более плотной* средой по сравнению со средой, имеющей меньший абсолютный показатель преломления.

Среду, имеющую меньший абсолютный показатель преломления, называют *оптически менее плотной средой* по сравнению со средой, имеющей больший абсолютный показатель преломления.

**4. Закон независимого распространения световых лучей:** лучи от различных источников света, которые распространяются в одной области пространства, не взаимодействуют друг с другом (распространяются независимо). Если в какой-либо точке пространства сходятся две системы лучей, то их интенсивности складываются.

**5. Закон (принцип) обратимости световых лучей:** в идеальной оптической системе траектории световых лучей в прямом и обратном направлениях совпадают. Иными словами, можно менять падающий и отраженный или преломленный лучи местами (не изменяя траектории луча, можно изменить направление его распространения на противоположное).

### Полное внутреннее отражение

При преломлении светового луча, падающего на границу раздела из оптически более плотной среды, угол преломления  $\beta$  больше угла падения  $\alpha$ , *поэтому* преломленный луч отклоняется от нормали, проведенной к границе раздела в точке падения на больший угол. Если увеличивать угол

падения  $\alpha$ , то угол преломления достигнет значения  $\beta_0 = 90^\circ$  раньше, чем угол  $\alpha$ . В этом случае проникновение луча света во вторую среду прекращается, т. е. он полностью отражается в первую среду (рис. 1.5). Это явление называется *полным отражением*, а угол падения  $\alpha_0$ , соответствующий углу преломления  $\beta_0 = 90^\circ$ , называют *предельным углом полного отражения*  $\sin \alpha_0 = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ . При угле падения  $\alpha > \alpha_0$  луч

полностью отражается от границы раздела, возникает **явление полного отражения света**, которое часто называют **полным внутренним отражением**.

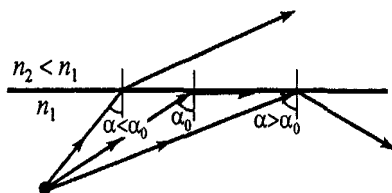


Рис.1.5

Если второй по ходу луча средой является воздух или вакуум ( $n_2=1$ ), то  $\sin \alpha_0 = n_{21} = \frac{1}{n_1}$ . Подчеркнем, что явление полного отражения света можно наблюдать только при переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду при условии, что угол падения луча больше предельного угла полного отражения ( $\alpha > \alpha_0$ ).

## 1.2. Линзы

**Линза** (нем. linse, от лат. lens – чечевица) – изготовленный из прозрачного вещества простейший оптический элемент, ограниченный двумя преломляющими поверхностями (чаще сферической формы), имеющими общую ось либо две взаимно перпендикулярные плоскости симметрии. При изготовлении линз для видимой области применяют оптическое или органическое стекло, в ультрафиолетовом диапазоне – кварц, флюорит и др., в инфракрасном диапазоне – специальные сорта стекол, кремний, германий, сапфир и т. д.

В зависимости от формы преломляющих поверхностей различают: двояковыпуклые, плосковыпуклые, двояковогнутые, плосковогнутые, выпукло–вогнутые и вогнуто–выпуклые линзы.

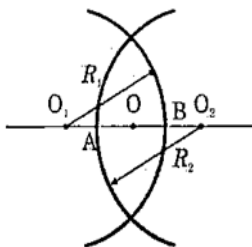


Рис.1.6

По оптическим свойствам линзы делятся на собирающие и рассеивающие. Собирающие линзы превращают параллельный пучок лучей в сходящийся, рассеивающие линзы – в расходящийся.

Линзу, толщина которой пренебрежимо мала по сравнению с радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$  поверхностей, которые ограничивают линзу, называют тонкой. Прямую, проходящую через центры  $O_1$  и  $O_2$  сферических поверхностей, ограничивающих линзу, называют главной оптической осью. Если линза тонкая, то точки  $A$  и  $B$  расположены столь близко друг от друга, что их можно заменить одной точкой  $O$ , которую называют оптическим центром линзы (рис.1.6). Лучи, проходящие через оптический центр линзы, не преломляются.

Прямую, проходящую через оптический центр линзы, не совпадающую с главной оптической осью, называют побочной оптической осью. Плоскость, проходящую через оптический центр линзы перпендикулярно к главной оптической оси, называют главной плоскостью линзы. Точку на главной оптической оси, в которой пересекаются преломленные линзой лучи (если линза собирающая), или продолжения преломленных лучей (если линза рассеивающая), которые падали на линзу пучком, параллельным ее главной оптической оси, называют **главным фокусом  $F$  линзы** (от лат. focus – очаг, огонь).

Подчеркнем, что фокус собирающей линзы является действительным, а фокус рассеивающей линзы – **мнимым**.

Расстояние от оптического центра линзы до ее главного фокуса называют фокусным расстоянием  $F$ .

Плоскость, проходящую через главный фокус линзы перпендикулярно к главной оптической оси, называют фокальной **плоскостью**. Точку пересечения фокальной плоскости и побочной оптической оси называют **побочным фокусом**.

Основные характеристики собирающей и рассеивающей линз приведены на рисунке 1.7 а, б.

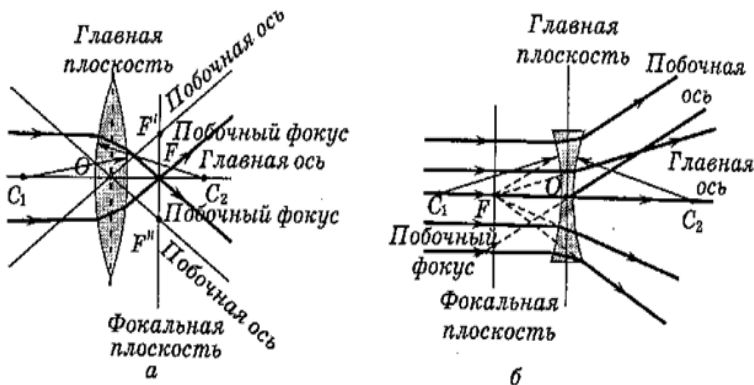


Рис. 1.7

Величину, обратную фокусному расстоянию линзы называют **оптической силой линзы**:  $D = \frac{1}{F}$ .

Единица оптической силы линзы в СИ  $[D] = 1$  дптр (диоптрия) =  $1 \text{ м}^{-1}$ . Для собирающей линзы  $D > 0$ , для рассеивающей линзы  $D < 0$ .

Оптическую силу линзы можно вычислить по формуле

$$D = \frac{1}{F} = \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где  $n$  – абсолютный показатель преломления вещества, из которого изготовлена линза,  $n_0$  – абсолютный показатель преломления окружающей среды;  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны поверхностей, ограничивающих линзу.

Числовые значения радиусов кривизны выпуклых поверхностей в формулу подставляют со знаком «+», а радиусов кривизны вогнутых поверхностей – со знаком «-».

Если абсолютный показатель преломления  $n$  вещества линзы больше, чем абсолютный показатель преломления  $n_0$  окружающей среды, то выпуклые линзы будут собирающими ( $D > 0$ ), а вогнутые – рассеивающими ( $D < 0$ ).

Если  $n < n_0$ , то выпуклые линзы будут рассеивающими ( $D < 0$ ), а вогнутые – собирающими ( $D > 0$ ).

### 1.3. Формула тонкой линзы

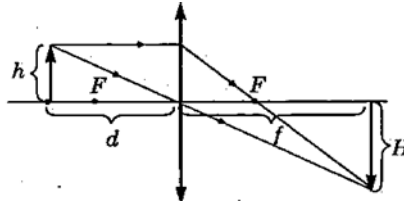


Рис.1.8

**Формулой линзы** называют уравнение, связывающее фокусное расстояние  $F$ , расстояние от предмета до линзы  $d$  и расстояние от линзы до изображения  $f$ . В общем случае (рис. 1.8) формула тонкой линзы имеет вид:  $\pm \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}$ .

Выполняя вычисления по формуле тонкой линзы, необходимо учитывать знаки («+» или «-») величин  $d$ ,  $f$ ,  $F$ .

**Правило знаков:** если линза собирающая, то ее фокус действительный,  $\frac{1}{F}$  подставляют в формулу линзы со знаком «+», если же линза рассеивающая, то ее фокус мнимый и  $\frac{1}{F}$  подставляют в формулу линзы со знаком «-».

Перед слагаемым  $\frac{1}{f}$  ставится знак «+», если изображение действительное, и знак «-» в случае мнимого изображения.

**Действительным изображением** называют оптическое изображение предмета, создаваемое сходящимися пучками реальных световых лучей вышедших из линзы (прошедших оптическую систему) в точках их пересечения. Действительное изображение может быть получено на экране или зафиксировано на фотоплёнке.

**Мнимым изображением** называют оптическое изображение предмета, создаваемое расходящимся пучком лучей, прошедшим линзу (оптическую систему), если мысленно продолжить их до пересечения в обратном направлении. Мнимое изображение, в отличие от действительного, нельзя получить на экране или фотоплёнке. Перед слагаемым  $\frac{1}{d}$  ставится знак «+» в случае действительного источника света (действительного предмета) и знак «-», если источник мнимый (т.е. если

на линзу падает сходящийся пучок лучей, продолжения которых пересекаются в одной точке).

Если  $F$ ,  $f$  или  $d$  неизвестны, то формулу линзы записывают в предположении, что эти величины положительные. Но если в результате вычисления фокусного расстояния, расстояния от линзы до изображения или от источника (предмета) до линзы, получается отрицательное значение, то это означает, что фокус, изображение или источник являются мнимыми.

**Линейным (поперечным) увеличением  $\Gamma$  линзы** называют отношение линейного размера  $H$  (длины или ширины) изображения предмета перпендикулярного главной оптической оси линзы к линейному размеру  $h$  (длине или ширине) самого предмета (рис. 1.9):

$$\Gamma = \frac{H}{h}.$$

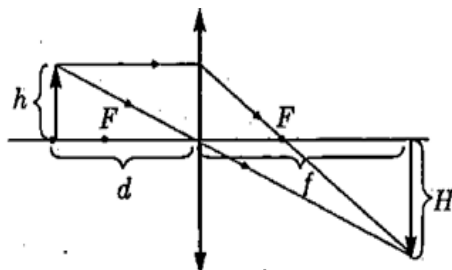


Рис.1.9

При выполнении расчетов по формуле линзы следует помнить следующее:

- увеличенное изображение дает только собирающая линза. Причем возможны два случая: увеличенное действительное изображение и увеличенное мнимое изображение;
- рассеивающая линза всегда дает только мнимое уменьшенное изображение;
- на экране можно получить только действительное изображение.

#### 1.4. Построение изображений в линзах

Для построения изображения точечного источника света достаточно проследить ход двух лучей, от этого источника, до и после преломления в линзе. Изображение предмета представляет собой совокупность изображений отдельных его точек. Если предмет плоский, то для построения изображения достаточно построить изображения крайних

точек предмета (за исключением случая, когда предмет пересекает фокальную плоскость линзы).

Для построения изображения в линзах используют следующие лучи:

1. Луч, который падает на линзу параллельно ее главной оптической оси, после преломления в собирающей линзе проходит через задний фокус линзы; после преломления в рассеивающей линзе луч идет так, что его продолжение проходит через передний фокус линзы (это следует из определения фокусов собирающей и рассеивающей линз).

2. Луч, проходящий через передний фокус собирающей линзы (в направлении на задний фокус рассеивающей линзы), после преломления в линзе идет параллельно главной оптической оси линзы (это следует из определения фокусов собирающей и рассеивающей линз и закона обратимости хода световых лучей).

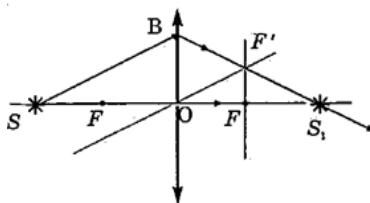


Рис.1.10

3. Луч, который проходит через оптический центр линзы, не испытывает отклонения, поскольку участки двух преломляющих поверхностей для этого луча могут считаться параллельными, кроме того они находятся на малом расстоянии друг от друга.

4. Луч, проходящий через передний двойной фокус собирающей линзы, преломляется так, что преломленный луч проходит через задний двойной фокус. В случае рассеивающей линзы луч, идущий в направлении на ее задний двойной фокус, преломляется так, что его продолжение проходит через передний двойной фокус.

Кроме того, для построения изображений в тонких линзах используются лучи, параллельные какой-нибудь побочной оптической оси. Луч,  $SB$  параллельный побочной оптической оси собирающей линзы, пересекает заднюю фокальную плоскость линзы в той же точке, что и побочная ось (рис. 1.10).

Луч  $SB$ , падающий на рассеивающую линзу параллельно ее побочной оптической оси, после преломления в линзе идет таким образом, что его продолжение пересекает переднюю фокальную плоскость линзы в точке ее пересечения с побочной оптической осью (рис. 1.11).

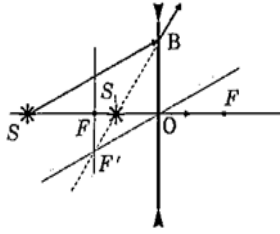


Рис.1.11

Примеры построения изображений в тонких линзах приведены на рисунке 1.12.

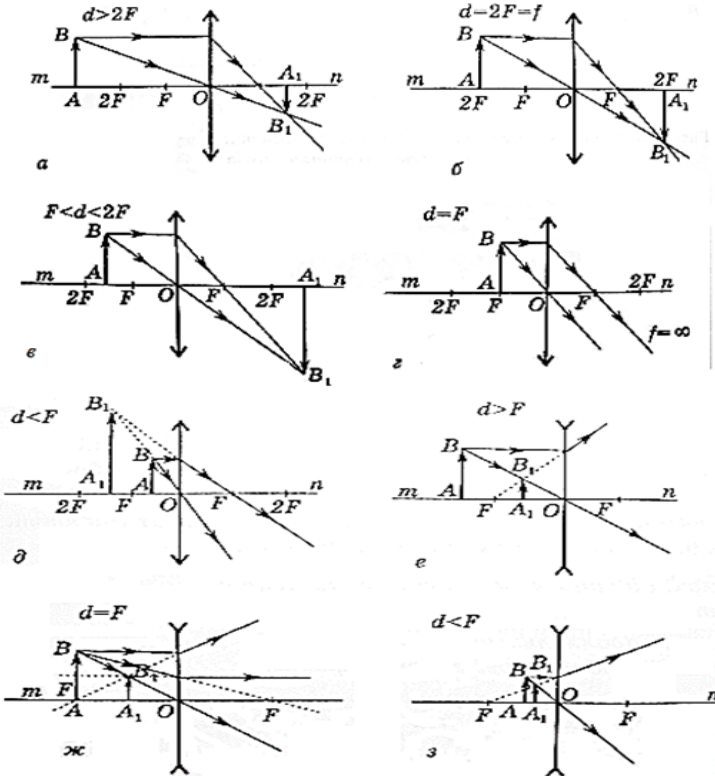


Рис. 1.12: *a* – изображение действительное, обратное, уменьшенное; *б* – изображение действительное, обратное, в натуральную величину; *в* – изображение действительное, обратное, увеличенное; *г* – изображение отсутствует (на бесконечности).

Рис. 1.12:  $d$  – изображение мнимое, прямое, увеличенное;  $e$  – изображение мнимое, прямое, уменьшенное;  $ж$  – изображение мнимое, прямое, уменьшенное в 2 раза;  $з$  – изображение мнимое, прямое, уменьшенное.

Положение изображения, его размеры и вид (действительное или мнимое) в собирающей и рассеивающей линзах, при различных положениях предмета относительно линзы приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| Расстояние от предмета до линзы | Расстояние от линзы до изображения | Размер изображения | Увеличение        | Вид изображения                           |
|---------------------------------|------------------------------------|--------------------|-------------------|-------------------------------------------|
| <b>Собирающая линза</b>         |                                    |                    |                   |                                           |
| $d > 2F$                        | $F < f < 2F$                       | $h > H$            | $\Gamma < 1$      | Действительное, перевернутое              |
| $d = 2F$                        | $f = 2F$                           | $h = H$            | $\Gamma = 1$      | Действительное, перевернутое              |
| $F < d < 2F$                    | $f > 2F$                           | $h < H$            | $\Gamma > 1$      | Действительное, перевернутое              |
| $d = F$                         | $f = \infty$                       | $h = \infty$       | $\Gamma = \infty$ | Изображение отсутствует (в бесконечности) |
| $d < F$                         | $f < 0$                            | $h < H$            | $\Gamma > 1$      | Мнимое, прямое                            |
| <b>Рассеивающая линза</b>       |                                    |                    |                   |                                           |
| $d$<br>Произвольное             | $F < 0$                            | $h < H$            | $\Gamma < 1$      | Мнимое, прямое                            |

### Построение изображения точки, расположенной на главной оптической оси линзы

Чтобы найти, изображение точки  $S$  в собирающей линзе (рис.1.13), проведем из точки  $S$  два луча: луч  $SO$  и луч  $SB$ .

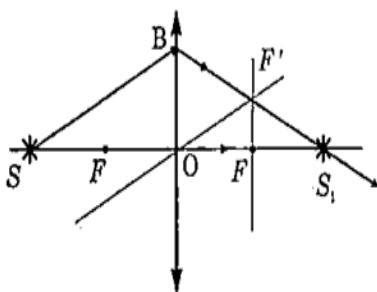


Рис.1.13

Луч  $SO$ , который идет вдоль главной оптической оси, не преломляется, так как проходит через оптический центр линзы. Луч  $SB$  падает на линзу в произвольной точке  $B$ . Проведем побочную ось, параллельную лучу  $SB$  и построим заднюю фокальную плоскость линзы. Побочная ось пересечет фокальную плоскость в побочном фокусе  $F'$ . После преломления в собирающей линзе через побочный фокус  $F'$  пройдут все лучи, параллельные данной побочной оптической оси. Преломленный луч  $BF'$  пересечет луч  $SO$ , идущий вдоль главной оптической оси. Точка  $S_1$  пересечения этих луч является изображением точки  $S$ . Чтобы найти, изображение точки  $S$  в рассеивающей линзе проведем из точки  $S$  два луча: луч  $SO$  и луч  $SB$ . Луч  $SO$ , который идет вдоль главной оптической оси, не преломляется, так как проходит через оптический центр линзы. Луч  $SB$  падает на линзу в произвольной точке  $B$  (рис. 1.14).

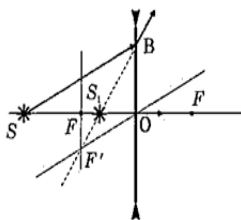


Рис.1.14

Проведем побочную ось, параллельную лучу  $SB$ . Потом построим фокальную плоскость. Побочная ось пересечет переднюю фокальную плоскость линзы в побочном фокусе  $F'$ .

После преломления в рассеивающей линзе через побочный фокус  $F'$  пройдут продолжения всех лучей, параллельных данной побочной оптической оси. Продолжение преломленного луча  $BF'$  пересечет луч  $SO$ , идущий вдоль главной оптической оси. Точка  $S_1$  пересечения этих лучей является изображением точки  $S$ .

## 1.5. Оптические приборы

**Фотоаппарат** – оптико–механический аппарат, предназначенный для получения на фотопленке или фотопластинке изображения сфотографированного предмета. Изображение создается объективом, представляющим собой систему линз, «работающих» как одна собирающая. Расстояние до предмета обычно больше удвоенного фокусного расстояния объектива. Поэтому изображение сфотографированного предмета получается на пленке действительным, перевернутым, уменьшенным (рис. 1.12а).

**Проекционный аппарат** – оптико–механический аппарат, предназначенный для получения на экране действительного увеличенного изображения светящихся или освещенных предметов. Изображение создается объективом, представляющим собой систему линз, «работающих» как одна собирающая. Предмет располагается между фокусом и двойным фокусом объектива. Изображение находится за объективом на расстоянии большем, чем  $2F$  (рис. 1.12в).

**Лупа** – оптическая система, состоящая из короткофокусной собирающей линзы (или системы линз, работающих как одна собирающая), предназначенная для увеличения и наблюдения мелких предметов, расположенных на конечном расстоянии. Наблюдаемый предмет помещают перед лупой на расстоянии, немного меньшем её фокусного расстояния  $F$ . В этих условиях лупа создаёт прямое увеличенное и мнимое изображение предмета, которое находится на расстоянии наилучшего зрения  $d_0 = 25\text{см}$  от оптического центра лупы. Лучи от изображения попадают в глаз под углом  $\alpha$ , большим, чем лучи от самого предмета (угол  $\gamma$ ); этим объясняется увеличивающее действие лупы (рис.1.12 д). Основную часть информации (примерно 90%) об окружающем мире мы получаем с помощью органов зрения. Глаз представляет собой сложную оптическую систему подобную фотоаппарату (рис.1.15).

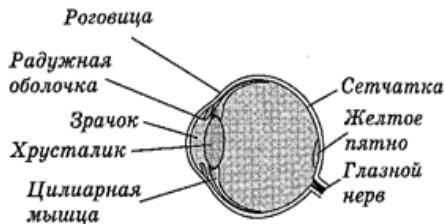


Рис.1.15

Преломляющая система глаза подобна объективу фотоаппарата, а сетчатка – фоточувствительному слою фотопленки.

У глаза имеется *радужная оболочка* (окрашенная часть глаза), которая играет роль диафрагмы и автоматически регулирует количество попадающего в глаз света. *Цвет радужки* зависит от количества пигмента меланина. Тёмные глаза (много меланина в радужке) имеют выходцы из южных солнечных краёв и северных областей со снежными равнинами. В центре *радужной оболочки* находится *зрачок* – отверстие, которое «впускает» световые лучи внутрь

глаза. Пройдя через зрачок, свет падает на *хрусталик* – маленькую двояковыпуклую линзу, – проходит через *стекловидное тело* и падает на внутреннюю, *сетчатую оболочку* глаза.

**Сетчатая оболочка** играет роль светочувствительной пленки, именно она воспринимает световой сигнал и преобразует его в электрические импульсы, которые по нервным волокнам попадают в головной мозг. В сетчатке человеческого глаза примерно 132 млн. клеток, из них около 7 млн. колбочек (отвечают за восприятие цвета) и около 125 млн. палочек (чувствительны к яркости). Сетчатка содержит 7 видов колбочек, каждая из которых настроена на свой цвет. Днем свет воспринимается колбочками, а ночью – палочками. Днем мы отчетливо видим мелкие предметы и различаем их цвет. Слабо освещенные предметы (например, ночью) мы видим только в черно–белых тонах (бесцветными). Напротив зрачка в сетчатке находится так называемое **жёлтое пятно** (область диаметром около 0,25 мм), в середине которого – центральная ямка. Плотность зрительных клеток (палочек и колбочек) в этом месте наибольшая, поэтому здесь наивысшая острота зрения (способность различать мелкие предметы).

**Роговица** – служит предохранительным покрытием и является первой поверхностью, преломляющей свет. **Хрусталик** – это эластичное линзоподобное тело, которое осуществляет настройку нашего зрения на различные расстояния. В оптической системе глаза фокусировку изображения на сетчатке называют *аккомодацией* (от латинского слова *commodus* – удобный). У человека аккомодация происходит за счет увеличения или уменьшения выпуклости хрусталика, которое осуществляется с помощью *цилиарных мышц*. При этом изменяется оптическая сила глаза.

Любую точку пространства мы видим под двумя углами, поэтому мир предстает перед нами трехмерным. Такое зрение называют бинокулярным (стереоскопическим), или объёмным. Объёмное зрение позволяет измерять расстояние «на глаз»: чем ближе предмет, тем больше угол между лучами, идущими в зрачки правого и левого глаза. Обработка этой информации осуществляется в мозгу (на зрительный анализатор глаза – работает 75% мозга). Точка, видимая глазом при расслабленной цилиарной мышце, называется *дальней точкой*, а точка, видимая при максимальном напряжении этой мышцы – *ближней точкой*.

**Расстояние наилучшего зрения** – это расстояние от предмета до глаза, при котором глаз не устает и угол зрения достаточно велик. Размер изображения на сетчатке (рис.1.16) определяется *углом зрения*  $\varphi = \frac{h}{F}$

с вершиной в оптическом центре глаза и лучами, направленными на крайние точки предмета. От бесконечно удаленного предмета в глаз попадает пучок параллельных лучей. В этом случае ( $d = \infty$ ) аккомодации не требуется.

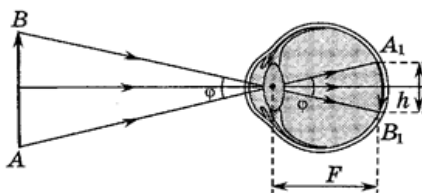


Рис.1.16

Если предмет приближается, то лучи становятся расходящимися. Для того чтобы сделать их снова параллельными, необходимо изменить оптическую силу глаза так, чтобы его фокусное расстояние совпало с расстоянием до предмета, т. е.  $F = d$ . В этом случае оптическая система глаза соберет параллельные лучи на сетчатке. Оптическую силу аккомодационной добавки или аккомодации найдем из условия  $D = \frac{1}{d}$ .

Зрение человека с нормальным зрением характеризуется понятием «нормальный глаз», т. е. расстояние наилучшего зрения около 25 см, а предел зрения (дальняя точка) находится на бесконечности. Для нормального глаза преломляющая сила хрусталика без аккомодации  $D = 19,11$  дптр, а при максимальной аккомодации —  $D_{\max} = 33,06$  дптр; оптическая сила всего глаза,  $D = 58,64$  дптр и  $D_{\max} = 70,57$  дптр, соответственно. Поэтому максимально возможное изменение оптической силы нормального глаза  $\Delta D = D_{\max} - D = 11,93$  дптр. Этому изменению оптической силы соответствует минимальное расстояние  $d_{\min} = 8,4$  см. Следует отметить, что такая аккомодация возможна только в молодости (до 20 лет). С возрастом возможность аккомодации быстро уменьшается в основном из-за уплотнения хрусталика, теряющего способность достаточно сжиматься. Пожилой человек не может отчетливо видеть близкие предметы, а также различать буквы в газетах и книгах. К пятидесяти годам расстояние наилучшего зрения у большинства людей увеличивается в среднем до 50 см.

С возрастом, по болезни или при несоблюдении гигиены у глаз могут появиться дефекты. Два наиболее распространенных дефекта зрения — *близорукость* и *дальнозоркость*.

**Близорукость (миопия)** – недостаток зрения, при котором глаз видит удаленные предметы не резко, расплывчато (предел зрения не равен бесконечности). Изображения предметов при этом не попадают на сетчатку глаза, а фокусируются перед ней (точка  $M$  на рис.1.17а). Для исправления этого недостатка зрения используют очки с рассеивающими линзами (рис.1.17 б).

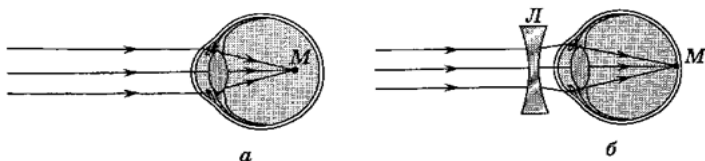


Рис. 1.17

Близорукость: а – ход лучей при близорукости; б – исправление близорукости

**Дальнозоркость (гиперопия)** – недостаток зрения, при котором глаз не в состоянии фокусироваться на близких объектах, хотя удаленные предметы видит хорошо. Изображения предметов при дальнозоркости получаются за сетчаткой (точка  $M$  на рис. 1.18а) и для коррекции зрения необходимо применять собирающие линзы (рис. 1.18б), оптическая сила которых положительна (положительные очки).

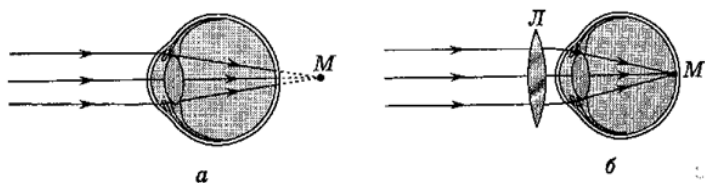


Рис. 1.18

Дальнозоркость: а – ход лучей при дальнозоркости; б – исправление дальнозоркости.

**Очки** – оптический прибор, предназначенный для коррекции человеческого зрения при оптических несовершенствах глаза (корректирующие очки), либо для защиты глаз от вредных воздействий (защитные очки).

**Косоглазие** – дефект, вызванный несогласованной работой глазных мышц, из-за чего глаза смотрят в разные стороны. Мозг в этом случае принимает во внимание только одно изображение. Чтобы заставить работать глаз с ослабленными мышцами, временно закрывают правильно действующий глаз.

**Дальтонизм** – неспособность различать цвета, если колбочки какого–либо вида оказываются с дефектом. Это расстройство зрения названо по фамилии английского химика и физика Джона Дальтона (1766–1844), впервые исследовавшего это явление. Дальтонизмом страдают около 8% мужчин и 0,5% женщин. Одни дальтоники не воспринимают красный цвет, другие – зелёный, третьи – фиолетовый. Встречаются и такие люди, для которых мир «окрашен» только в оттенки серого.

**Куриная слепота** – потеря зрения при слабом освещении. Этот дефект вызван нехваткой витамина А, вследствие чего в палочках не образуется белок зрительный пурпур (именно он под действием света разлагается, а в темноте восстанавливается).

### **Методические указания и примеры решения задач**

Можно выделить несколько видов задач по геометрической оптике.

1. Качественные задачи на построение изображений в зеркалах и количественные задачи, в которых рассматриваются одно или несколько зеркал. Решение таких задач основано на использовании законов зеркального отражения света от границы раздела двух сред.

Задачи на построение изображений чаще всего предусматривают определение положения изображения предмета в зеркале или направления распространения некоторого произвольного луча после его отражения от зеркала путем графического построения. В условиях таких задач, как правило, заданы положение и размеры предмета или направление луча, падающего на зеркало.

Для построения изображения предмета достаточно построить изображение его крайних точек и точек излома, если такие имеются. Это возможно, так как мы рассматриваем идеальные оптические системы, в которых всякая прямая линия преобразуется в прямую.

Решение расчетных задач на отдельное зеркало следует начинать с построения изображения, пользуясь существующими правилами построения изображений. Построив изображение предмета, и обозначив расстояния от предмета и изображения до зеркала, на основании законов отражения света от плоской границы раздела двух сред, составляют расчетные уравнения. Иногда в условии задачи приводятся дополнительные данные, позволяющие составить вспомогательные уравнения, которые очень часто составляются на основе геометрических построений. При решении задач, в которых рассматривают не одно, а два и более положений одного и того же предмета, необходимо строить изображения и составлять уравнения для каждого случая отдельно.

2. Задачи на преломление света на плоской границе раздела двух сред решаются на основании общей формулы второго закона преломления с использованием законов и формул математики. Прежде всего, необходимо сделать схематический рисунок, учитывая, какая из сред по ходу луча является оптически менее плотной. После этого записывают второй закон преломления для каждого перехода луча из одной среды в другую, составляют вспомогательные уравнения на основании данных задачи и решают полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

3. Задачи на построение изображений предметов в отдельной линзе, определение положения линзы, ее типа и положения характерных точек, и на расчет физических характеристик и положения изображения предмета в отдельной линзе или в системе линз.

Задачи на построение изображений предметов в отдельных линзах решаются с учетом особенностей построения изображений в линзах. Для построения изображения светящейся точки достаточно проследить ход двух лучей, вышедших из этой точки, до и после преломления в линзе. Изображение предмета представляет собой совокупность изображений отдельных его точек.

Если предмет плоский, то для построения его изображения достаточно построить изображения крайних точек и точек излома предмета (за исключением случая, когда предмет пересекает фокальную плоскость линзы).

Для построения изображения любой точки предмета в линзе, используют два из четырех основных лучей, ход которых после преломления в линзе известен:

- 1) луч, падающий на линзу параллельно ее главной оптической оси;
- 2) луч, проходящий через передний фокус собирающей линзы, или в направлении на задний фокус рассеивающей линзы;
- 3) луч, проходящий через оптический центр линзы;
- 4) луч, проходящий через передний двойной фокус собирающей линзы, или в направлении на задний двойной фокус рассеивающей линзы.

Кроме того, для построения изображений в тонких линзах используются лучи, параллельные какой-нибудь побочной оптической оси. Луч, параллельный побочной оптической оси собирающей линзы, пересекает заднюю фокальную плоскость линзы в той же точке, что и побочная ось. Луч, падающий на рассеивающую линзу параллельно ее побочной оптической оси, после преломления в линзе идет таким образом, что его продолжение пересекает переднюю фокальную плоскость линзы в точке ее пересечения с побочной оптической осью.

Задачи, в которых требуется путем графического построения определить положение линзы, ее тип и положение характерных точек, также решаются на основании свойств характерных лучей для линзы.

Решение расчетных задач на преломление света в одиночных линзах сводится, к составлению основных и вспомогательных уравнений. Полученную систему уравнений решают относительно искомой величины.

Формула увеличения  $\Gamma = \frac{H}{h}$  верна, если размеры предмета во много раз меньше диаметра линзы, а также он расположен перпендикулярно к главной оптической оси этой линзы.

### Примеры решения задач

**Задача 1.** С какой минимальной частотой  $\nu$  должна вращаться восьмигранная зеркальная призма  $\Pi$  (рис.1.19), чтобы источник света  $S$  был виден в трубу  $T$ ? Расстояние  $OB$  мало по сравнению с расстоянием  $AB = 35$  км.

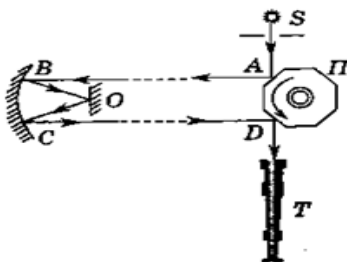


Рис. 1.19

**Дано:**  $AB = 35$  км =  $3,5 \cdot 10^4$  м.

**Найти:**  $\nu$  –?

**Решение.** Луч от источника света  $S$  попадет в зрительную трубу  $T$  только в том случае, если промежуток времени  $\Delta t$ , необходимый для прохождения световым лучом расстояния  $L = AB + BO + OC + CD$  будет равен промежутку времени, в течение которого середина грани  $A$  или середина другой грани призмы совпадет с точкой  $D$  падения луча, идущего в обратном направлении, т. е. если этот промежуток времени составляет  $1/8$  ( $2/8$ ,  $3/8$  и т. д.) периода вращения зеркальной призмы.

По условию задачи  $OB \ll AB$ . Поэтому  $L = AB + CD = 2AB$ . Следовательно,  $\Delta t = \frac{2AB}{c}$ , где  $c$  – скорость света. Угол поворота зеркальной

восьмигранной призмы за этот промежуток времени  $\varphi = n \frac{\pi}{4} \ (n = 1, 2, 3 \dots)$ .

С другой стороны,  $\varphi = \omega \Delta t = 2\pi \nu \Delta t$ . Откуда,  $\Delta t = \frac{n}{8\nu}$ . Таким образом,

$$\frac{2AB}{c} = \frac{n}{8\pi}. \quad \text{Частота } \nu \text{ вращения восьмигранной зеркальной призмы } \Pi$$

$$\nu = \frac{nc}{16AB}. \quad \text{Минимальное значение частоты соответствует } n = 1.$$

$$\text{Следовательно, } \nu_{\min} = \frac{c}{16AB}.$$

Заметим, что в рассмотренном случае в глаз наблюдателя попадают только те лучи, которые падают на грани призмы, расположенные под углом  $45^\circ$  к лучам, падающим на призму, т. е. в глаз попадает прерывистый свет. Но промежутки времени между попаданиями в глаз лучей от соседних граней призмы значительно меньше промежутков времени сохранения глазом зрительного ощущения, поэтому наблюдатель видит непрерывный свет. Если промежуток времени для прохождения лучом расстояния  $L = AB + BO + OC + CD$  не соответствует  $1/8$  оборота призмы ( $2/8, 3/8$  и т. д.), то луч отразится в произвольном направлении и не попадет в глаз наблюдателя.

Подставив числовые значения физических величин, получим:

$$\nu_{\min} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{8 \cdot 35 \cdot 10^3 \text{ м}} = 536 \text{ с}^{-1}.$$

**О т в е т:** Минимальная частота вращения призмы,  $\nu_{\min} = 536 \text{ с}^{-1}$

**Задача 2.** Построением определите на поверхности воды точку  $O$  отражения луча, идущего от лампы  $A$  к наблюдателю в точку  $B$  (рис.1.20 а).

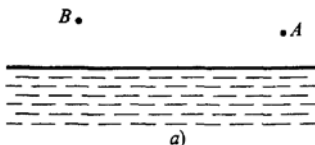


Рис. 1.20 а

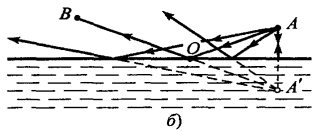


Рис. 1.20 б

**Решение.** Поверхность воды можно считать плоским зеркалом. Все световые лучи, идущие от лампы  $A$ , на поверхности воды будут отражаться, причем продолжения отраженных лучей пересекутся в одной

точке  $A'$  (рис. 1.20 б), расположенной симметрично точке  $A$  относительно поверхности воды, которая будет мнимым изображением лампы. Поскольку над поверхностью воды все отраженные лучи будут распространяться так, как если бы они выходили из точки  $A'$ , то для решения задачи достаточно построить прямую, соединяющую точки  $A'$  и  $B$ , точка пересечения этой прямой с поверхностью воды будет искомой точкой  $O$ .

**Ответ.** Луч отражается от поверхности воды в точке  $O$  (рис. 1.20б).

**Задача 3.** В солнечный день от сосны высотой  $h_c = 4,0$  м образуется тень длиной  $l_c = 80$  см. Определите высоту растущей рядом березы, если длина тени от нее  $l_б = 2,4$  м.

**Дано:**  $h_c = 4,0$  м,  $l_c = 0,80$  м,  $l_б = 2,4$  м.

**Найти:**  $h_б$  – ?

**Решение.** Сделаем схематический рисунок. Из закона прямолинейного распространения света и параллельности солнечных лучей (рис. 1.21), следует, что  $\triangle ABC$  подобен  $\triangle KBM$ . Тогда  $\frac{AB}{KB} = \frac{BC}{BM}$ , или

с учетом обозначений на рисунке  $\frac{h_c}{h_б} = \frac{l_c}{l_б}$

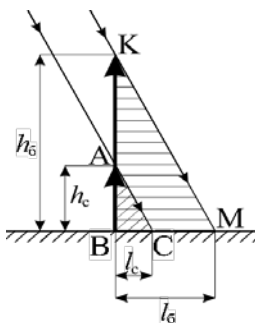


Рис. 1.21

$$\text{Откуда } h_б = \frac{h_c l_б}{l_c} \cdot h_б = \frac{4,0 \text{ м} \cdot 2,4 \text{ м}}{0,80 \text{ м}} = 12 \text{ м.}$$

**Ответ:**  $h_б = 12$  м.

**Задача 4.** Танцовщица в репетиционном классе движется со скоростью, модуль которой  $v_0 = 1,5 \frac{M}{c}$ , под углом  $\alpha = 30^\circ$  к зеркальной стене. Определите модуль скорости, с которой танцовщица приближается к своему изображению.

**Дано:**  $v_0 = 1,5 \frac{M}{c}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ .

**Найти:**  $v_{\text{отн}}$  —?

**Решение.** В любой момент времени танцовщица и ее изображение в зеркале будут расположены симметрично относительно стены. Поскольку за равные промежутки времени танцовщица и ее изображение проходят одинаковые расстояния  $AB = A'B$  (см. рис.1.22), то изображение будет приближаться к зеркалу со скоростью  $v$ , модуль которой равен модулю скорости  $v_0$  танцовщицы, и направленной под углом  $\alpha$  к стене. При этом модуль скорости танцовщицы относительно ее изображения можно найти по теореме косинусов (рис. 1.22).

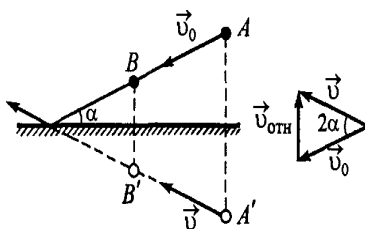


Рис. 1.22 б

Следовательно,  $v_{\text{отн}} = 2v_0 \sin \alpha = 1,5 \frac{M}{c}$ . **Ответ:**  $v_{\text{отн}} = 1,5 \frac{M}{c}$

**Задача 5.** Определите наименьший размер плоского зеркала, если встав перед ним, человек ростом  $h = 170$  см видит себя в полный рост.

**Дано:**  $h = 170$  см.

**Найти:**  $H$  —?

**Решение.** Глядя в зеркало, человек видит свое мнимое изображение  $A'G'$ . Пусть глаза человека находятся на расстоянии  $h'$  от его макушки. Построим ход лучей, отраженных от плоского зеркала (рис. 1.23). Луч, идущий от точки  $A$ , отразившись от зеркала, переходит в луч  $BE$  и попадает в глаз (точка  $E$ ).

Так как луч от точки  $A$  попадает в глаз после отражения в точке  $B$ , то нет необходимости в наличии зеркала ниже этой точки.

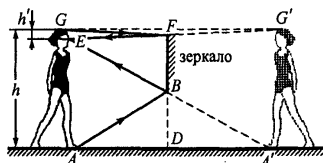


Рис. 1.23

Поскольку угол отражения равен углу падения, то высота  $BD$  составляет половину высоты  $AE$ . Поскольку  $AE = h - h'$ , то  $BD = 0,5(h - h')$ . Аналогично, если человек должен видеть свою макушку, то верхний край зеркала должен доходить только до точки  $F$ , которая на  $0,5h'$  ниже макушки. Следовательно,  $DF = 0,5h'$ , и зеркало должно иметь высоту  $BF = DF - BD = 0,5h = 85$  см. При этом нижний край зеркала должен находиться на высоте  $BD$  от пола.

**Ответ.**  $H = 0,5h = 85$  см.

**Задача 6.** Призма, преломляющий угол которой  $\theta = 45^\circ$ , находится в воздухе. Луч света выходит из призмы под тем же углом, под которым он на нее падает. При этом луч отклоняется от первоначального направления на угол  $\varphi = 25^\circ$ . Определите показатель преломления  $n$  вещества призмы.

**Дано:**  $\theta = 45^\circ$ ,  $\varphi = 25^\circ$ ,

**Найти:**  $n_2$  — ?

**Решение.** Для определения показателя преломления  $n$  вещества призмы необходимо установить связь между преломляющим углом  $\theta$  призмы (угол при ее вершине) и углом отклонения  $\varphi$  луча от первоначального направления.

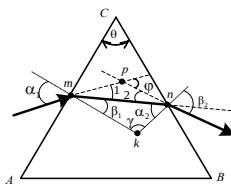


Рис. 1.24

Пусть луч из воздуха падает на призму в точке  $m$ , и выходит из нее в воздух, в точке  $n$ . Введем следующие обозначения:  $\alpha_1, \alpha_2$  — углы падения луча на грани  $AC$  и  $BC$ ,  $\beta_1, \beta_2$  — углы преломления луча на гранях  $AC$  и  $BC$

соответственно. По условию задачи  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ . Из закона преломления на гранях  $AC$  и  $BC$ , следует, что  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$  (рис.1.24). Поскольку угол  $\varphi$  является внешним углом равнобедренного треугольника  $mnp$ , то он равен сумме двух внутренних углов не смежных с ним, т.е.  $\varphi = 2(\alpha - \beta)$ .

Сумма углов треугольника  $mCn$   $\pi = \theta + 2(\frac{\pi}{2} - \beta)$ , следовательно  $\beta = \frac{\theta}{2}$ .

С учетом этого  $\varphi = 2\alpha - \theta$ , откуда  $\alpha = \frac{\varphi + \theta}{2}$ . Закон преломления

света на грани  $AB$  имеет вид:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$ , где  $n_1 = 1$  – абсолютный показатель преломления воздуха,  $n_2$  – абсолютный показатель преломления

стекла. Следовательно,  $n_2 = \frac{\sin \frac{\varphi + \theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$ . Подставив числовые значения

физических величин, получим:  $n_2 = 1,5$ .

**Ответ.**  $n_2 = 1,5$ .

**Задача 7.** Свая высотой  $H = 1,2$  м, установленная перпендикулярно к плоскости горизонтального дна водоема, наполовину выступает над водой. Определите длину тени от сваи на дне водоема при освещении сваи солнечным светом, если известно, что в конечной точке тени на поверхности воды отраженный луч перпендикулярен к преломленному.

**Дано:**  $H = 1,2$  м,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = \frac{4}{3}$ .

**Найти:**  $l$  – ?

**Решение.** В соответствии с законом преломления  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ , где  $n_1$  и  $n_2$  – абсолютные показатели преломления воздуха и воды, соответственно,  $\alpha$  – угол падения луча на границу раздела воздух – вода,  $\beta$  – соответствующий ему угол преломления (рис.1.25). Из рисунка видно, что длина тени на дне водоема  $l = l_1 + l_2$ . Причем  $l_1 = \frac{1}{2} H \operatorname{tg} \alpha$ ,  $l_2 = \frac{1}{2} H \operatorname{tg} \beta$ .

Следовательно,  $l = \frac{1}{2} H (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)$ .

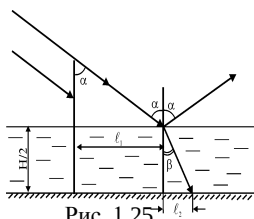


Рис. 1.25

Принимая во внимание, что  $n_1 = 1$  и, кроме того  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , т. е.  $\beta = 90 - \alpha$ , закон преломления можно записать в виде:  $\frac{\sin \alpha}{\sin(90 - \beta)} = n_2$ .

Откуда  $\operatorname{tg} \alpha = n_2$ . С другой стороны,  $\alpha = 90 - \beta$ , т. е.  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(90 - \beta) = \operatorname{ctg} \beta = 1/\operatorname{tg} \beta$ , т. е.  $\operatorname{tg} \beta = 1/n_2$ . Следовательно, искомая длина тени на дне водоема  $l = \frac{H(n_2^2 - 1)}{2n_2}$ . Численно:  $l = 0,62$  м.

**О т в е т.**  $l = 0,62$  м

**Задача 8.** Абсолютный показатель преломления атмосферы некоторой планеты уменьшается с высотой  $h$  над ее поверхностью по закону  $n = n_0 - \alpha h$ . Определите, на какой высоте  $h_0$  над поверхностью планеты находится оптический канал, по которому световые лучи будут обходить планету, оставаясь на постоянной высоте, если радиус планеты  $R_0$ .

**Решение.** Абсолютный показатель преломления атмосферы планеты изменяется, поэтому она является оптически неоднородной средой. Следовательно, траектория светового луча в атмосфере в общем случае представляет собой некоторую кривую. По условию задачи внутри оптического канала траекторией каждого луча является окружность соответствующего радиуса, центр которой совпадает с центром планеты.

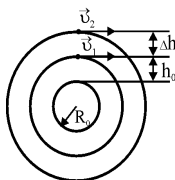


Рис. 1.26

Для луча, соответствующего нижней точке волнового фронта, радиус этой окружности  $R_1=R_0+h_0$ , где  $h_0$  – искомая высота. Для луча, соответствующего верхней точке волнового фронта –  $R_2=R_0+h_0+\Delta h$ , где  $\Delta h$  – ширина оптического канала (рис. 1.26).

Поскольку все точки участка волнового фронта, находящегося внутри оптического канала, должны сделать полный оборот вокруг планеты за одно и тоже время (только в этом случае траекторией каждого луча будет окружность постоянного радиуса), то время обхода планеты обоими лучами должно быть одинаковым, т. е.  $t_1 = t_2$ . С другой стороны

$$t_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1} = \frac{2\pi(R_0 + h_0)}{v_1}, \quad t_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2} = \frac{2\pi(R_0 + h_0 + \Delta h)}{v_2}, \quad \text{где}$$

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{c}{n_0 + \alpha h_0} \quad - \quad \text{скорость света на высоте } h_0,$$

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{c}{n_0 + \alpha(h_0 + \Delta h)} \quad - \quad \text{скорость света на высоте } h_0 + \Delta h.$$

$$\text{Следовательно, } \frac{2\pi(R_0 + h_0)(n_0 + \alpha h_0)}{c} = \frac{2\pi(R_0 + h_0 + \Delta h)(n_0 + \alpha h_0 + \alpha \Delta h)}{c}.$$

После несложных преобразований получим  $2h_0\alpha = n_0 - R_0\alpha - \alpha\Delta h$ .

$$\text{Отсюда, } h_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{n_0}{\alpha} - R_0 - \Delta h \right).$$

Проанализируем полученный результат.

1. Поскольку  $h_0$  не может быть отрицательным числом, то полученное выражение является ответом задачи при условии, что

$$\frac{n_0}{\alpha} \geq R_0 + \Delta h.$$

2. Если ширина оптического канала мала по сравнению с радиусом планеты, т. е.  $\Delta h \ll R_0$ , то  $h_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{n_0}{\alpha} - R_0 \right)$ .

В этом случае отношение  $\frac{n_0}{\alpha}$  должно быть больше чем  $R_0$ .

3. Если  $\frac{n_0}{\alpha} < R_0 + \Delta h$  (для узкого канала  $\frac{n_0}{\alpha} < R_0$ ), то  $h_0 < 0$ .

Физически это означает, что в данном случае оптический канал, удовлетворяющий требованиям задачи, в атмосфере планеты отсутствует.

4. Если  $\frac{n_0}{\alpha} = R_0 + \Delta h$  (для узкого канала  $\frac{n_0}{\alpha} = R_0$ ), то  $h_0 = 0$

и оптический канал находится у поверхности планеты. Заметим, что физическое явление, рассмотренное в данном примере, называют круговой рефракцией света. Оно реально возможно, например, в атмосфере Венеры.

**Задача 9.** Стекланный шар диаметром  $D$  находится в воздухе. На шар падают два симметричных относительно его центра параллельных луча, расстояние между которыми  $d < D$ . Определите, при каких значениях абсолютного показателя преломления  $n$  стекла, лучи пересекутся внутри шара.

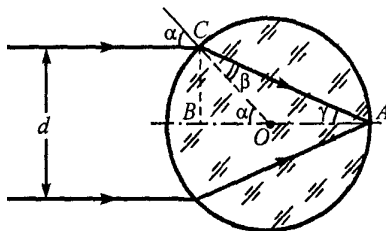


Рис. 1.27

**Решение.** Поскольку  $n > 1$ , то точка пересечения лучей будет находиться правее точки  $O$  (рис.1.27), причем чем меньше  $n$ , тем дальше от центра шара (точка  $O$ ) будет точка пересечения лучей. Из рисунка 1.27

видно, что углы  $\alpha$  и  $\gamma$  одинаковые:  $\alpha = \gamma$ , причем, если  $\beta = \frac{\alpha}{2}$ , то лучи

пересекнутся в точке  $A$  на поверхности шара, (при  $\beta < \frac{\alpha}{2}$  лучи пересекутся

внутри шара). Согласно закону преломления  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} = n$ . Поскольку

$$\sin \alpha = \frac{d}{D}, \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{d^2}{D^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{Следовательно, } n \geq \left[ \sqrt{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{d^2}{D^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

**Задача 10.** Ось  $Ox$  системы координат совпадает с главной оптической осью тонкой линзы. Определите увеличение и фокусное расстояние линзы, если координаты точечного источника света  $x_1 = 4,0$  см,  $y_1 = 8,0$  см, а координаты его действительного изображения –  $x_2 = 34$  см,  $y_2 = -16$  см (Рис.1.28).

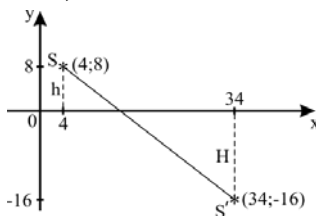


Рис. 1.28

**Дано:**  $d = x_1 = 4,0$  см,  $f = x_2 = 34$  см,  $y_1 = 8,0$  см,  $y_2 = -16$  см.

**Найти:**

$$\frac{H}{h} = ?$$

**Решение.** Из условия задачи следует, что высота предмета,  $h = y_1 = 8,0$  см, а высота его изображения  $H = |y_2| = 16$  см, (см. рис.) Тогда увеличение линзы

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{d} = \frac{16 \text{ см}}{8,0 \text{ см}} = 2.$$

Следовательно,  $f = 2d$ . Тогда,  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{2d} = \frac{3}{2d}$ .

Отсюда  $F = \frac{d}{3} = 2,7$  см.

**Ответ.**  $F=2,7$  см.

**Задача 11.** Предмет находится на расстоянии  $l = 60$  см от экрана. Используя линзу, на экране получают уменьшенное изображение предмета. Затем перемещая линзу, получают на экране другое изображение, в  $n = 2$  раза больше первого. Определите фокусное расстояние  $F$  линзы.

**Дано:**  $l = 60$  см,  $n = 2$ .

**Найти:**  $F$  – ?

**Решение.** Если считать, что линза тонкая, то при первом положении линзы формула, связывающая ее фокусное расстояние с расстоянием  $d$  от предмета до линзы и расстоянием  $f$  от линзы до действительного

изображения  $f = l - d$  этого предмета, имеет вид:  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{l - d_1}$ ,  
а при ее втором положении –  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{l - d_2}$ .

Приравняв правые части этих формул,  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{l - d_1} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{l - d_2}$ ,  
отсюда после несложных преобразований получим  $d_1 + d_2 = l$   
и  $f_1 + f_2 = l$ . Следовательно,  $d_2 = l - d_1$ ,  $f_2 = l - f_1$ .

Если плоский предмет высотой  $h_0$  расположен перпендикулярно к главной оптической оси тонкой линзы и высота его изображения  $h$ ,  
то при первом положении линзы линейное увеличение  $\Gamma_1 = \frac{h_1}{h_0} = \frac{f_1}{d_1}$ , при

втором  $\Gamma_2 = \frac{h_2}{h_0} = \frac{f_2}{d_2}$ . Следовательно,  $h_1 = \frac{h_0 f_1}{d_1}$ ,  $h_2 = \frac{h_0 f_2}{d_2}$ .

По условию задачи  $h_2 = nh_1$ . Подставив значения  $h_1$  и  $h_2$ , получим:

$\frac{h_0 f_1}{d_1} = \frac{nh_0 f_2}{d_2}$ . Откуда  $d_1 f_2 = n d_2 f_1$ . Поскольку  $d_2 = l - d_1$ ,  $f_2 = l - f_1$ , то  
последнее равенство можно записать в виде  $d_1(l - f_1) = n(l - d_1)f_1$  или  
 $d_1^2 = n(l - d_1)^2$ . Следовательно,  $d_1 = \frac{l\sqrt{n}}{\sqrt{n} + 1}$ ,  $f_1 = l - d_1 = \frac{l}{\sqrt{n} + 1}$ .

Подставив значения  $d_1$  и  $f_1$  в формулу линзы, соответствующую ее  
первому положению, получим:  $F = \frac{l\sqrt{n}}{(\sqrt{n} + 1)^2}$ . Следовательно, фокусное

расстояние линзы  $F = \frac{0,6 \text{ м} \sqrt{2}}{(\sqrt{2} + 1)^2} \approx 0,15 \text{ м}$ . Изображение предмета в обоих

случаях постройте самостоятельно.

**Ответ.** Фокусное расстояние линзы  $F \approx 15 \text{ см}$ .

**Задача 12.** Материальная точка массой  $m$  находится на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$ , на расстоянии  $d$  от ее оптического центра, причем  $F < d$ . На точку начинает действовать сила, модуль которой изменяется с течением времени

по закону,  $\vec{P} = \vec{P}_0 \sin \omega t$  направленная перпендикулярно главной оптической оси линзы. Определите максимальное смещение материальной точки от главной оптической оси линзы.

**Решение.** Согласно второму закону Ньютона  $m\vec{a} = \vec{P} = \vec{P}_0 \sin \omega t$ .

Ускорение точки  $\vec{a} = \frac{\vec{P}}{m} = \frac{\vec{P}_0}{m} \sin \omega t$ . Поскольку сила изменяется с течением времени по гармоническому закону, то проекция ускорения на главную оптическую ось  $OX$  линзы также изменяется с течением времени по гармоническому закону:  $\vec{a}_x = \frac{\vec{P}_x}{m} = \frac{\vec{P}_{0x}}{m} \sin \omega t$ . Для гармонических колебаний ускорение связано с координатой соотношением:  $a_x = -\omega^2 x$ , где  $x$  — смещение точки из положения равновесия.

Следовательно,  $-\omega^2 x = \frac{P_x}{m} = \frac{P_{0x}}{m} \sin \omega t$ , откуда  $x = -\frac{P_{0x}}{m\omega^2} \sin \omega t$ .

Смещение будет максимальным, если  $\sin \omega t = -1$ . Таким образом,  $x = \frac{P_{0x}}{m\omega^2}$ . Из формулы линзы следует, что расстояние  $f$  от линзы до изображения точки  $A$ , в момент прохождения точкой нижнего положения:

$$f = \frac{lF}{l-F}. \text{ Увеличение линзы } \Gamma = \frac{f}{d} = \frac{F}{l-F} = \frac{x_{\max}^*}{x_{\max}}, \quad \text{где } x_{\max}^* -$$

максимальное смещение изображения.

$$\text{Следовательно, } x_{\max}^* = \frac{F}{l-F} x_{\max} = \frac{P_0}{m\omega^2} \cdot \frac{F}{l-F}.$$

**Задача 13.** Оптическая система состоит из двух собирающих линз с фокусными расстояниями  $F_1 = 10$  см и  $F_2 = 8$  см. Линзы размещены на расстоянии  $l = 50$  см друг от друга так, что их главные оптические оси совпадают. На расстоянии  $d_1 = 15$  см перед первой линзой находится предмет. Определите положение изображения и его увеличение в данной оптической системе.

**Дано:**  $F_1 = 10$  см,  $F_2 = 8$  см,  $l = 50$  см,  $d_1 = 15$  см

**Найти:**  $f_2$ ?,  $\Gamma$  — ?

**Решение.** Лучи, выходящие из любой точки предмета после преломления сначала в первой, а затем во второй линзе, могут образовывать либо сходящийся, либо расходящийся пучок. В первом случае изображение этой точки в рассматриваемой оптической системе будет действительным, во втором – мнимым. Для построения изображения рассматриваемой точки можно воспользоваться любыми двумя характерными лучами, выходящими из этой точки. В качестве такой точки выберем точку  $B$ , которая является одной из крайних точек предмета, считая его плоским и расположенным перпендикулярно к главной оптической оси (рис. 1.29) обеих линз.

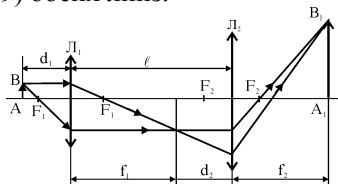


Рис. 1.29

Будем считать, что размеры обеих линз больше линейных размеров предмета. Для построения изображения точки  $B$  в рассматриваемой оптической системе воспользуемся лучом, падающим на первую линзу параллельно главной оптической оси системы, и лучом, проходящим через передний фокус первой линзы. Второй луч после преломления в первой линзе идет параллельно главной оптической оси системы и, преломившись во второй линзе, проходит через ее задний фокус. Первый луч после преломления в первой линзе проходит через ее задний фокус и падает на вторую линзу под произвольным углом, поэтому его направление после преломления во второй линзе определяем с помощью побочной оптической оси. После преломления в оптической системе лучи, вышедшие из точки  $B$ , пересекаются в точке  $B_1$ . Поэтому изображение этой точки предмета в системе является действительным. Аналогично можно показать, что изображения всех остальных точек предмета также будут действительными.

Для определения положения изображения воспользуемся формулой тонкой линзы. Сначала определим положение изображения в первой линзе.

Поскольку  $\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}$ , то  $f_1 = \frac{d_1 F_1}{d_1 - F_1}$ .

Как видно из рисунка, расстояние от изображения, полученного в первой линзе, до второй линзы  $d_2 = l - f_1$ . Следовательно,  $f_2 = \frac{d_2 F_2}{d_2 - F_2}$ .

Подставив значение  $d_2$  в формулу второй линзы, получим

$$f_2 = \frac{F_2(l(d_1 - F_1) - d_1 F_1)}{(d_1 - F_1)(l - F_2) - d_1 F_1}.$$

окончательно

Увеличение системы равно произведению увеличений первой и второй линз (докажите это самостоятельно):  $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{f_1}{d_1} \cdot \frac{f_2}{d_2}$ .

$$\text{Следовательно, } \Gamma = \frac{F_1 F_2}{(d_1 - F_1)(l - F_2) - d_1 F_1}.$$

**Ответ.**  $f_2 = 13,3$  см;  $\Gamma = 1,33$ .

**Задача 14.** На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  на расстоянии  $d$  от нее находится точечный источник света. С другой стороны линзы на расстоянии  $l$  от нее находится плоское зеркало, расположенное перпендикулярно к главной оптической оси линзы. Определите положение изображения в рассматриваемой оптической системе.

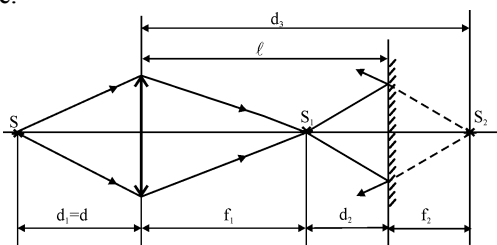


Рис. 1.30

**Решение.** Анализ ситуации, рассматриваемой в задаче, показывает, что лучи от источника света, попав на линзу, преломляются в ней, затем отражаются от плоского зеркала и после повторного преломления в линзе, распространяются в обратном направлении (рис. 1.30). После первого преломления лучи сойдутся в точке  $S_1$ , расположенной на расстоянии  $f_1$  от линзы, причем  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f_1}$ . Изображением точки  $S_1$

в плоском зеркале будет точка  $S_2$ , расположенная на расстоянии  $d_2 = l - f_1$  за зеркалом. Отразившись от зеркала, лучи снова падают на линзу, как бы исходя из точки  $S_2$ , которая является мнимым точечным источником света, находящимся на расстоянии  $d_3 = 2l - f_1$  от нее (рис.1.30). После преломления линзой лучи, или их продолжения, сойдутся на расстоянии

$f_3$  от нее, причем  $\frac{1}{f_3} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d_3} = \frac{1}{F} - \frac{1}{2l - f_1}$ . Отсюда

$$f_3 = \frac{F[2l(1/F - 1/d) - 1]}{2l(1/F - 1/d) + F/d - 2}.$$

Проанализируем полученный результат. Очевидно, что если точка  $S_2$  окажется между линзой и ее первым фокусом, т. е. если  $d_3 < F$ , то изображение в системе будет мнимым. В этом случае точка  $S_1$  должна находиться за зеркалом на расстоянии  $d_2 > l - F$  от него и на расстоянии  $f_1 > 2l - F$  от линзы. Из формулы линзы следует, что в этом случае,

$$d = \frac{Ff_2}{f_2 - F}, \text{ то есть источник находится от линзы на расстоянии}$$

$$d < \frac{F(2l - F)}{2(l - F)}, \text{ причем его изображение в системе будет мнимым.}$$

В частном случае, если зеркало расположено вплотную к линзе ( $l = 0$ ), изображение окажется мнимым, причем  $d < \frac{F}{2}$ . Если  $d > \frac{F(2l - F)}{2(l - F)}$ , то изображение источника света в системе будет действительным.

**Задача 15.** Точечный источник света находится в воздухе на главной оптической оси стеклянной двояковыпуклой линзы, с одинаковыми радиусами кривизны  $R_1 = R_2 = 20$  см, на расстоянии  $d = 30$  см от ее оптического центра. Определите положение источника, если задняя поверхность линзы покрыта тонким слоем серебра.

**Решение.** Лучи света, падая на линзу, преломляются на ее передней поверхности, отражаются от задней и снова преломляются на передней. Поэтому линзу, задняя поверхность которой покрыта тонким слоем серебра, можно рассматривать как оптическую систему, состоящую из двух одинаковых линз с оптической силой  $D_l$  и вогнутого зеркала с оптической силой  $D_3$  (рис. 1.31 а, б). Оптическая сила такой системы  $D = 2D_l + D_3$ . Оптическая сила вогнутого зеркала  $D_3 = \frac{2}{R}$ .



Рис. 1.31

Для нахождения оптической силы линзы воспользуемся формулой

$$D = \frac{1}{F} = \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

По условию линза находится в воздухе, поэтому  $n_0=1,0$ ,  $n=1,5$ . Кроме того,  $R_1 = R_2 = R$ . С учетом этого  $D_{\text{л}} = (n-1) \frac{2}{R}$ .

Следовательно, оптическая сила системы:  $D = \frac{4n-2}{R}$ .

Для определения положения источника воспользуемся формулой линзы:  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ . Тогда  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{4n-2}{R}$ . Отсюда

$$f = \frac{dR}{(4n-2)d - R}.$$

Подставив числовые значения получим  $f = -6,0$  см.

Знак «—» показывает, что изображение источника находится перед системой на расстоянии 6 см от линзы.

**Задача 16.** Человек рассматривает небольшой предмет, используя лупу. Постройте изображение предмета на сетчатке глаза.

**Решение.** Поместим небольшой предмет перед лупой вблизи ее фокальной плоскости. Будем считать, что линза-хрусталик находится непосредственно за лупой, причем на сетчатке получается четкое изображение предмета. Следовательно, задача сводится к построению изображения в системе, состоящей из двух собирающих линз, если положение изображения известно (сетчатка). Для построения изображения предмета  $AB$  используем любую пару лучей 1, 2, 3 (рис.1.32.).

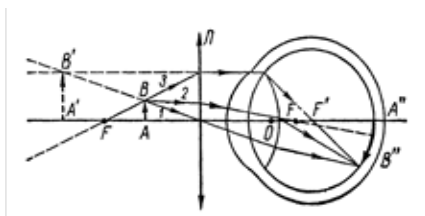


Рис. 1.32

Сначала построим мнимое изображение  $A'B'$  предмета  $AB$  в лупе  $L$ , а после этого – изображение  $A''B''$  в линзе–хрусталике, которое получается на сетчатке глаза считая  $A'B'$  предметом. Глазу наблюдателя «кажется», что изображение предмета находится на продолжении лучей 1, 2, 3 в области их пересечения (пунктир на рис. 119). С другой стороны, изображение  $A'B'$ , является мнимым изображением предмета  $AB$  в лупе  $L$ . Если убрать лупу, и  $A'B'$  сделать предметом, то его изображением на сетчатке будет по-прежнему  $A''B''$ .

**Задача 17.** Небольшой шарик, подвешенный на нити длиной  $l$ , вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси проходящей через точку подвеса. Под шариком на расстоянии  $d$  от плоскости вращения закреплена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F < d$  так, что ее главная оптическая ось совпадает с осью вращения шарика. Определите угловую скорость вращения шарика, если его изображение вращается по окружности радиусом  $R$ .

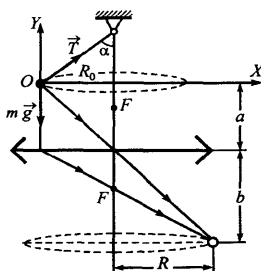


Рис. 1.33

**Решение.** При движении шарика по окружности на него действуют гравитационное поле Земли и нить. Этим воздействиям соответствуют сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила упругости нити  $\vec{T}$ .

Следовательно,  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$ .

Спроецировав векторы, изображающие физические величины на оси координат (рис. 1.33) с учетом того, что  $a = \omega^2 R_0$ , где  $\omega$  угловая скорость шарика, получим:

$$\begin{aligned} OX \mid m\omega^2 R_0 &= T \sin \alpha, & \text{отсюда} & \frac{m\omega^2 R_0}{mg} = \frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \\ OY \mid 0 &= T \cos \alpha - mg. \end{aligned}$$

Таким образом, 
$$\omega = \frac{\sqrt{gtg\alpha}}{R_0} = \sqrt[4]{\frac{g^2}{l^2 - R_0^2}}.$$

Из формулы линзы  $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$  и формулы увеличения

$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{R}{R_0}$ , следует, что  $\frac{F}{d - F} = \frac{R}{R_0}$ . Отсюда,  $R_0 = \frac{R(d - F)}{F}$ .

Таким образом, 
$$\omega = \sqrt[4]{\frac{g^2 F^2}{l^2 F^2 - R^2 (d - F)^2}}.$$

### Задания для самостоятельной работы

#### Вопросы.

1. Почему почва, картон, дерево и т.п. кажутся более тёмными, если их смочить?

2. Можно ли два куска стекла склеить так, чтобы место склейки оказалось невидимым?

3. Почему сажа чёрная, хотя на неё падают лучи всего солнечного спектра?

4. Одинаково ли давление, оказываемое светом на чёрную и белую поверхность?

5. Электрическую лампу накаливают постепенно. Как изменяется при этом спектр её излучения?

6. Автомобили имеют дополнительные противотуманные фары жёлтого цвета. Зачем?

7. Какие светильники предпочтительнее устанавливать в магазинах, где продают ткани: лампы накаливания или лампы дневного света?

8. При изготовлении искусственных перламутровых пуговиц на их поверхности делают мельчайшую штриховку. Почему после этого пуговицы приобретают радужную окраску?

9. Дайте определения следующих физических понятий, или охарактеризуйте их, выделив существенные признаки:

9.1. Отражение света, зеркальное и диффузное отражение, зеркало, плоское зеркало, угол падения, угол отражения.

9.2. Преломление света, угол преломления, абсолютный и относительный показатель преломления, полное внутреннее отражение, предельный угол полного отражения.

10. Как изменяется частота, скорость и длина волны при переходе света из одной среды в другую?

11. Что является причиной преломления волн на границе раздела сред?
12. Что такое абсолютный и относительный показатели преломления?
13. Что такое предельные углы падения и преломления? В чем состоит и при каких условиях наблюдается явление полного внутреннего отражения света?
14. Постройте графики зависимостей:
- 14.1. Скорости света в прозрачной среде от ее абсолютного показателя преломления.
- 14.2. Угла падения от угла преломления.
- 14.3. Абсолютного показателя преломления вещества от длины световой волны.
- 14.4. Абсолютного показателя преломления вещества от частоты света.
15. Сформулируйте основные законы и принципы геометрической оптики. Запишите и обоснуйте формулы, являющиеся их математическими выражениями. Дайте определения физических величин входящих в формулы и назовите их основные единицы в СИ. Определите условия, при которых выполняются эти законы и принципы:
- 15.1. Закон прямолинейного распространения света.
- 15.2. Закон независимости распространения световых пучков.
- 15.3. Закон обратимости хода световых лучей.
- 15.4. Законы отражения света.
- 15.5. Законы преломления света.
16. Дайте определения физических характеристик линзы:
- 16.1. Оптический центр; главный, передний, задний, побочный фокус; главная и побочная оптическая ось линзы.
- 16.2. Оптическая сила, фокусное расстояние, линейное увеличение линзы.
- 16.3. Изображение, мнимое и действительное изображение.
17. Изобразите на рисунках ход основных лучей, которые используют при построении изображений точечного источника света и плоского предмета в собирающей и рассеивающей линзе.
18. Выведите формулу тонкой линзы и формулу ее линейного увеличения.
19. Постройте графики зависимостей:
- 19.1. Расстояния между изображением и тонкой линзой от расстояния между предметом и линзой.
- 19.2. Фокусного расстояния симметричной сферической линзы от радиуса кривизны ее поверхности.
- 19.3. Оптической силы линзы от ее фокусного расстояния.
- 19.4. Линейного увеличения тонкой линзы от расстояния между предметом и линзой.

## Задачи:

1. Тонкий непрозрачный диск радиусом  $R = 0,1$  м находится между точечным источником света и экраном. Расстояние между диском и источником  $L_1 = 1,0$  м, а расстояние между диском и экраном –  $L_2 = 2,0$  м. Определите радиус  $r$  тени от диска на экране, если она имеет форму круга.

2. После вспышки молнии гром прогремел через промежуток времени  $\Delta t = 5,0$  с. Определите, на каком расстоянии  $L$  от наблюдателя произошел грозовой разряд, если скорость звука в воздухе  $v_3 = 3,4 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

3. Зеркало, перед которым стоит настольная лампа, отодвинули от лампы на расстояние  $l = 5,0$  см. Определите изменение расстояния  $\Delta l$  между лампой и ее изображением.

4. Карандаш высотой  $H = 30$  см вертикально стоит на столе на расстоянии  $\Delta L = 1,3$  м от основания зеркала, наклоненного отражающей поверхностью под углом  $\alpha = 45^\circ$  к плоскости стола. Определите минимальное расстояние между точкой на карандаше и точкой на его изображении.

5. Мальчик стоит на расстоянии  $L_1 = 2,5$  м от плоского зеркала и хочет себя сфотографировать. На какое расстояние  $L_2$  он должен установить шкалу глубины резкости фотоаппарата, чтобы получить четкий негатив.

6. Скорость желтого света в воде  $v_1 = 2,250 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , а в стекле –  $v_2 = 1,982 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Определите отношение  $k$  абсолютных показателей преломления стекла и воды.

7. Абсолютный показатель преломления масла  $n_1 = 1,65$ , а стекла –  $n_2 = 1,5$ . Определите показатель преломления масла относительно стекла.

8. Определите длину волны желтого света, испускаемого парами натрия в стекле с показателем преломления  $n = 1,55$ , если длина волны этого света в воздухе  $\lambda = 589$  нм.

9. Луч света падает из воздуха на плоскую стеклянную пластинку под углом  $\alpha = 30^\circ$ , а из стекла попадает в воду. Определите угол  $\beta$  преломления света в воде, если ее абсолютный показатель преломления  $n = 1,33$ .

10. При падении светового луча под углом  $\alpha = 60^\circ$  на границу раздела воздух–стекло, угол между отраженным и преломленным лучами  $\varphi = 90^\circ$ . Определите абсолютный показатель преломления  $n$  стекла.

11. Два взаимно перпендикулярных луча лежащих в плоскости, перпендикулярной поверхности раздела, переходят из воздуха в жидкость. У первого луча угол преломления  $\beta_1 = 30^\circ$ , у второго –  $\beta_2 = 45^\circ$ . Определите абсолютный показатель преломления  $n$  жидкости.

12. При переходе из первой среды во вторую угол преломления  $\beta_1 = 45^\circ$ , а из первой в третью –  $\beta_2 = 30^\circ$  (при одинаковых углах падения). Определите предельный угол  $\alpha_0$  полного отражения луча, идущего из третьей среды во вторую.

13. Луч света падает из воздуха на плоскопараллельную пластинку льда под углом  $\alpha = 45^\circ$  и преломляется в ней под углом  $\beta = 30^\circ$ . Определите предельный угол  $\alpha_0$  полного отражения для льда.

14. Стекланный куб лежит на монете в воздухе. Определите минимальное значение абсолютного показателя преломления  $n$  стекла, если монета не видна через боковые грани куба.

15. В прозрачной среде с показателем преломления  $n = 1,5$  находится сферическая воздушная полость радиусом  $R = 3,0$  см. На полость падает широкий пучок параллельных лучей. Определите радиус  $r$  пучка лучей, попадающих в полость.

16. На плоскую поверхность половины шара диаметром  $D = 4$  см, изготовленного из стекла с абсолютным показателем преломления  $n = 1,41$ , падает параллельный пучок лучей (рис. 1.34). Определите радиус светлого пятна на экране расположенном параллельно плоской поверхности полушара, на расстоянии  $l = 4,82$  см от ее.

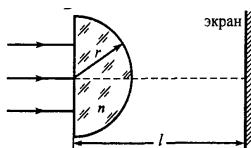


Рис. 1.34

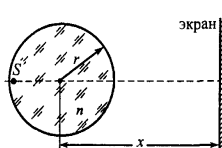


Рис. 1.35

17. Внутри стеклянного шара радиусом  $R$ , изготовленного из стекла с абсолютным показателем преломления  $n = 2$ , слева от центра вблизи поверхности находится точечный источник света  $S$  (рис. 1.35). Определите, на каком расстоянии справа от центра шара находится экран, если радиус светлого пятна на экране равен радиусу шара.

18. Монета лежит в воде на глубине  $H = 2,0$  м. На какой глубине мы увидим монету, если смотреть на нее сверху по вертикали? Абсолютный показатель преломления воды  $n = 1,33$ .

19. Человек, стоящий на берегу пруда глубиной  $H = 1,0$  м, смотрит на камень, лежащий на дне. Определите, на каком расстоянии от поверхности воды человек увидит камень, если луч зрения составляет с вертикалью угол  $\alpha = 60^\circ$ .

20. На нижней поверхности плоскопараллельной пластинки с абсолютным показателем преломления  $n = 1,5$  нанесена царапина. Определите толщину пластинки  $d_1$ , если изображение царапины при рассмотрении по вертикали находится на расстоянии  $d = 6,0$  мм от верхней поверхности пластинки.

21. Световой луч падает под углом  $\alpha = 60^\circ$  на плоскопараллельную пластинку с абсолютным показателем преломлений  $n = 1,73$  толщиной  $d = 6,92$  мм, которая находится в воздухе. Отражаясь от нижней грани пластинки, луч снова попадает в воздух. Определите смещение  $\Delta x$  луча при прохождении пластинки и расстояние  $\Delta L$  между точками входа и выхода луча.

22. На грань призмы, изготовленной из стекла с показателем преломления  $n = 1,73$ , перпендикулярно ее поверхности падает луч света. Определите угол  $\varphi$  отклонения луча после прохождения призмы, если ее преломляющий угол  $\theta = 30^\circ$ .

23. Предмет покрыт стеклянной пластинкой толщиной  $d = 4,8$  см с показателем преломления  $n_1 = 1,6$ . Поверх пластинки налит слой воды толщиной  $h = 10$  см с показателем преломления  $n_2 = 1,33$ . Определите, на каком расстоянии  $L$  от поверхности воды находится изображение предмета при рассмотрении его по вертикали.

24. Угол падения луча на пластинку толщиной  $d = 3,46$  см и показателем преломления,  $n = 1,73$ , равен углу полного отражения для стекла, из которого изготовлена пластинка. Определите смещение луча при прохождении сквозь пластинку.

25. Точечный источник света движется по окружности с центром на оси собирающей линзы в плоскости, перпендикулярной к оси и отстоящей от линзы на расстоянии, большем фокусного расстояния линзы в 1,4 раза. Определите модуль линейной скорости  $v_{\text{источника}}$ , если модуль линейной скорости его изображения  $v = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

26. Расстояние от предмета до плоскости собирающей линзы в пять раз меньше ее фокусного расстояния. Определите линейное увеличение  $\Gamma$  линзы.

27. На тонкую собирающую линзу падает сходящийся пучок лучей. Продолжения лучей пересекаются за линзой на расстоянии  $l_1 = 50$  см, а преломленные лучи – на расстоянии  $l_2 = 25$  см. Определите фокусное расстояние линзы, если обе точки лежат на ее главной оптической оси.

28. Карандаш длиной 20 см расположен вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F = 50$  см. Определите во сколько раз длина изображения карандаша больше его длины, если ближайшая к линзе точка карандаша находится на расстоянии  $d = 60$  см от плоскости линзы.

29. Собирающая линза дает на экране изображение лампы, увеличенное в два раза. После того как линзу подвинули на  $\Delta l = 36$  см ближе к экрану, изображение лампы стало вдвое меньшим. Определите фокусное расстояние линзы.

30. На тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием  $F = 50$  см падает сходящийся пучок лучей так, что продолжения лучей пересекаются в заднем фокусе линзы. Определите, на каком расстоянии от линзы сходятся преломленные лучи.

31. Расстояние от предмета до линзы и от линзы до изображения одинаковы  $d = f = 0,5$  м. Во сколько раз увеличится изображение, если предмет отодвинуть от линзы на расстояние  $\Delta l = 0,15$  м?

32. Определите оптическую силу  $D$  рассеивающей линзы, если известно, что изображение предмета, который находится на расстоянии  $d = 40$  см от линзы, в четыре раза меньше самого предмета.

33. Пучок лучей, параллельных главной оптической оси линзы, после преломления в линзе расходится. Определите оптическую силу  $D$  линзы, если продолжения преломленных лучей пересекаются на расстоянии  $l = 20$  см от линзы.

34. Предмет находится на расстоянии  $d = 36$  см от рассеивающей линзы, фокусное расстояние которой  $F = 12$  см. Определите расстояние  $L$  между предметом и его изображением.

35. Точечный источник света помещен в фокусе рассеивающей линзы с фокусным расстоянием  $F = 4,0$  см. На экране, расположенном за линзой на расстоянии  $l = 3,0$  см, получено светлое пятно. Определите, на какое расстояние  $\Delta L$  нужно переместить источник, чтобы диаметр пятна уменьшился в два раза.

36. Лупа с 3-х кратным увеличением для нормального глаза фокусируется на изображение вблизи расстояния наилучшего зрения. Определите фокусное расстояние  $F$  лупы.

37. Определите оптическую силу  $D$  объектива проекционного аппарата, если предмет, высота которого на диапозитиве  $h = 4,0$  см, на экране, находящемся от объектива на расстоянии  $f = 6,0$  м, имеет высоту  $H = 1,6$  м.

38. Точечный источник света находится на главной оптической оси тонкой собирающей линзы. С другой стороны линзы на расстоянии  $L_0$  от источника расположен экран, плоскость которого перпендикулярна к главной оптической оси линзы. При каком положении линзы диаметр светового пятна на экране будет минимальным?

39. Тонкая собирающая линза с оптической силой  $D = 5,0$  дптр, подвешена в точке  $A$  на нитях так, что расстояние от точки подвеса до оптического центра линзы  $l = 25$  см. Подвес отклоняют до горизонтального положения и отпускают (рис. 1.36.). Определите модуль ускорения изображения точки  $A$  в линзе в момент прохождения линзой нижнего положения.

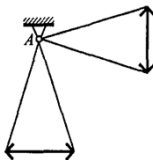


Рис. 1.36

## ГЛАВА 2. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

**Волновая оптика** – раздел физической оптики, изучающий проблемы, связанные с процессами испускания и распространения света, природой света и его взаимодействия с веществом, в которых проявляется волновая природа света (дифракция, интерференция, поляризация, распространение света в анизотропных средах и др.).

### 2.1. Принцип Гюйгенса–Френеля

**Волновой фронт** – поверхность, на всех точках которой волна имеет в данный момент времени одинаковую фазу. Распространение волны происходит в направлении нормали к волновому фронту и может рассматриваться как движение волнового фронта. В трёхмерном случае волновое поле, создаваемое точечным источником, в изотропной среде имеет сферический волновой фронт.

**Принцип Гюйгенса** [по имени голландского механика, физика и математика Х. Гюйгенса (Ch. Huygens; 1629–1695 г.г.)] – принцип, позволяющий определить положение фронта волны в любой момент времени  $t + \Delta t$ , если известны его положение в некоторый предшествующий момент  $t$  и скорость волны: *каждый элемент волнового фронта, которого достигла в данный момент волна, является источником вторичных сферических волн, распространяющихся в первоначальном направлении со скоростью исходной волны. Поверхность огибающая вторичные волны совпадает с новым положением волнового фронта в следующий момент времени* (рис.2.1).

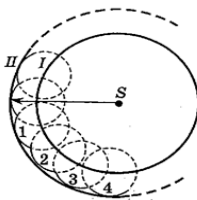


Рис. 2.1

**Принцип Гюйгенса–Френеля:** *все вторичные источники, расположенные на волновом фронте, когерентны между собой. Волна, получаемая в результате интерференции вторичных волн, совпадает с волной, наблюдаемой как исходная от источника* (рис.2.2.). Амплитуда и фаза волны в любой точке пространства определяются как результат интерференции вторичных волн.

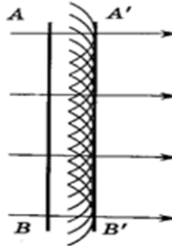


Рис. 2.2

На очень больших расстояниях от точечного источника волны, излучаемые им, можно считать плоскими. Например, световые лучи в приходящем на Землю солнечном излучении, считаются параллельными друг другу.

Принцип Гюйгенса объясняет *прямолинейное распространение* волн. Как видно из рисунка 2.2, волновой фронт  $AB$  плоской волны с течением времени перемещается в одном и том же направлении ( $A'B'$ ), оставаясь параллельным своему начальному положению.

Рассмотрим процессы, происходящие при падении плоской световой волны на плоскую поверхность раздела однородных изотропных и прозрачных сред при условии, что размеры поверхности раздела намного больше длины волны падающего излучения. Пусть на плоскую поверхность  $LM$  раздела двух сред падает плоская световая волна, фронт которой  $AB$  (рис.2.3). Если угол падения  $\alpha$  отличен от нуля, то различные точки фронта  $AB$  волны достигнут границы раздела  $LM$  не одновременно.

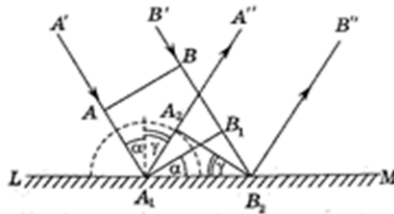


Рис. 2.3

Согласно принципу Гюйгенса, точка  $A_1$ , которой фронт волны достигнет раньше всего (см. рис. 2.2), становится источником вторичных волн. Вторичные волны будут распространяться со скоростью  $v$  и за промежуток времени  $\Delta t = \frac{B_2 A_1}{v}$ , в течение которого точка фронта  $B$

достигнет границы раздела (точка  $B_1$ ), вторичные волны из точки  $A_1$ , пройдут расстояние  $A_1A_2 = v\Delta t$ . Поскольку падающая волна и возникающие вторичные волны распространяются в одной и той же среде, то их скорости одинаковые, и они пройдут одинаковые расстояния  $A_1A = B_2B_1$ .

Касательная, проведенная из точки  $B_2$  к полуокружности радиуса  $A_1A_2 = v\Delta t$ , является огибающей вторичных волн и дает положение фронта волны через промежуток времени  $\Delta t$ . Затем он перемещается в направлении  $A_1A''$ . Из построения следует, что  $\Delta A_1A_2B_2 = \Delta A_1B_2B_1$  и  $\angle A_2B_2A_1 = \angle B_2A_1B_1$ . С учетом определений угла падения  $\alpha$  и угла отражения  $\gamma$  находим, что угол  $\angle B_2A_1B_1 = \alpha$  и  $\angle CB_1A_1 = \gamma$ , как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Следовательно, **угол отражения равен углу падения** ( $\gamma = \alpha$ ).

Кроме того, **луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.**

Таким образом, исходя из волновой теории света, на основании принципа Гюйгенса получен **закон отражения света.**

Рассмотрим теперь, что будет происходить во второй среде, считая, что скорость распространения световых волн  $v_2$  в ней меньше, чем в первой ( $v_2 < v_1$ ) (рис. 2.4).

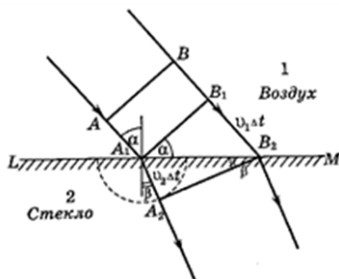


Рис. 2.4

Фронт падающей волны  $AB$  будет перемещаться со скоростью  $v_1$  по направлению  $AA_1$ . К моменту времени  $\Delta t = \frac{B_2B_1}{v_1}$ , когда точка  $B$  фронта

достигнет границы раздела (точка  $B_2$ ), из точки  $A_1$  согласно принципу Гюйгенса, вторичная волна пройдет расстояние  $l_2 = v_2 \Delta t$ . Волновой фронт волны, распространяющейся во второй среде, можно получить, проводя плоскость, касательную к полусфере с центром в точке  $A_1$ .

Из построения видно, что  $\angle B_1 A_1 B_2 = \alpha$ , а  $\angle A_1 B_2 A_2 = \beta$ , как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. С учетом определения **угла преломления**, как угла между перпендикуляром к границе раздела двух сред проведенным через точку падения, и направлением преломленной волны, угол  $\beta$  является углом преломления. С учетом того, что  $A_1 B_2 = \frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha}$  и  $A_1 B_2 = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \beta}$ , получим  $\frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \beta}$ . Отсюда:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$ .

Таким образом, исходя из волновой теории света, получен **закон преломления**, согласно которому: 1) *луч, падающий и луч преломленный, лежат в одной плоскости с перпендикуляром, к плоскости границы раздела двух сред проведенным в точку падения*; 2) *отношение синуса угла падения  $\alpha$  к синусу угла преломления  $\beta$  есть величина постоянная для двух данных сред*.

Отметим, что изменение направления распространения световой волны при ее переходе через границу раздела двух сред (преломление волн) обусловлено изменением скорости распространения электромагнитных волн при переходе излучения из одной среды в другую.

При переходе световой волны из одной среды в другую, ее частота и период остаются неизменными, а длина волны изменяется.

$$\text{Поэтому: } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2 T}{v_1 T} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} = n_{21}.$$

Если обозначить длину волны в вакууме  $\lambda$ , то *длина волны в прозрачной оптически однородной среде с показателем преломления  $n$*  будет определяться соотношением:  $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$ .

Отметим, что этот результат согласуется с постоянством частоты, так как длина волны в вакууме  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ , а в среде  $\lambda_n = \frac{v}{\nu}$ , то получаем

$$\lambda_n = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n \nu} = \frac{v \lambda}{n \nu} = \frac{\lambda}{n}.$$

## 2.2. Интерференция света

*Интерференцией* (от лат. *inter* – взаимно, между собой и *ferio* – ударяю, поражаю), называют сложение в пространстве двух (нескольких) волн, при котором в разных его точках получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны.

Интерференция характерна для волн любой природы: звуковых волн, волн на поверхности воды, электромагнитных волн и др., причем устойчивую интерференционную картину дают, только *когерентные волны*, т. е. волны, имеющие одинаковые частоты и постоянную во времени разность фаз колебаний. Для осуществления интерференции поперечных волн, кроме когерентности, необходимо, чтобы им соответствовали колебания вдоль одного направления.

При интерференции света происходит пространственное перераспределение энергии светового излучения, которым сопровождается наложение двух или нескольких световых волн. Интерференция света характеризуется регулярным чередованием в пространстве областей с пониженной и повышенной интенсивностями света в виде темных и светлых полос. Они получаются в результате наложения когерентных световых волн, векторы напряженности электрических (магнитных) полей которых параллельны друг другу. Если векторы напряженности электрических (магнитных) полей когерентных световых волн взаимно перпендикулярны, то такие световые волны не интерферируют. Пусть две плоские световые волны, имеющие одинаковые частоты и амплитуды, излучаются источниками  $S_1$  и  $S_2$ , находящимися на расстояниях  $d_1$  и  $d_2$  от точки наблюдения  $M$ , которая размещена в области перекрытия световых пучков, соответствующих этим волнам (рис. 2.5).

Поскольку все основные свойства света обусловлены электрическим полем световой волны, будем рассматривать только ее электрическую составляющую (вектор напряженности электрического поля световой волны называют обычно *световым вектором*).

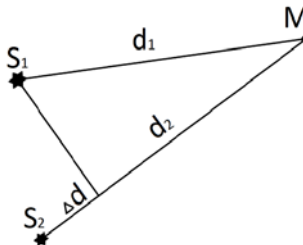


Рис. 2.5

Допустим, первая световая волна распространяется в среде, абсолютный показатель преломления которой  $n_1$ , а вторая – в среде с абсолютным показателем преломления  $n_2$ .

Напряженность электрического поля первой волны в точке наблюдения  $E_1$ , причем  $E_1 = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda_1}\right)$ , где  $\lambda_1$  – длина световой волны в первой среде. Если длина световой волны в вакууме  $\lambda_0$ , то длина этой волны в среде с абсолютным показателем преломления  $n$  –  $\lambda_1 = n_1 \lambda_0$ .

Принимая во внимание, что длина световой волны в первой среде  $\lambda_1 = n_1 \lambda_0$ , получим  $E_1 = E_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi n_1 d_1}{\lambda_0}\right)$ .

Аналогично, напряженность электрического поля второй световой волны в выбранной точке  $E_2 = E_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi n_2 d_2}{\lambda_0}\right)$ .

Допустим, векторы  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  колеблются вдоль одной прямой в одном направлении (световые волны одинаково поляризованы). Тогда напряженность электрического поля результирующей световой волны

$$E = E_1 + E_2, \text{ т. е. } E = E_0 \left( \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1 d_1\right) + \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n_2 d_2\right) \right).$$

Отсюда:

$$E = 2E_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{n_2 d_2 - n_1 d_1}{2} \right) \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \left( \frac{n_1 d_1 + n_2 d_2}{2} \right)\right).$$

Амплитуда результирующей волны в точке наблюдения

$$A = 2E_0 \cos \frac{\Delta\varphi}{2}, \text{ где } \Delta\varphi = \frac{2\pi(n_2 d_2 - n_1 d_1)}{\lambda_0} - \text{разность фаз колебаний,}$$

которые складываются в точке наблюдения. Поскольку произведение абсолютного показателя преломления среды и геометрической длины пути  $d$  называется оптической длиной пути, то выражение для разности фаз можно записать в виде  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$ , где  $\delta = n_2 d_2 - n_1 d_1$  – оптическая

разность хода световых интерферирующих волн.

Если разность фаз кратна  $2\pi$  ( $\Delta\varphi = 2m\pi$ ), то  $\cos \frac{\Delta\varphi}{2} = \cos m\pi = \pm 1$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , то амплитуда результирующей волны в точке наблюдения максимальная, причем  $E_{\max} = 2E_0$ . Если разность фаз кратна  $\pi$  радиан ( $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$ ),  $\cos \frac{\Delta\varphi}{2} = \cos \frac{(2m+1)\pi}{2} = 0$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , то амплитуда результирующей волны в точке наблюдения будет равна нулю.

Уровень зрительного ощущения определяется не амплитудой колебаний, а их интенсивностью, т.е. световой энергией, падающей на единицу площади сетчатки глаза за единицу времени. Объективные приемники света также фиксируют интенсивность световой энергии. Интенсивность излучения пропорциональна квадрату амплитуды:  $I \sim A^2 \sim 4E^2 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$ .

Поэтому интенсивность результирующей световой волны в точке наблюдения  $I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$ , где  $I_0$  – интенсивность каждой из световых волн, интерферирующих в выбранной точке. В точках максимума  $I_{\max} = 4I_0$ , в точках минимума  $I_{\min} = 0$ . Таким образом, при интерференции света имеет место перераспределение энергии световых волн в пространстве. Поэтому закон сохранения энергии в этом случае выполняется не локально (не в каждой точке), а для всей интерференционной картины в целом, т.е.  $\langle I \rangle = \frac{1}{2}(I_{\min} + I_{\max}) = 2I_0$ .

Если подставить полученные выше значения разности фаз, соответствующие максимальному и минимальному значениям интенсивности результирующей волны, в формулу  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$ , получим:

1) максимумы интенсивности наблюдаются в тех точках пространства, для которых оптическая разность хода равна четному числу полуволин  $\delta = 2m \frac{\lambda_0}{2}$ ;

2) минимумы интенсивности соответствуют тем точкам пространства, для которых оптическая разность хода равна нечетному числу полуволин  $\delta = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2}$ ;

3) в тех точках пространства, для которых  $\delta$  отличается от целого числа полуволн, наблюдается частичное усиление или ослабление результирующей волны.

Таким образом, при наложении световых волн, устойчивая интерференционная картина, может быть получена, если одновременно выполнены четыре условия: частота обеих волн одинакова; разность фаз колебаний в каждой точке пространства не зависит от времени; волны одинаково поляризованы; амплитуды колебаний обеих волн в точке наблюдения примерно одинаковы, т. е.  $A_1 \approx A_2$ .

Необходимо подчеркнуть, что выполнение второго условия при излучении света двумя независимыми источниками света невозможно (если только не используется лазерное излучение). Это объясняется тем, что световое излучение состоит из волн, излучаемых внутриатомными электронами. Возбужденный атом излучает ряд или, как принято говорить, *цуг волн* в течение промежутка времени  $\tau \sim 10^{-8}$  с. Такой цуг имеет

протяженность  $\delta = c\tau = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10^{-8} \text{с} \approx 3 \text{ м}$ . Фаза нового цуга волн,

излучаемого тем же атомом через некоторое время, не зависит от фазы предыдущего цуга. Поэтому световая волна, которую излучает тело, представляет собой сумму цугов волн, которые излучаются отдельными атомами. В волне излучение одной группы атомов через промежуток времени  $\tau \sim 10^{-8}$  с заменяется излучением другой группы. При этом фаза результирующей волны имеет случайные скачкообразные изменения. Поскольку плоскость колебаний светового вектора каждого цуга ориентирована случайным образом, то в результирующей волне колебания различных направлений представлены с равной вероятностью.

Когерентные световые волны можно получить, разделив волну, которую излучает один источник, на две части. Если после этого заставить их пройти разные оптические пути и потом свести вместе, то в точках наложения волн друг на друга будет наблюдаться устойчивая интерференционная картина. При этом оптическая разность хода волн от точки деления до точки наблюдения должна быть не больше длины одного цуга. В противном случае накладываются колебания, соответствующие разным цугам, поэтому разность фаз между ними непрерывно изменяется, и устойчивая интерференционная картина не наблюдается.

Возможность наблюдения интерференции света существенно зависит от степени его монохроматичности. Так, например, видимый солнечный свет можно рассматривать как гармоническую волну, амплитуда, частота

и фаза которой быстро изменяются, при этом длина цуга не превышает  $10^{-4}$  см. Свет, излучаемый разреженными газами в виде узких спектральных линий, близок к монохроматическому, его фаза практически не изменяется на расстояниях до 10 см. Длина цуга лазерного излучения достигает нескольких километров. Поэтому в белом солнечном свете можно наблюдать только несколько интерференционных полос, расположенных симметрично по отношению к максимуму нулевого порядка, которые в этом случае окрашены, поскольку положение интерференционных минимумов и максимумов зависит от длины волны.

В зависимости от способов получения когерентных световых волн (световых пучков) выделяют схемы с делением волнового фронта и схемы с делением амплитуды. При первом способе сводятся вместе световые пучки, изначально отличающиеся направлением распространения от источника. В схемах с делением амплитуды волнового фронта излучение источника делится полупрозрачными границами раздела оптических сред. В этих схемах имеет место интерференция света, отраженного от двух или нескольких границ раздела оптически разнородных сред.

К схемам с делением волнового фронта относятся: схема Юнга, бипризма Френеля, билинза Бийе и др. Например, в схеме Юнга свет от ярко освещенного Солнцем малого отверстия (узкой щели)  $A$  попадает на два близко расположенных друг от друга малых отверстия (узкие щели)  $S_1$  и  $S_2$ . Согласно принципу Гюйгенса, отверстие  $A$  можно считать точечным источником полусферических волн, падающих на отверстия  $S_1$  и  $S_2$ . Эти отверстия в свою очередь являются новыми точечными источниками когерентных волн (рис. 2.6,  $a$ ).

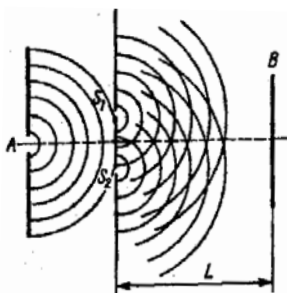


Рис. 2.6  $a$

В области за отверстиями эти волны накладываются друг на друга и могут интерферировать. Интерференционная картина наблюдается на экране, расположенном на большом расстоянии от источников  $S_1$  и  $S_2$ .

В точку экрана  $O$ , находящегося на одинаковом расстоянии от отверстий  $S_1$  и  $S_2$ , волны приходят в одинаковых фазах и поэтому усиливают друг друга. Результат сложения колебаний в произвольной точке экрана  $B$  определяется разностью хода  $\delta$  волн, которые приходят в эту точку из отверстий  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 2.6 а).

Для расчета интерференционной картины на экране проведем в точку наблюдения  $P$  прямую  $AP$  из середины отрезка  $S_1S_2$ . Угол между этой прямой и прямой  $AO$  обозначим  $\Theta$ . Если учесть, что этот угол мал, то разность хода  $\Delta l = l_1 - l_2$  можно  $\Theta_{\min} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$  найти, если провести перпендикуляр из точки  $S_1$  к прямой  $AP$  до его пересечения с прямой  $S_2P$ .

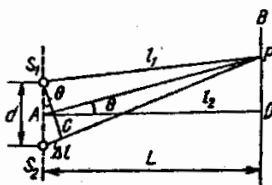


Рис. 2.6 б

Из рисунка 2.6 б видно, что  $\Delta l = S_2C \sin \Theta = d \sin \Theta = \Theta d$ . Поскольку световые волны распространяются в воздухе, то  $n = 1$ , поэтому оптическая разность хода равна геометрической, т. е.  $\delta = \Delta l$ .

Учитывая, что  $\Delta l = 2m \frac{\lambda}{2}$ , определим углы, соответствующие

направлениям на максимумы интерференции:  $\Theta_{\max} = m \frac{\lambda}{d}$ , где

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Допуская, что  $\Delta l = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ , получаем углы, определяющие направления на минимумы.

Угловое расстояние между соседними максимумами составляет  $\Delta \Theta = \lambda/d$ . Поэтому расстояние между этими максимумами на экране  $h = L \Delta \Theta = \lambda L/d$ .

К схемам с делением амплитуды световой волны относятся: кольца Ньютона, интерференция в тонких пленках и др.

## 2.3. Дифракция света

*Дифракцией света* называют совокупность оптических явлений, обусловленных волновой природой света и наблюдающихся при его распространении в среде с резко выраженными неоднородностями (например, при прохождении через отверстия в экранах, возле границ непрозрачных тел и т. д.). В более узком смысле под дифракцией понимают огибание светом малых препятствий, вследствие которого свет проникает в область геометрической тени.

Если источник света и точка наблюдения находятся на большом расстоянии от преграды, то лучи, падающие на преграду и идущие от нее, образуют параллельные пучки. В этом случае имеет место дифракция в параллельных лучах или дифракция Фраунгофера. В противном случае говорят о дифракции Френеля. Точный расчет дифракционной картины представляет собой очень сложную математическую задачу. Но в ряде случаев достаточно хорошие результаты дает упрощенный способ, основанный на *принципе Гюйгенса–Френеля*.

В соответствии с этим принципом каждая точка волнового фронта является источником вторичных когерентных волн, причем положение волнового фронта в последующие моменты времени определяется огибающей вторичных волн, а амплитуда и фаза волны в любой точке пространства определяются как результат интерференции вторичных волн. Свет должен наблюдаться в тех точках пространства, где при интерференции вторичные волны усиливаются; в тех же точках, где они взаимно гасят друг друга, должна наблюдаться темнота. Согласно Френелю, источник света  $S$  можно заменить произвольной замкнутой световой поверхностью, охватывающий его, причем каждая точка этой поверхности является источником вторичных волн, которые распространяются во всех направлениях. Эти волны когерентны, потому что все они возбуждаются одним и тем же первичным источником. Световое поле, возникшее в результате их интерференции, в пространстве вне этой поверхности совпадает с полем реального источника света.

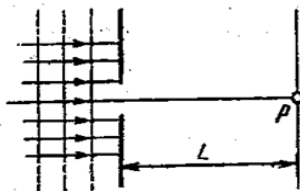


Рис. 2.7

Таким образом, реальный источник света заменяется световой поверхностью с непрерывно распределенными по этой поверхности когерентными вторичными источниками. Отличие этой поверхности от реальной поверхности излучающего тела состоит в том, что она абсолютно прозрачна для всякого излучения.

Рассмотрим использование принципа Гюйгенса–Френеля на следующем примере. Пусть плоская монохроматическая световая волна падает слева на непрозрачную преграду с круглым отверстием (рис. 2.7). Для учета интерференции вторичных волн применим метод зон Френеля, предложенный им для сферических волн. Мысленно разобьем поверхность падающей волны в месте расположения преграды на кольцевые зоны Френеля, руководствуясь следующими правилами: расстояния от краев соседних зон до точки  $P$ , в которой определяется интенсивность света (рис. 2.8), должны различаться на половину длины волны:  $l_1 = \frac{\lambda}{2}$ ,  $l_2 = 2 \frac{\lambda}{2}, \dots, l_k = k \frac{\lambda}{2}$ .

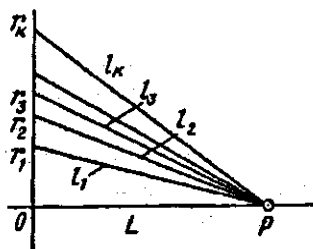


Рис. 2.8

Поэтому, если смотреть на волновую поверхность из точки  $P$ , зоны Френеля имеют вид концентрических колец, радиусы которых  $r_1, r_2, r_3, \dots$  (рис 2.9).

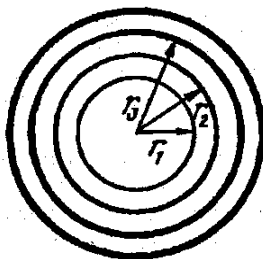


Рис. 2.9

Из рисунка 2.8 следует, что радиус  $k$ -й зоны Френеля:

$$r_k = \sqrt{l_k^2 - L^2} = \sqrt{kL\lambda - k^2\lambda^2/4} \approx \sqrt{k\lambda L}$$

Результат интерференции вторичных волн в точке  $P$  зависит от того, сколько зон Френеля открывает круглое отверстие на волновой поверхности. Это обусловлено тем, что колебания, которые приходят в точку  $P$  от эквивалентных точек двух соседних зон (от точек, лежащих возле внешних краев зон, внутри зон и т. д.), совершаются в противофазе, то есть в результате интерференции будет наблюдаться минимум. Поэтому по мере увеличения радиуса отверстия интенсивность света в точке наблюдения изменяется не монотонно.

Пока открывается первая зона Френеля, интенсивность света в точке  $P$  возрастает и достигает максимума при полностью открытой зоне. По мере открытия второй зоны интенсивность уменьшается и при полностью открытой второй зоне падает почти до нуля. Это обусловлено тем, что амплитуда колебаний, которые возбуждает каждая последующая зона в точке  $P$ , уменьшается с увеличением угла между нормалью к поверхности зоны и направлением на точку  $P$ . По мере открытия третьей зоны интенсивность будет опять увеличиваться и т. д.

Теоретический расчет, основанный на методе зон Френеля, показывает, что если размеры отверстия стремятся к бесконечности, т. е. если волновая поверхность полностью открыта, то амплитуда результирующей световой волны в точке  $P$  равна половине амплитуды волны, соответствующей первой зоне Френеля. Это означает, что в результате интерференции вторичных волн свет идет в точку  $P$  как бы внутри узкого канала, диаметр которого меньше радиуса первой зоны Френеля. Поэтому световая волна распространяется прямолинейно в соответствии с законами геометрической оптики.

При построении зон Френеля для других точек экрана (не лежащих на оси симметрии) отверстие оставит открытым иное число зон Френеля. Поэтому, если точка  $P$  освещена, вокруг нее на экране наблюдается темное кольцо, затем светлое и т. д. Если же точка  $P$  темная, она окружена светлым кольцом, затем темным и т. д., следовательно, при прохождении света через небольшое круглое отверстие в непрозрачном экране наблюдаются дифракционные полосы в виде концентрических колец, причем если открыто четное количество зон Френеля, то в центре дифракционной картины наблюдается темное пятнышко. При открытом нечетном количестве зон Френеля в центре дифракционной картины наблюдается светлое пятнышко. При освещении отверстия монохроматическим светом кольца будут окрашены, поскольку радиусы зон Френеля, а значит, и их количество зависят от длины волны.

Таким образом, явление дифракции света заключается не только в нарушении прямолинейности распространения света, но и в интерференционных явлениях, сопровождающих это нарушение.

## 2.4. Дифракционная решетка

*Дифракционная решетка* – это спектральный оптический прибор, представляющий собой совокупность большого количества параллельных штрихов одинаковой формы, нанесенных на плоскую или вогнутую полированную поверхность на одинаковом расстоянии друг от друга, предназначенный для разложения света в спектр и измерения длины волны. Если штрихи нанесены на плоскую поверхность, дифракционную решетку называют плоской, если на вогнутую (обычно сферическую), дифракционную решетку называют вогнутой.

Различают прозрачные и отражающие дифракционные решетки. В прозрачных дифракционных решетках штрихи наносятся на поверхность полированной прозрачной пластинки (обычно стеклянной), и наблюдение ведется в проходящем свете. В отражающих дифракционных решетках штрихи наносятся на зеркальную (обычно металлическую) поверхность, и наблюдение ведется в отраженном свете.

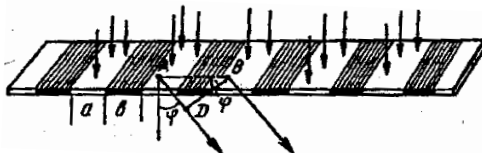


Рис. 2.10

Рассмотрим плоскую прозрачную дифракционную решетку (рис. 2.10). Она представляет собой периодическую структуру, состоящую из параллельных прозрачных участков (щелей) шириной  $a$ , которые разделены непрозрачными участками (штрихами) шириной  $b$ . Сумму  $d = a + b$  называют *периодом* (или постоянной) *дифракционной решетки*. Пусть на эту решетку падает плоская монохроматическая световая волна, направление распространения которой перпендикулярно к плоскости решетки. В результате дифракции на узких щелях решетки световые волны распространяются во всех возможных направлениях, т. е. под любым углом  $\varphi$  к направлению распространения падающей волны, поскольку щели решетки являются длинными и узкими вторичными источниками света. Так как эти источники освещаются одной световой волной, они являются когерентными.

В результате волны, излучаемые ими, интерферируют друг с другом. Если за решеткой поместить собирающую линзу, в фокальной плоскости которой находится экран, то в каждой точке экрана соберутся те лучи, которые до линзы были параллельными и распространялись под определенным углом  $\varphi$  к направлению волны, падающей на решетку (рис. 2.11).

Поэтому интенсивность света в точке наблюдения  $P$  определяется результатом интерференции вторичных волн, распространяющихся как от разных участков одной щели, так и от разных щелей. Поскольку линза не вносит дополнительной разности хода для лучей, падающих на нее параллельным пучком, то колебания, складывающиеся в точке  $P$ , имеют такую же разность хода, что и до линзы (в плоскости, перпендикулярной к этим лучам).

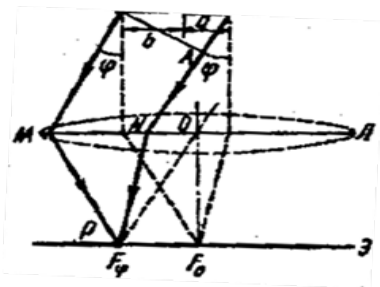


Рис. 2.11

Поэтому, если разность хода между вторичными волнами, которые распространяются из эквивалентных точек соседних щелей, равна четному числу полуволин:  $\delta = 2k \frac{\lambda}{2}$ , то в точке  $P$  будет наблюдаться

дифракционный максимум. Чтобы определить положение дифракционных максимумов, рассмотрим эквивалентные точки  $A$  и  $B$  соседних щелей решетки, которые находятся на одинаковых расстояниях от левых (правых) краев щелей и расположены в одной плоскости, параллельной плоскости рисунка. Расстояние между такими точками  $AB = d$ . По условию фазы колебаний в точках  $A$  и  $B$  одинаковые. Поскольку при распространении вторичных волн от перпендикулярной к лучам плоскости  $BD$  до фокальной плоскости линзы отношения фаз их колебаний не изменяется, то разность хода лучей определяется длиной отрезка  $AD$ . Из рисунка 2.10 видно, что  $AD = AB \sin \varphi = d \sin \varphi$ . Поэтому условие дифракционного максимума может быть записано в виде:  $d \sin \varphi = k \lambda$ .

Максимумы, которые наблюдаются под углами  $\varphi$ , называются *главными*, а полученная формула – формулой дифракционной решетки. Максимум, соответствующий углу  $\varphi_0 = 0$ , называется *максимумом нулевого порядка* ( $k = 0$ ). Увеличим угол  $\varphi$  в любую сторону. Значение угла, которое удовлетворяет условию  $d \sin \varphi = \lambda$ , соответствует главному максимуму первого порядка ( $k = \pm 1$ ) и т. д. Причем главные максимумы, соответствующие положительным и отрицательным значениям  $k$ , располагаются на экране симметрично максимуму нулевого порядка.

Главные минимумы наблюдаются на экране под такими углами дифракции  $\beta$ , для которых свет от разных частей каждой щели, ширина которой  $a$ , полностью гасится в результате интерференции. Эти углы определяются из соотношения  $a \sin \beta = m\lambda$  ( $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3...$ ).

Поскольку при падении световой волны на дифракционную решетку имеет место интерференция от  $N$  щелей, являющихся вторичными источниками света, то амплитуда колебаний в главном максимуме  $A_{\max} = NA_0$ , где  $A_0$  – амплитуда световой волны, излучаемой одной щелью. Поэтому интенсивность света в главном максимуме пропорциональна квадрату общего числа штрихов, т. е.  $I_{\max} = N^2 I_0$ , где  $I_0$  – интенсивность волны одной щели. Из закона сохранения энергии следует, что возникновение максимумов с избыточной интенсивностью возможно только за счет того, что эти максимумы достаточно узки, а между ними есть широкие минимумы, где интенсивность волны очень мала и близка к нулю. Точнее говоря, между двумя соседними главными максимумами находится  $N - 2$  побочных максимумов. Интенсивность самого сильного из них составляет не более 5% интенсивности главного максимума. Из формулы дифракционной решетки следует, что положение главных максимумов при определенной длине волны зависит только от периода решетки и не зависит ни от полного числа штрихов  $N$ , ни от структуры каждого отдельного периода решетки. Однако при увеличении полного числа штрихов (щелей)  $N$ , главные максимумы, оставаясь на прежних местах, становятся все более резкими. Интенсивность и число главных максимумов зависят от соотношения между периодом дифракционной решетки  $d$  и шириной ее щелей  $a$ . Так, например, если  $d = 2a$ , исчезают все четные главные максимумы, если  $d = 3a$ , исчезает каждый третий из главных максимумов и т. д.

Из формулы дифракционной решетки следует, что нулевой максимум находится в точке  $P_0$ , расположенной на оси симметрии независимо от длины волны (при  $k = 0 \sin \varphi = 0$ , т. е.  $\varphi = 0$  независимо от длины волны). Все другие максимумы отклоняются от нулевого тем больше, чем больше длина волны для одного и того же максимума, причем  $\frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ .

Если углы дифракции малые, то  $\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ . Поэтому при падении

на дифракционную решетку белого света на экране наблюдается его разложение в *дифракционный спектр*. Причем максимум нулевого порядка (спектр нулевого порядка) представляет собой неокрашенное изображение источника света (щели). Максимумы первого, второго и т. д. порядков растягиваются в цветные полосы, внутренний край которых (край, обращенный к максимуму нулевого порядка) окрашен в фиолетовый цвет, а внешний – в красный. Это обусловлено тем, что чем меньше длина световой волны, тем меньшему значению угла  $\varphi$  соответствует положение главного максимума.

Одной из важнейших характеристик дифракционной решетки является ее способность разделять в излучении, падающем на нее, две близкие волны:  $\lambda$  и  $\lambda + \Delta\lambda$ . *Разрешающей способностью* дифракционной решетки называют отношение  $\lambda$  к минимально возможному значению  $\Delta\lambda$ . Считается, что две линии в спектре, создаваемом дифракционной решеткой, можно различить, если главный максимум  $m$ -го порядка для волны длиной  $\lambda + \Delta\lambda$  подходит к  $m$ -му главному максимуму для волны длиной  $\lambda$  не ближе самого близкого минимума для этой волны. Такое условие называют *главным критерием разрешения спектральных линий* или критерием Рэлея.

Разрешающая способность дифракционной решетки определяется по формуле  $\Delta\lambda/\lambda = kN$ . Она тем выше, чем больше штрихов  $N$  имеет решетка и чем выше порядок использованного спектра  $k$ .

Дифракционная решетка является основным элементом спектральных приборов, предназначенных для исследования спектрального состава излучения конкретного источника света. При дифракции всегда имеет место интерференция вторичных волн, распространяющихся от разных точек освещенного объекта (щель, экран, дифракционная решетка и т. д.). В результате этого в монохроматическом свете дифракционный спектр

представляет собой чередование темных и светлых полос. В белом свете дифракционный спектр по внешнему виду аналогичен сплошному дисперсионному спектру, но расположение цветов в нем обратное.

## 2.5. Дисперсия света

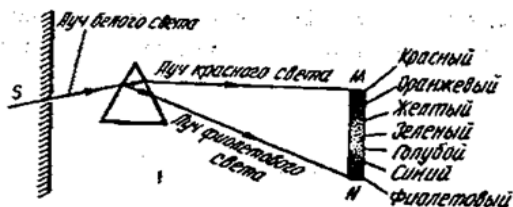


Рис. 2.12

*Дисперсией света* называют совокупность оптических явлений, которые обусловлены зависимостью скорости  $v$  распространения света в среде от частоты (длины) световой волны  $\nu$ . Эту зависимость можно охарактеризовать функцией  $v = v(\omega)$  или функцией  $v = v(\lambda_0)$ , где  $\lambda_0$  — длина световой волны в вакууме. Вследствие дисперсии абсолютный показатель преломления вещества зависит от частоты световой волны. Для веществ, прозрачных в исследуемой области спектра, абсолютный показатель преломления увеличивается с возрастанием частоты (уменьшением длины волны). Поэтому в этой области показатель преломления вещества для фиолетового света больше, чем для красного ( $n_{\text{ф}} > n_{\text{к}}$ ).

Поскольку  $n_{\text{ф}} = \frac{c}{v_{\text{ф}}}$ ,  $n_{\text{к}} = \frac{c}{v_{\text{к}}}$ , то это означает, что  $v_{\text{ф}} < v_{\text{к}}$ .

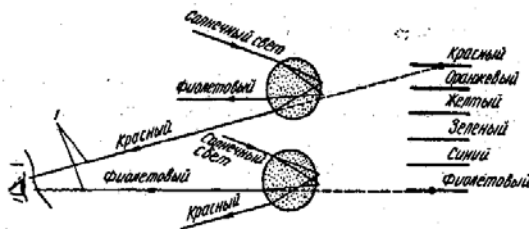


Рис. 2.13

Зависимость абсолютного показателя преломления от частоты света была изучена Ньютоном. Он показал, что при прохождении немонахроматического белого света через призму, на экране, который находится за призмой, наблюдается цветная полоска, состоящая из семи основных цветов. Эту полоску называют *призматическим или дисперсионным спектром* (рис. 2.12).

Примером явления обусловленного дисперсией света является *радуга*. Ее возникновение обусловлено преломлением и отражением света на сферических капельках воды. На рис. 2.13 показано, как красные и фиолетовые лучи преломляются сферическими капельками воды и отражаются от их внутренней поверхности. Красные лучи преломляются слабее и в глаз наблюдателя попадают красные лучи от капелек, находящихся на большей высоте, поэтому верхняя полоска радуги всегда имеет красный цвет, а нижняя – фиолетовый.

Таким образом, в результате дисперсии происходит разложение белого немонахроматического света на монахроматические составляющие, каждая из которых имеет определенную частоту (длину волны) (спектральное разложение белого света). Теоретически явление дисперсии можно объяснить исходя из электромагнитной природы света и электронной теории строения вещества в рамках гипотезы о существовании внутри атомов и молекул электронов, удерживаемых там квазиупругими силами (Х. Лоренц, 1880).

При распространении световой волны в веществе под воздействием электрического поля этой волны электроны атомов или молекул вещества начинают совершать вынужденные колебания с частотой, равной частоте световой волны. При этом электроны излучают вторичные волны, распространяющиеся со скоростью  $C$ . Фазы вторичных волн отличаются от фазы исходной световой волны в веществе. Это приводит к тому, что результирующая световая волна в веществе распространяется со скоростью  $v$ , которая отличается от скорости света  $C$  в вакууме.

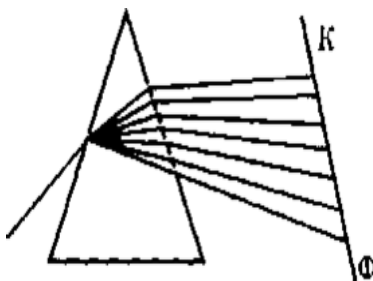


Рис. 2.14

Различие между этими скоростями тем больше, чем сильнее вынужденные колебания электронов, т. е. чем ближе частота световой волны к собственной частоте колебаний электронов. Поэтому скорость света в веществе зависит от частоты световой волны.

Заметим, что дисперсионный спектр сжат в красной области и растянут в фиолетовой (рис. 2.14); в отличие от дифракционного спектра, который равномерно растянут во всех областях.

В дисперсионном спектре большее отклонение от первоначального направления, испытывают фиолетовые лучи, в дифракционном спектре – красные. В дифракционном спектре наблюдаются спектры нескольких порядков, в дисперсионном – только один спектр.

Дисперсию характеризуют функцией  $v = v(\omega)$  или функцией  $v = v(\lambda_0)$ , где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме. Вследствие дисперсии абсолютный показатель преломления вещества зависит от частоты световой волны. Для веществ, прозрачных в исследуемой области спектра, абсолютный показатель преломления увеличивается с возрастанием частоты (уменьшением длины волны). Поэтому в этой области абсолютный показатель преломления вещества для фиолетового света больше, чем для красного  $n_{\phi} > n_{\kappa}$ . (фиолетовый свет распространяется в веществе с меньшей скоростью, чем красный) – *нормальная дисперсия*. Вблизи полос поглощения вещества зависимость  $n = n(\omega)$  становится более сложной. Здесь красный свет преломляется сильнее, чем фиолетовый, и дисперсия называется *аномальной*. График зависимости  $n = n(\omega)$  для областей нормальной и аномальной дисперсии изображен на рисунке 2.15.

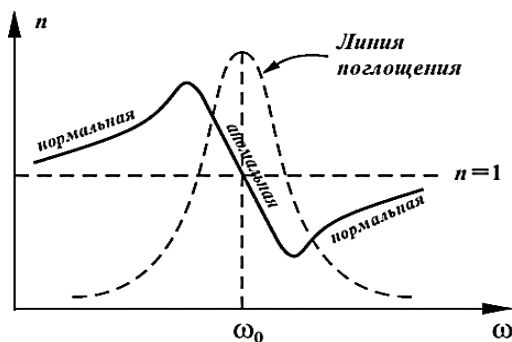


Рис. 2.15

## Методические указания и примеры решения задач

В процессе решения задач по волновой оптике следует иметь в виду, что в состав физической системы обязательно должен входить определённый участок волнового фронта, в качестве идеальной физической модели которого выступает либо узкий пучок световых лучей, соответствующий рассматриваемому участку волнового фронта, либо осевой луч этого пучка.

Задачи по волновой оптике, условно можно разделить на три группы.

К первой группе относятся задачи, в которых необходимо определить физические величины, характеризующие интерференционную картину в случае сложения двух монохроматических волн излучаемых точечными когерентными источниками света (интерференция по схеме Юнга и др.).

В процессе решения задач, относящихся к этой группе, необходимо: выяснить причины появления оптической разности хода между интерферирующими световыми волнами; определить её значение, в соответствии с данными задачи; записать условие максимума или минимума интерференции; определить искомую величину.

При определении оптической разности хода, необходимо учитывать следующее:

1. При отражении световой волны от оптически более плотной среды фаза колебаний светового вектора претерпевает изменение, на  $\pm\pi$  радиан, что соответствует изменению оптической разности хода на половину длины волны  $\left(\pm\frac{\lambda}{2}\right)$ , говорят, что в этом случае происходит потеря полуволны.

2. При отражении от оптически менее плотной среды изменения фазы волны (потери полуволны) не происходит.

3. Если оптическая схема для наблюдения интерференции или дифракции содержит линзу, то нужно помнить, что линза не является источником дополнительной разности хода для тех лучей, которые после преломления в этой линзе пересекаются в одной точке.

Ко второй группе относятся задачи, в которых определяются физические величины, характеризующие дифракционную картину, получаемую при нормальном падении пучка параллельных лучей на плоскую прозрачную дифракционную решётку. Основные уравнения при решении таких задач составляются на основании условий максимума или минимума дифракции. Если дифракционная картина проецируется на экран, расположенный на сравнительно большом расстоянии от дифракционной решетки, то следует иметь в виду, что синусы углов

с достаточной степенью точности можно заменить их тангенсами. Поскольку после решетки на линзу падает параллельный пучок лучей, то изображение дифракционной картины проецируется на экран, находящийся в фокальной плоскости линзы.

### Примеры решения задач:

**Задача 1.** При переходе света из вакуума в некоторую среду длина волны уменьшилась в  $k = 1,5$  раза. В какое вещество попал свет?

**Дано:**  $k = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1,5$ .

**Найти:**  $n$ ?

**Решение.** Скорость света в веществе, всегда меньше скорости света в вакууме. Это обусловлено тем, что световая волна, проникая в вещество, возбуждает вынужденные колебания электронов этого вещества. Вторичные волны, излучаемые электронами, взаимодействуют с основной волной, которая распространяется в веществе. Результатом этого взаимодействия является уменьшение скорости света в веществе по сравнению с его скоростью в вакууме.

По определению, длиной волны  $\lambda$  называют расстояние, на которое распространяется волна за промежуток времени  $\Delta t$  равный периоду  $T$  колебаний источника волн (электронов вещества). Период  $T$  связан с частотой  $\nu$  колебаний соотношением  $T = \frac{1}{\nu}$ . Следовательно, длина

волны  $\lambda = \nu T = \frac{\nu}{\nu}$ . По условию задачи длина волны в среде

в  $k = 1,5$  раза, меньше чем в вакууме. Следовательно,

$$k = \frac{\lambda_{\text{вак}}}{\lambda_{\text{сп}}} = \frac{c\nu}{\nu\nu} = \frac{c}{\nu} = n.$$

Отношение скорости  $c$  распространения света в вакууме к скорости  $\nu$  распространения света в этой среде, называют

абсолютным показателем преломления среды. Откуда  $k = n = \frac{c}{\nu}$ . Таким

образом, абсолютный показатель преломления среды, в которую переходит свет,  $n = 1,5$ . Полученное значение  $n$  соответствует показателю преломления стекла.

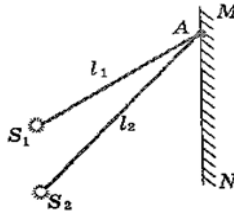


Рис. 2.16

**Ответ.** Свет переходит из вакуума в стекло.

**Задача 2.** Экран  $MN$  освещен когерентными монохроматическими источниками  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 2.16) с периодом колебаний  $T$ . Усиление или ослабление будет в точке  $A$ , если от источника  $S_2$  свет приходит позже на промежуток времени  $\Delta t = 2,5T$ ?

**Дано:**  $\Delta t = 2,5T$ .

**Найти:**  $\delta$  – ?

**Решение.** По определению, длиной волны  $\lambda$  называют расстояние, на которое распространяется световая волна за промежуток времени  $\Delta t$  равный периоду  $T$  колебаний источника волн. Следовательно, длина волны  $\lambda = cT$ , где  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  – скорость света в вакууме. Если свет от источника  $S_2$  запаздывает на промежуток времени  $\Delta t = 2,5T$ , по отношению к свету от источника  $S_1$ , то оптическая разность хода сходящихся в точке  $A$  когерентных волн  $\delta = 2,5cT = 2,5\lambda = 5 \cdot \frac{\lambda}{2}$ .

Полученное значение  $\delta$  равно нечетному числу полуволен. Оптической разности хода лучей, численно равной нечетному числу полуволен, соответствует интерференционный минимум интенсивности света. Следовательно, в точке  $A$  будет наблюдаться ослабление света.

**Ответ.** В точке  $A$  будет наблюдаться ослабление света (интерференционный минимум интенсивности света).

**Задача 3.** Две когерентные световые волны ( $\lambda_1 = \lambda_2 = 600 \text{ нм}$ ) распространяются навстречу друг другу. Что наблюдается в точках схождения волн, для которых разность хода  $\delta_1 = 2,0 \text{ мкм}$  и  $\delta_2 = 2,4 \text{ мкм}$  ?

**Дано:**  $\delta_1 = 2,0 \text{ мкм}$ ,  $\delta_2 = 2,4 \text{ мкм}$ ,  $\lambda = 600 \text{ нм} = 6,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

**Найти:**  $\frac{\delta_1}{\lambda} - ?$ ,  $\frac{\delta_2}{\lambda} - ?$

**Решение.** Интерференционный максимум интенсивности света соответствует оптической разности хода лучей, численно равной целому числу длин волн:  $\delta_{\max} = m\lambda$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

Интерференционный минимум интенсивности света соответствует оптической разности хода лучей, численно равной нечетному числу полуволен:  $\delta_{\min} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Следовательно,

в случае максимума отношение  $\frac{\delta}{\lambda}$  должно быть целым числом.

В случае минимума целым нечетным числом должно быть отношение  $\frac{2\delta}{\lambda}$ . Подставив числовые значения физических величин, для первого

случая получим,  $\frac{\delta_1}{\lambda} = \frac{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{6,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 3,33$  и  $\frac{2\delta_1}{\lambda} = \frac{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{6,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 6,67$ .

Полученные значения  $\frac{\delta}{\lambda} = 3,33$  и  $\frac{2\delta}{\lambda} = 6,67$  не являются целыми числами, следовательно, в точках схождения волн, для которых разность хода  $\delta_1 = 2,0 \text{ мкм}$  имеет место частичное ослабление интенсивности

света. Если  $\delta_2 = 2,4 \text{ мкм}$ , то  $\frac{\delta_2}{\lambda} = \frac{2,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{6,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 4,0$ .

Полученное значение  $\frac{\delta}{\lambda} = 4,0$  является целым числом, следовательно, в точке схождения волн, для которых разность хода  $\delta_2 = 2,4 \text{ мкм}$ , наблюдается максимум интерференции.

**Ответ.** При разности хода  $\delta_1 = 2,0 \text{ мкм}$  имеет место ослабление интенсивности света. При разности хода  $\delta_2 = 2,4 \text{ мкм}$ , наблюдается максимум интерференции.

**Задача 4.** Плоская световая волна частотой  $\nu$  падает на отражающий экран, расположенный перпендикулярно к направлению ее

распространения. Определите расстояние между двумя соседними максимумами напряженности электрического поля результирующей волны, если в точках максимума она равна  $A_1$ , а в точках минимума  $A_2$ . Чему равны амплитуды напряженности электрического поля падающей и отраженной волны?

**Дано:**  $A_{\max} = A_1$ ,  $A_{\min} = A_2$ .

**Найти:**  $\Delta x$  — ?,  $E_{01}$  — ?,  $E_{02}$  — ?

**Решение.** Ось  $OX$  системы отсчета направим вдоль перпендикуляра, соединяющего излучатель с экраном. Начало координат выберем в месте расположения излучателя. При отражении волны от экрана ее фаза изменяется на  $\pi$  радиан (происходит потеря полуволны), поскольку экран является оптически более плотной средой по сравнению с воздухом, в котором волна распространяется. Однако изменения частоты волны не происходит. Поскольку падающая и отраженная волны являются когерентными, то в пространстве между излучателем и приемником происходит их интерференция.

Пусть расстояние между излучателем и экраном равно  $L$ , а координата произвольной точки, в которой наблюдается интерференция, равна  $X$ . Тогда колебания вектора напряженности электрического поля падающей волны  $\vec{E}_1$  в рассматриваемой точке описываются уравнением  $\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos \omega \left( t - \frac{x}{c} \right)$ , где  $\omega$  — циклическая частота колебаний,  $c$  — скорость света,  $E_{01}$  — амплитуда напряженности электрического поля падающей волны. С учетом того, что  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{\lambda}$  уравнение колебаний можно записать в виде:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) = \vec{E}_{01} \cos \varphi_1, \quad \text{где } \varphi_1 \text{ — фаза колебаний}$$

вектора  $\vec{E}_1$  в рассматриваемой точке.

Отраженная волна, достигшая рассматриваемой точки, проходит расстояние  $2L - x$ . Поэтому

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi(2L - x)}{\lambda} \right) = \vec{E}_{02} \cos \varphi_2, \quad \text{где } E_{02} \text{ — амплитуда}$$

напряженности электрического поля отраженной волны.

С учетом изменения фазы волны при ее отражении от экрана, разность фаз, колебаний векторов напряженности электрического поля

падающей и отраженной волн, в рассматриваемой точке

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{4\pi}{\lambda}(x - L) + \pi.$$

Если два соседних максимума наблюдаются в точках с координатами  $x_1$  и  $x_2$ , то соответствующие им разности фаз:

$$\Delta\varphi_1 = -\frac{4\pi}{\lambda}(x_1 - L); \quad \Delta\varphi_2 = -\frac{4\pi}{\lambda}(x_2 - L).$$

$$\text{Откуда } \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = \frac{4\pi}{\lambda}(x_2 - x_1).$$

Принимая во внимание, что фазы колебаний в этих точках отличаются на  $2\pi$ , получим:  $\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = \frac{4\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 2\pi.$

Следовательно, искомое расстояние между двумя соседними максимумами  $x_2 - x_1 = \Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2\nu}$ . Таким же будет и расстояние между двумя соседними минимумами.

Поскольку в точках соответствующих максимумам, фазы колебаний векторов напряженностей электрических полей падающей и отраженной волн совпадают, а в точках минимумов они противоположны, то в точках максимумов векторы  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ ,  $\vec{E}_{01}$  и  $\vec{E}_{02}$ , сонаправлены, а в точках минимумов их направления противоположны. Поэтому

$$\begin{cases} E_{01} + E_{02} = A_1 \\ E_{01} - E_{02} = A_2 \end{cases}.$$

$$\text{Откуда } E_{01} = \frac{A_1 + A_2}{2}, \quad E_{02} = \frac{A_1 - A_2}{2}.$$

Аналогичные соотношения выполняются и для векторов индукции магнитных полей падающей и отраженной волн.

**Ответ.** Расстояние между двумя соседними максимумами  $\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2\nu}$ ; амплитуда напряженности электрического поля

падающей волны  $E_{01} = \frac{A_1 + A_2}{2}$ ; амплитуда напряженности

электрического поля отраженной волны  $E_{02} = \frac{A_1 - A_2}{2}.$

**Задача 5.** В опыте Юнга свет от ярко освещенной Солнцем диафрагмы  $A$ , с красным светофильтром ( $\lambda = 687 \text{ нм}$ ), попадает на два малых отверстия  $S_1$  и  $S_2$ , расположенные на расстоянии  $d = 1,5 \text{ см}$  друг от друга. На расстоянии  $L = 2,0 \text{ м}$  от отверстий находится экран. Определите расстояние между соседними интерференционными максимумами вблизи середины экрана.

**Дано:**  $d = 1,5 \text{ см}$ ,  $L = 2,0 \text{ м}$ ,  $\lambda = 687 \text{ нм}$ .

**Найти:**  $\Delta y$  – ?

**Решение.** Согласно принципу Гюйгенса диафрагму  $A$  можно считать точечным источником вторичных полусферических волн, падающих на отверстия  $S_1$  и  $S_2$ , которые, в свою очередь, являются новыми точечными источниками когерентных волн. В области за отверстиями эти волны накладываются друг на друга и могут интерферировать. Интерференционная картина наблюдается на экране, расположенном на большом расстоянии от источников  $S_1$  и  $S_2$ .

В точку экрана  $O$ , находящуюся на одинаковом расстоянии от отверстий  $S_1$  и  $S_2$ , волны приходят в одинаковых фазах и поэтому усиливают друг друга. Результат сложения колебаний в произвольной точке экрана  $P$  определяется разностью хода  $\delta$  волн, которые приходят в эту точку из отверстий  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 2.17). Для расчета интерференционной картины на экране проведем в точку наблюдения  $P$  прямую  $AP$  из середины отрезка  $S_1S_2$  и обозначим угол  $\theta$  между этой прямой и прямой  $AO$ .

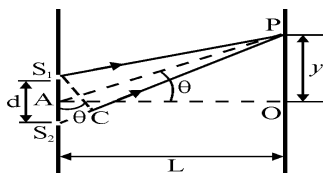


Рис. 2.17

Если учесть, что угол  $\theta$  мал, то разность хода  $\Delta l = l_1 - l_2$  можно найти, если опустить перпендикуляр из точки  $S_1$  на прямую  $AP$  до пересечения с прямой  $S_2P$ . Из рисунка 2.17 видно, что  $\Delta l = S_2S_1 \sin \theta = d \sin \theta = d \theta$ . Поскольку световые волны распространяются в воздухе, то  $n=1$ , поэтому оптическая разность хода

равна геометрической, т. е.  $\delta = \Delta l$ . Учитывая, что  $\Delta l = 2m \frac{\lambda}{2}$ , определим углы, соответствующие направлениям на максимумы интерференции. Эти углы равны  $\theta_{\max} = m \frac{\lambda}{d}$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Полагая, что  $\Delta l = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ , получим значения углов, определяющих направления на минимумы:  $\theta_{\min} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$ .

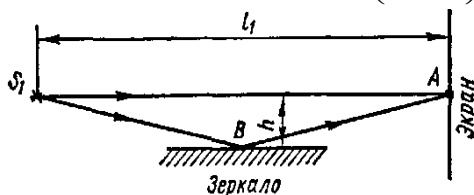


Рис. 2.18

Угловое расстояние между соседними максимумами  $\Delta\theta = \frac{\lambda}{d}$ .

Поэтому расстояние между этими максимумами на экране  $\Delta y = L \Delta\theta = \frac{\lambda L}{d}$ .

**Ответ.**  $\Delta y = 9,2 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 0,09 \text{ мм}$ .

**Задача 6.** В точку  $A$  экрана от источника монохроматического света  $S_1$  приходят два луча: луч  $S_1A$ , непосредственно от источника перпендикулярный экрану, и луч  $S_1BA$ , отраженный в точке  $B$  от плоского зеркала, параллельного лучу  $S_1A$  (рис. 2.18). Определите, что будет наблюдаться в точке  $A$  экрана, если длина волны излучения  $\lambda = 500 \text{ нм}$ , расстояние экрана от источника  $l_1 = 1,0 \text{ м}$ , расстояние от луча  $S_1A$  до плоскости зеркала  $H = 2,0 \text{ мм}$ .

**Дано:**  $l_1 = 1,0 \text{ м}$ ,  $H = 2,0 \text{ мм}$ ,  $\lambda = 500 \text{ нм} = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

**Найти:**  $m$  – ?

**Решение.** Усиление или ослабление интенсивности в той или иной точке экрана зависит от оптической разности хода  $\delta$  интерферирующих лучей, другими словами, от числа  $m$  полуволн, укладывающихся на оптической разности хода  $\delta$ .

Если  $m$  – целое четное число, то интенсивность будет максимальной; если  $m$  – целое нечетное число, то интенсивность минимальна. При дробном  $m$  происходит либо частичное усиление (если  $m$  ближе к четному числу), либо частичное ослабление (если  $m$  ближе к нечетному числу). Построим мнимое изображение  $S_2$  источника  $S_1$  в зеркале (рис. 2.19).

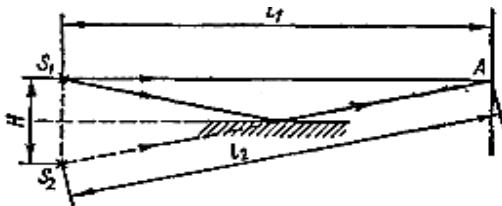


Рис. 2.19

Источники  $S_1$  и  $S_2$  являются когерентными, поэтому при сложении волн, приходящих от этих источников на экран, возникает интерференционная картина. Оптическая разность хода  $\delta$ , является суммой геометрической разности хода  $l_2 - l_1$  (оба луча идут в воздухе) и дополнительной разности хода  $\frac{\lambda}{2}$ , обусловленной изменением фазы колебаний на  $\pi$  радиан при отражении от зеркала, как оптически более плотной среды. Таким образом,  $\delta = l_2 - l_1 + \frac{\lambda}{2}$ . Из рисунка 2.19 видно, что

$$l_2 = \sqrt{l_1^2 + H^2} = l_1 \sqrt{1 + \frac{H^2}{l_1^2}}. \text{ Тогда, } l_2 - l_1 = l_1 \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{H^2}{l_1^2}} - 1 \right).$$

Если учесть, что  $H \ll l$  получим,

$$l_2 - l_1 = l_1 \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{H^2}{l_1^2}} - 1 \right) \approx \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{H^2}{l_1^2} - 1 \right) = \frac{H^2}{2l_1^2}.$$

$$\text{Следовательно, } \delta = \frac{H^2}{l_1^2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{4H^2}{l_1^2} + \lambda \right).$$

$$\text{Поскольку } \delta = m \frac{\lambda}{2}, \text{ то } m = \frac{2\delta}{\lambda} = \frac{4H^2}{\lambda l_1} + 1.$$

Численно:  $m = 33$ .

**Ответ.** На оптической разности хода укладывается нечетное число длин полуволн, поэтому в точке  $A$  наблюдается минимум интенсивности.

**Задача 7.** Между точечным источником света, находящимся в главном фокусе собирающей линзы и бипризмой Френеля с преломляющим углом  $\alpha = 0,001$  рад, основанием  $AB = 6,00$  см, и абсолютным показателем преломления  $n = 1,5$ , помещен голубой светофильтр. Определите максимальное число интерференционных полос, ширину одной полосы и максимальное расстояние от бипризмы до экрана, при котором можно наблюдать интерференционную картину.

**Дано:**  $\alpha = 0,001$  рад,  $AB = 6,00$  см,  $n = 1,5$ .

**Найти:**  $N$ –?,  $\Delta x$  –?  $L_0$ –?

**Решение.** Так как источник света находится в главном фокусе тонкой собирающей линзы, то расходящийся пучок лучей, падающих на линзу, после преломления в ней преобразуется в параллельный, что соответствует преобразованию сферического участка волнового фронта падающей волны в плоский. Предположим, что светофильтр является идеальным и пропускает излучение только одной длины волны. Поэтому на бипризму падает параллельный пучок монохроматических лучей, идущих вдоль главной оптической оси системы. В результате преломления в каждой из половинок бипризмы этот пучок разделяется на два когерентных световых пучка, наклоненных под углом  $\gamma$  к оси (исходный участок волнового фронта разделяется на два) (рис. 2.20).

Поэтому на экране, который находится в области перекрытия световых пучков, будет наблюдаться интерференционная картина, представляющая собой чередование темных и светлых полос. Ширина интерференционной картины будет наибольшей в той части экрана, где площадь перекрытия этих пучков максимальна. В тех местах, где пучки от обеих половинок бипризмы не перекрываются – интерференционная картина отсутствует.

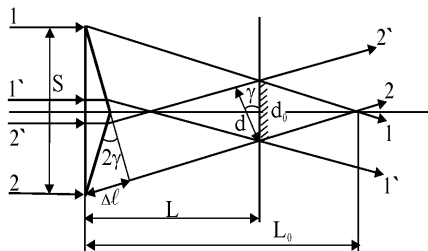


Рис. 2.20

Взаимодействие исходного пучка с бипризмой можно описать законами преломления, а интерференционную картину на экране – условиями усиления и ослабления света.

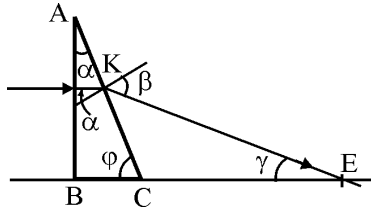


Рис.2.21

Для определения угла  $\gamma$  воспользуемся законом преломления одного из лучей на наклонной грани бипризмы (рис. 2.21), в соответствии с которым  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$ , поскольку бипризма находится в воздухе. Так как

угол  $\alpha$  мал, то угол  $\beta$  также будет малым, поэтому  $\sin \alpha = \alpha$ ,  $\sin \beta = \beta$  (при условии, что углы измерены в радианах). Откуда  $\beta = n\alpha$ .

Угол  $\varphi$  является внешним углом треугольника  $KCE$ ; по теореме о внешнем угле треугольника  $\varphi = \gamma + (90 - \beta)$ . Из треугольника  $ABC$  видно, что  $\varphi = 90 - \alpha$ . Откуда  $\gamma = \beta - \alpha = (n - 1)\alpha$  (этот угол также мал).

Максимальное расстояние  $L_0$ , соответствующее области перекрытия пучков,  $L_0 = \frac{S}{2 \tan \gamma} = \frac{S}{2\gamma} = \frac{S}{2(n-1)\alpha}$ .

Как видно из рисунка 2.21, максимальная ширина области перекрытия  $d_0$  соответствует расстоянию  $L = \frac{L_0}{2}$  от бипризмы.

$$\text{Следовательно, } d_0 = \frac{S}{4(n-1)\alpha}.$$

Волновые поверхности интерферирующих пучков образуют между собой угол  $2\gamma$ , поэтому разность хода

$$\Delta l = d \tan 2\gamma = 2d\gamma = 2\gamma \cdot d_0 \cos \gamma \approx 2\gamma d_0 = S\gamma = S(n-1)\alpha.$$

С учетом того, что разность хода, соответствующая двум соседним максимумам или минимумам, равна длине волны  $\lambda$ , число интерференционных полос на экране, расположенном в области максимального перекрытия пучков  $N = \frac{\Delta l}{\lambda} = \frac{S(n-1)\alpha}{\lambda}$ . Ширина одной

полосы  $\Delta x_0 = \frac{d_0}{N} = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha}$ . Численно:  $N = 60$ ,  $\Delta x_0 = 0,5$  мм,

$L_0 = 60$  м.

**Ответ:** Максимальное число интерференционных полос  $N = 60$ ; ширина одной полосы  $\Delta x_0 = 0,5$  мм; максимальное расстояние от бипризмы до экрана,  $L_0 = 60$  м.

**Задача 8.** Дифракционная решетка, имеющая  $N = 5\,000 \frac{\text{штр}}{\text{см}}$ , освещается белым светом. Определите наибольший порядок  $m$  дифракционных максимумов, для красной ( $\lambda_k = 670$  нм) и фиолетовой ( $\lambda_\phi = 410$  нм) областей спектра.

**Дано:**  $N = 5\,000 \text{ см}^{-1} = 5 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$ ,  $\lambda_k = 670 \text{ нм} = 6,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ,  
 $l = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  $\lambda_\phi = 410 \text{ нм} = 4,10 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

**Найти:**  $m_{\max} - ?$

**Решение.** При нормальном падении света на дифракционную решетку положение главных максимумов определяется условием  $d \sin \theta = m\lambda$ , где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  – порядок дифракционного спектра.

Период решетки (расстояние между серединами двух соседних щелей)

$$d = \frac{l}{N}. \text{ Следовательно, } d \sin \theta = \frac{l \sin \theta}{N} = m\lambda. \text{ Откуда, } m = \frac{l \sin \theta}{N\lambda}.$$

Максимальному значению порядка дифракционного спектра  $m_{\max}$  соответствуют углы дифракции  $\theta$  близкие к  $90^\circ$ . Будем

считать, что  $\theta_{\max} \approx 90^\circ$ , тогда  $\sin \theta_{\max} \approx 1$ . Таким образом,  $m_{\max} = \frac{l}{N\lambda}$ .

Поскольку  $m$  может принимать, только целочисленные значения, то при расчете  $m_{\max}$  необходимо взять, только целую часть полученного числа,

$$m_{\max} = \left[ \frac{l}{N\lambda} \right]. \text{ Подставив числовые значения физических величин,}$$

получим:

$$m_{\text{кр}, \max} = \left[ \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{5 \cdot 10^3 \cdot 670 \cdot 10^{-9} \text{ м}} \right] = [2,98] = 2,$$

$$m_{\phi, \max} = \left[ \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{5 \cdot 10^3 \cdot 410 \cdot 10^{-9} \text{ м}} \right] = [4,8] = 4.$$

Подчеркнем, что если значение максимального порядка  $m_{\max}$  дифракционного спектра получится не целым, например  $m_{\max}=3,9$ , то в качестве  $m$  следует взять только целую часть полученного числа, т. е.  $m_{\max}=3$ . Округлять результат, пользуясь правилами округления ни в коем случае нельзя, так как в противном случае из уравнения  $m_{\max} = \frac{d}{\lambda} \sin \varphi_{\max}$  получим, что  $\sin \varphi_{\max} > 1$ , что не имеет смысла.

**Ответ.** В красной области спектра  $m_{\text{кр}, \max} = 2$ , в фиолетовой области спектра  $m_{\phi, \max} = 4$ .

**Задача 9.** Белый свет с длинами волн от  $\lambda_1 = 400 \text{ нм}$  до  $\lambda_2 = 700 \text{ нм}$  падает нормально на дифракционную решетку, имеющую  $N = 8000 \frac{\text{штр.}}{\text{см}}$ . Определите угловую ширину  $\Delta \theta$  спектра первого порядка на экране, находящемся на расстоянии  $l = 2,20 \text{ м}$  от решетки.

**Дано:**  $N = 8000 \text{ см}^{-1} = 8 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$ ,  $\lambda_1 = 400 \text{ нм} = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ,  
 $l = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  $m = 1$ ,  $\lambda_2 = 700 \text{ нм} = 7,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

**Найти:**  $\Delta \varphi$  – ?

**Решение.** При нормальном падении света на дифракционную решетку положение главных максимумов определяется условием  $d \sin \varphi = m \lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , где  $d = \frac{l}{N}$  – период решетки, равный расстоянию между серединами двух соседних щелей,  $m$  – порядок спектра. Откуда,  $\sin \varphi = \frac{Nm \lambda}{l}$ . Следовательно, углы дифракции

соответствующие заданным в условии длинам волн  $\varphi_2 = \arcsin \frac{Nm \lambda_2}{l}$

и  $\varphi_1 = \arcsin \frac{Nm \lambda_1}{l}$ . Угловая ширина спектра  $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ . Подставив числовые значения физических величин, получим:

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{8000 \cdot 1 \cdot 700 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{1 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 34,05^\circ,$$

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{8000 \cdot 1 \cdot 400 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{1 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 18,66^\circ.$$

Откуда  $\Delta\varphi = 34,05^\circ - 18,66^\circ = 15,4^\circ$ .

**Ответ.** Угловая ширина спектра первого порядка  $\Delta\varphi = 15,4^\circ$ .

**Задача 10.** При нормальном падении света с длиной волны  $\lambda_1 = 589 \text{ нм}$ , на дифракционную решетку, на экране, отстоящем на расстоянии  $l = 42,0 \text{ см}$  от решетки, максимум первого порядка находится на расстоянии  $x_1 = 2,48 \text{ см}$  от центрального максимума. Определите длину волны  $\lambda_2$  света, излучаемого другим источником, если дифракционный максимум находится на расстоянии  $x_2 = 3,84 \text{ см}$  от центрального максимума.

**Дано:**  $\lambda_1 = 589 \text{ нм}$ ,  $l = 42,0 \text{ см}$ ,  $x_1 = 2,48 \text{ см}$ ,  $x_2 = 3,84 \text{ см}$ ,  $m = 1$ .

**Найти:**  $\lambda_2$  - ?

**Решение.** При нормальном падении света на дифракционную решетку положение главных максимумов определяется условием  $d \sin \varphi = m\lambda$  (рис. 2.22). Откуда  $\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d}$ . С другой стороны

$$\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + l^2}}. \text{ Следовательно, } \frac{m\lambda}{d} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + l^2}}. \text{ Записав последнее}$$

равенство для первого и второго случаев, с учетом того, что по условию

$$m = 1 \text{ получим: } \frac{\lambda_1}{d} = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + l^2}} \text{ и } \frac{\lambda_2}{d} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + l^2}}.$$

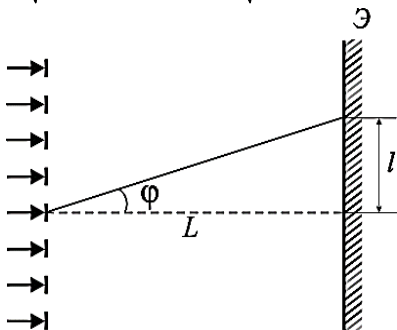


Рис. 2.22

$$\text{Откуда, } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{x_2 \sqrt{x_1^2 + l^2}}{x_1 \sqrt{x_2^2 + l^2}}.$$

$$\text{Следовательно, } \lambda_2 = \frac{x_2 \sqrt{x_1^2 + l^2}}{x_1 \sqrt{x_2^2 + l^2}} \cdot \lambda_1. \text{ Подставив числовые значения}$$

физических величин, получим:

$$\lambda_2 = \frac{3,84 \text{ см} \cdot \sqrt{(2,48 \text{ см})^2 + (42,0 \text{ см})^2}}{2,48 \text{ см} \cdot \sqrt{(3,84 \text{ см})^2 + (42,0 \text{ см})^2}} \cdot 589 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 910 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

**Ответ.**  $\lambda_2 = 910 \text{ нм}$ .

**Задача 11.** На дифракционную решетку с периодом  $d = 2,2 \text{ мкм}$  падает плоская монохроматическая световая волна, фронт которой параллелен плоскости решетки. Определите длину этой волны, если угол между максимумами первого и второго порядков  $\Delta\varphi = 15^\circ$ . Чему равен наибольший порядок спектра и соответствующий ему угол дифракции?

**Дано:**  $d = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $\Delta\varphi = 15^\circ$ .

**Найти:**  $k_{\max} - ?$ ,  $\varphi_{\max} - ?$

**Решение.** В соответствии с принципом Гюйгенса каждая точка любой из щелей решетки является источником вторичных волн. Причем фронт вторичных волн также является плоским, но он повернут на некоторый угол  $\varphi$  по отношению к фронту волны, падающей на решетку (этот угол называют углом дифракции). Однако, если во всех точках фронта падающей волны колебания происходят в одинаковой фазе, то вдоль фронта дифракционной волны фаза колебаний изменяется от точки к точке. В рассматриваемом случае имеет место дифракция в параллельных лучах, поэтому для ее наблюдения нужно либо поместить экран на бесконечно большом расстоянии от решетки, либо между решеткой и экраном поместить собирающую линзу так, чтобы экран оказался в ее фокальной плоскости. Те углы, для которых вторичные волны, излучаемые всеми щелями решетки, усиливают друг друга, соответствуют направлениям на главные дифракционные максимумы.

Оптическая разность хода, соответствующая максимумам, равна целому числу длин волн, т. е.  $\delta = k\lambda$ . С учетом того, что дифрагирующие пучки распространяются в воздухе ( $n=1$ ), получим  $\delta = n\Delta l = \Delta l$ . С другой стороны,  $\Delta l = d \sin \varphi$  (рис. 2.23). Поэтому  $d \sin \varphi = k\lambda$ .

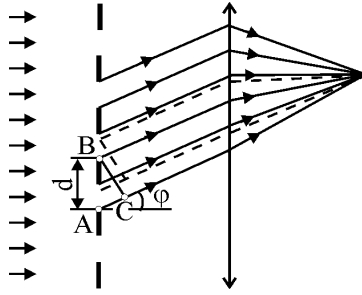


Рис.2.23

Если  $\varphi$  – угол дифракции, соответствующий направлению на максимум первого порядка ( $k=1$ ), а  $\varphi_2$  – угол дифракции, соответствующий максимуму второго порядка, то  $d \sin \varphi_1 = \lambda$ ,  $d \sin \varphi_2 = 2\lambda$ . По условию задачи  $\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi = 15^\circ$ , т. е.  $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ . Следовательно, 
$$\begin{cases} d \sin \varphi_1 = \lambda, \\ d \sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = 2\lambda. \end{cases}$$

Откуда  $2 \sin \varphi_1 = \sin(\varphi_1 + \Delta\varphi)$ . Воспользовавшись формулой синуса суммы двух углов и разделив обе части последнего равенства на  $\cos \varphi_1$ , получим  $\operatorname{tg} \varphi_1 (2 - \cos \Delta\varphi) = \sin \Delta\varphi$ .

$$\text{Откуда } \operatorname{tg} \varphi_1 = \left( \frac{\sin \Delta\varphi}{2 - \cos \Delta\varphi} \right).$$

Принимая во внимание, что  $\operatorname{tg} \varphi_1 = \left( \frac{\sin \varphi_1}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_1}} \right)$ , после

несложных преобразований получим: 
$$\sin \varphi_1 = \frac{\sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}}.$$

Следовательно,  $\lambda = \frac{d \sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}}$ . Численно:  $\lambda = 540$  нм.

Из уравнения дифракционной решетки следует, что порядок дифракционного спектра  $k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}$ , так как  $\sin \varphi \leq 1$ , то  $k \leq d / \lambda$ .

Подставив числовые значения, получим  $k \leq 4,1$ . Если учесть, что  $k$  должно быть целым числом, то  $k_{\max} = 4$ . Следовательно, используя данную дифракционную решетку можно наблюдать спектры от нулевого до четвертого порядка включительно, т. е.  $k_{\max} = 4$ . Поэтому  $\sin \varphi_{\max} = \frac{4\lambda}{d}$ , т. е.  $\varphi_{\max} = \arcsin \frac{4\lambda}{d}$ . Численно  $\varphi_{\max} = 79^\circ$ .

**Ответ.**  $k_{\max} = 4$ ,  $\varphi_{\max} = 79^\circ$ .

**Задача 12.** Будут ли перекрываться дифракционные спектры различных порядков при нормальном падении на дифракционную решетку с периодом  $d=2,0$  мкм параллельного светового пучка, длины волн которого заключены в пределах от  $\lambda_1=400$  нм до  $\lambda_2=500$  нм?

**Дано:**  $d=2,0 \cdot 10^{-8}$  м,  $\lambda_1=4,0 \cdot 10^{-7}$  м,  $\lambda_2=5,0 \cdot 10^{-7}$  м

**Найти:**  $k_{\max}$  — ?

**Решение.** Для того чтобы произошло перекрытие спектров, необходимо, чтобы были равны углы дифракции накладываются лучей, соответствующих длинам волн  $\lambda_1=400$  нм и  $\lambda_2=500$  нм. Согласно

уравнению дифракционной решетки, в этом случае: 
$$\begin{cases} d \sin \varphi = k_1 \lambda_1, \\ d \sin \varphi = k_2 \lambda_2, \end{cases}$$

причем,  $k_1 = k_2 + n$ , где  $n$  — целое число ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Следовательно,  $k_2 \lambda_2 = (k_2 + n) \lambda_1$ , откуда  $k_2 = \frac{n \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$ . Если  $n = 1$ , то

перекрываются спектры, порядок которых отличается на единицу. В этом случае  $k_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = 4$ . Поэтому, частично могут перекрываться

спектры 5-го и более высоких порядков. Для ответа на вопрос задачи необходимо выяснить, чему равен максимальный порядок спектра, который можно получить с помощью дифракционной решетки. Если окажется, что  $k_{\max} \geq 5$ , то перекрытие возможно, в противном случае дифракционные спектры для данных длин волн перекрываться не будут.

Максимальному порядку  $k$  спектра соответствует угол дифракции  $\varphi = 90^\circ$  ( $\sin \varphi = 1$ ). Следовательно,  $k_{\max} = d / \lambda$ .

Подставив числовые значения, получим, что в нашем случае  $k_{\max} = 4$ .

**Ответ.** Спектры перекрываться не будут.

**Задача 13.** Определите, при каком минимальном числе штрихов дифракционной решетки с периодом  $d = 2,9$  мкм можно разделить компоненты дублета желтой линии натрия с длинами волн  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм.

**Дано:**  $d = 2,9 \cdot 10^{-6}$  м,  $\lambda_1 = 5,890 \cdot 10^{-7}$  м,  $\lambda_2 = 5,896 \cdot 10^{-7}$  м.

**Найти:**  $N_{\min}$  – ?

**Решение.** Число штрихов  $N$  решетки связано с ее разрешающей силой  $R$  и порядком спектра  $m$  соотношением  $R = mN$ . Минимальному значению числа штрихов  $N$  соответствует минимальное значение разрешающей силы  $R$  и максимальное значение порядка спектра  $m$ .

Следовательно,  $N_{\min} = \frac{R_{\min}}{m_{\max}}$ . С другой стороны, минимальная

разрешающая сила  $R_{\min} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$ . Таким образом,

$$N_{\min} = \frac{R_{\min}}{m_{\max}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{1}{m_{\max}}.$$

Максимальное значение порядка спектра  $m_{\max}$  можно определить из формулы дифракционной решетки, если учесть, что  $(\sin \varphi)_{\max} = 1$  и  $\lambda = \lambda_2$  (последнее соотношение гарантирует, что обе компоненты дублета с порядковым номером  $m_{\max}$  будут видны).

С учетом того, что  $m$  целое число, подставив числовые значения, получим  $m_{\max} = 4$ . Тогда  $N_{\min} = \frac{\lambda_1}{4(\lambda_2 - \lambda_1)} = 250$ .

**Ответ.**  $N_{\min} = 250$ .

## Задания для самостоятельной работы

### Вопросы:

1. Назовите существенные признаки следующих физических понятий: световая волна, фронт волны, световой луч; когерентность, когерентное излучение.
2. Какие волны называют когерентными?
3. Какое физическое явление называют интерференцией света?
4. Что называют оптической длиной пути световой волны?
5. Что называют оптической разностью хода лучей? Чем отличаются оптическая и геометрическая разность хода лучей?

6. При каких условиях возникают интерференционные максимумы и минимумы?
7. Почему не наблюдается интерференционная картина при отражении света от двух поверхностей оконного стекла?
8. Чем отличаются интерференционные картины, полученные в проходящем через тонкую пластинку и в отраженном от ее поверхности свете?
9. Почему при испарении мыльной пленки расстояние между интерференционными полосами возрастает?
10. В современных оптических приборах для улучшения качества линз широко используют "просветление оптики". В чем сущность этого метода?
11. При наблюдении в воздухе интерференции света от двух когерентных источников на экране видны темные и светлые полосы. Что произойдет с шириной полос, если наблюдение осуществить в воде, сохраняя все остальные условия неизменными?
12. Что такое дифракция?
13. Сформулируйте принцип Гюйгенса–Френеля.
14. Объясните явление дифракции света на основании принципа Гюйгенса–Френеля.
15. Назовите существенные признаки понятия «дифракционная решётка».
16. Запишите формулу прозрачной дифракционной решётки при нормальном падении излучения на ее поверхность.
17. Выведите формулу дифракционной решетки.
18. Чем различаются спектры испускания и поглощения для различных агрегатных состояний одного и того же вещества?
19. Почему в центральной части спектра, полученного на экране при освещении дифракционной решетки белым светом, всегда наблюдается белая полоса?
20. Какой спектр имеют излучения следующих источников: пламя свечи, пламя костра, спираль электролампы, пламя электрической дуги, неоновая лампа, лампа дневного света?
21. Почему стеклянная призма не может быть использована для получения спектров инфракрасного и ультрафиолетового излучения?
22. Излучают ли электромагнитные волны предметы, находящиеся вокруг вас?
23. Почему при уменьшении напряжения "световая отдача" ламп накаливания уменьшается, и свечение приобретает красный оттенок?

### Задачи:

1. Длина волны монохроматического света в воздухе  $\lambda_0=600$  нм. При переходе в стеклянную пластинку длина волны становится равной  $\lambda_1=420$  нм. Определите угол  $\alpha$  падения луча света на стеклянную пластинку, если отраженный и преломленный лучи образуют прямой угол.

2. Определите число длин волн монохроматического света с частотой колебаний  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$  Гц, которые уложится на отрезке длиной  $l = 1,2$  мм: а) в вакууме; б) в стекле.

3. Определите длину  $l_1$  отрезка, на котором укладывается столько же длин волн в вакууме, сколько их укладывается на отрезке  $l_2 = 3$  мм в воде.

5. На пути монохроматической световой волны, распространяющейся в воздухе, поместили стеклянную пластинку толщиной  $h = 1$  мм. Определите изменение оптической длины пути  $\delta$ , если волна падает на пластинку: а) нормально; б) под углом  $\varphi = 30^\circ$ .

6. На пути монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм находится плоскопараллельная стеклянная пластина толщиной  $d = 0,10$  мм. Свет падает на пластину нормально. Определите, на какой угол  $\varphi$  следует повернуть пластину, чтобы оптическая длина пути  $\delta$  изменилась на  $\Delta \delta = 300$  нм.

7. Две когерентные волны приходят в некоторую точку пространства с оптической разностью хода  $\delta = 2,25$  мкм. Определите результат интерференции в этой точке для фиолетового света с длиной волны  $\lambda = 400$  нм.

8. Два параллельных монохроматических луча, расстояние между которыми,  $a = 2,0$  см, падают на стеклянную призму, преломляющий угол которой  $\alpha = 30^\circ$  (рис. 2.24). Определите оптическую разность хода  $\delta$  лучей, вносимую призмой, если абсолютный показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

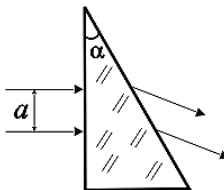


Рис. 2.24

9. Определите оптическую разность хода  $\delta$  световых волн соответствующую максимуму второго порядка для монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 700$  нм.

10. Определите разность фаз  $\Delta\varphi$  колебаний, соответствующих оптической разности хода двух интерферирующих монохроматических световых волн  $\delta = 0,3\lambda$ .

11. Точечные когерентные источники света  $S_1$  и  $S_2$ , длина волны, излучения которых  $\lambda = 500$  нм, находятся в воздухе на расстоянии  $d = 0,15$  мм друг от друга. Определите оптическую разность хода волн, приходящих от этих источников в точку  $C$  экрана размещенного на расстоянии  $l = 4,8$  м от них, если расстояние  $OC = 16$  мм (рис. 2.25).

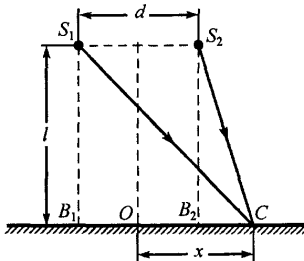


Рис. 2.25

12. Плоская монохроматическая световая волна падает из воздуха на прозрачную плоскопараллельную пластинку. При каких условиях будут наблюдаться максимумы интерференции в отраженном и проходящем через пластинку свете? Почему интерференция в отраженном свете наблюдается более отчетливо?

13. Геометрическая разность хода двух монохроматических световых волн распространяющихся в воде, в некоторой точке составляет  $\Delta l = 1,2$  мкм. Определите результат интерференции волн в этой точке, если  $\lambda = 600$  нм.

14. При наблюдении интерференции света от двух когерентных источников монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 520$  нм на участке экрана длиной  $l = 4,0$  см наблюдается 8 полос. Определите расстояние  $d$  между источниками света, если известно, что они размещены на расстоянии  $L = 2,75$  м от экрана.

15. Если на пути одного из интерферирующих лучей поместить пластинку, абсолютный показатель преломления которой  $n = 1,6$ , то центральная светлая полоса сместится и займет место шестой светлой полосы. Определите толщину пластинки, если длина волны 660 нм.

16. Дифракционная решетка, период которой  $d = 4$  мкм, освещается светом с длиной волны  $\lambda = 687$  нм. Определите угол  $\varphi$  дифракции соответствующий спектру второго порядка.

17. Определите наибольший порядок спектра, который можно наблюдать, используя дифракционную решетку, имеющую  $N = 500$  штрихов на миллиметр длины, при освещении ее светом с длиной волны  $\lambda = 720$  нм.

18. Дифракционная решетка освещается светом с длиной волны  $\lambda = 420$  нм. Определите расстояние между максимумами нулевого и первого порядка, на экране, размещенном на расстоянии  $L = 2,5$  м от решетки, если решетка имеет 125 штрихов на 1 мм.

19. Определите ширину спектров первого и второго порядка, при нормальном падении белого света ( $380 \leq \lambda \leq 760$  нм), на дифракционную решетку, период которой  $d = 0,01$  мм, если экран размещен на расстоянии  $L = 3$  м от решетки.

20. На дифракционную решетку, период которой  $d = 2,0$  мкм, нормально падает белый свет ( $400 \text{ нм} \leq \lambda \leq 700 \text{ нм}$ ). Непосредственно за решеткой размещена линза, с фокусным расстоянием  $F = 2,0$  м. Будут ли перекрываться спектры первого и второго порядков на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы? Во сколько раз спектр второго порядка шире спектра первого порядка?

21. На дифракционную решетку, которая имеет 200 штрихов на 1 мм, нормально падает свет от газоразрядной трубки с водородом. Определите минимальное значение угла дифракции, при котором максимумы линий  $\lambda_1 = 410,2$  нм и  $\lambda_2 = 656,3$  нм совпадают.

22. На дифракционную решетку с периодом  $d = 2,0$  мкм, нормально падает свет с длиной волны  $\lambda = 500$  нм. Определите порядок  $m$  дифракционного максимума, соответствующего углу дифракции  $\varphi = 30^\circ$ .

23. На дифракционную решетку, период которой  $d = 2$  мкм, нормально падает монохроматический свет. Определите длину волны  $\lambda$  падающего света, если второй дифракционный максимум, наблюдается под углом  $\varphi = 30^\circ$ .

24. На щель шириной  $d = 3,0$  мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Определите длину волны  $\lambda$  падающего света, если угол между дифракционными минимумами третьего порядка  $\alpha = 60^\circ$ .

25. При освещении дифракционной решетки нормально падающим на нее монохроматическим светом, один из дифракционных максимумов наблюдается при оптической разности хода световых волн  $\delta = 1,0$  мкм. Определите угол дифракции  $\varphi$ , соответствующий этому максимуму, если период решетки  $d = 2,0$  мкм.

26. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 750$  нм. Определите

период  $d$  дифракционной решетки, если дифракционному максимуму второго порядка соответствует отклонение от первоначального направления на угол  $\varphi = 30^\circ$ .

27. На дифракционную решетку с периодом  $d = 2 \text{ мкм}$  нормально падает свет с длиной волны  $\lambda = 520 \text{ нм}$ . Определите общее число  $N$  максимумов, в дифракционном спектре.

28. На дифракционную решетку с периодом  $d = 5,0 \text{ мкм}$  нормально падает монохроматический свет. Определите длину волны  $\lambda$  падающего света, если дифракционный максимум четвертого порядка наблюдается под углом  $\varphi = 30^\circ$ .

29. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 750 \text{ нм}$ . Определите число  $N$  штрихов на одном миллиметре длины решетки, если максимум четвертого порядка наблюдается под углом  $\varphi = 30^\circ$ .

30. На дифракционную решетку с периодом  $d = 2 \text{ мкм}$  нормально падает монохроматическое излучение. Определите наибольший (максимальный) порядок спектра  $m_{\text{max}}$ , если частота падающего излучения  $\nu = 4,4 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ .

31. На дифракционную решетку с периодом  $d = 2,0 \text{ мкм}$  нормально падает монохроматический свет. Определите длину световой волны  $\lambda$  падающего света, если угол между максимумами второго порядка  $\alpha = 60^\circ$ .

32. Спектры порядков  $m_1 = 2$  и  $m_2 = 3$  в видимой области от дифракционной решетки частично перекрываются. Определите, какой длине волны  $\lambda_2$  в спектре третьего порядка соответствует линия  $\lambda_1 = 700 \text{ нм}$  в спектре второго порядка.

33. Для определения периода дифракционной решетки на нее через красный светофильтр, пропускающий излучение с длиной волны  $\lambda = 0,76 \text{ мкм}$ , направили световой пучок. Определите период  $d$  решетки, если на экране, отстоящем от решетки на  $L = 1,0 \text{ м}$ , расстояние между спектрами первого порядка  $l = 15,2 \text{ см}$ .

34. На дифракционную решетку перпендикулярно к ее поверхности падает свет. Определите длину волны  $\lambda_2$  линии в спектре второго порядка, угол дифракции, для которой  $\varphi_2 = 45^\circ$ , если угол дифракции в спектре первого порядка для линии с длиной волны  $\lambda_1 = 600 \text{ нм}$  составляет  $\varphi_1 = 30^\circ$ .

35. При наблюдении через дифракционную решетку красный край спектра первого порядка виден на расстоянии  $l = 3,5 \text{ см}$  от середины

экрана, который находится на расстоянии  $L = 50$  см от решетки. Определите длину волны  $\lambda$  красного света, если период решетки  $d = 10$  мкм.

36. Определите длину волны  $\lambda$  света, падающего на дифракционную решетку, если в дифракционном спектре максимум второго порядка возникает при оптической разности хода монохроматических волн  $\delta = 1,4$  мкм.

37. На щель шириной  $d = 6\lambda$  падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda$ . Определите угол дифракции  $\varphi$ , соответствующий третьему дифракционному минимуму.

38. При освещении дифракционной решетки нормально падающим на нее монохроматическим светом, один из дифракционных максимумов наблюдается под углом  $\alpha = 30^\circ$ . Определите период  $d$  решетки, если оптическая разность хода световых волн  $\delta = 1,0$  мкм.

## ГЛАВА 3. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

### 3.1. Тепловое излучение

Все нагретые тела (твердые, жидкие, газообразные) излучают энергию. Это может быть свет, излучаемый электрической лампой накаливания, слабое свечение спирали электроплитки или невидимое излучение хорошо нагретой печи. *Тепловое излучение* Солнца является основой всех жизненных процессов на Земле.

Электромагнитное излучение обусловлено переходом атомов, молекул и других атомных систем из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией. При этом процесс излучения сопровождается потерей внутренней энергии тела. Для того чтобы обеспечить процесс длительного излучения телом энергии, необходимо пополнять ее; в противном случае будут происходить изменения внутри тела. В тех случаях, когда необходимая для излучения энергия передается телу путем его нагревания, т. е. подводом некоторого количества теплоты, соответствующее излучение называют тепловым или *температурным*. От других видов излучения оно отличается только способом перехода системы, излучающей энергию, в возбужденное состояние. В явлениях теплового излучения такой переход осуществляется в результате теплового движения атомов и молекул.

Тепловое излучение имеет место при любой температуре, но при небольших температурах излучаются практически только длинные (инфракрасные) электромагнитные волны. Особенности теплового излучения определяются температурой и физическими свойствами тела, при повышении температуры свечение тела становится ярче, спектр излучения обогащается более короткими волнами. Если процесс излучения контролировать с помощью спектроскопа, то можно заметить, что при увеличении температуры формируется сплошной спектр, который начинается от узкой области излучения красного цвета ( $\lambda \sim 700$  нм) и постепенно переходит в полный видимый спектр. Используя фотоэлектрические приборы можно обнаружить также инфракрасное и ультрафиолетовое излучения нагретого тела.

В противоположность другим излучениям, тепловое излучение является единственным видом излучения, которое может находиться в состоянии термодинамического равновесия с телами, которые являются источниками этого излучения. Это обусловлено тем, что интенсивность излучения возрастает при повышении температуры. Равновесное излучение наблюдается при постоянной температуре, например, если источник этого излучения находится внутри замкнутой полости

с непрозрачными стенками, температура которых равна температуре источника. Таким образом, внутри полости будет происходить непрерывный обмен энергией между телом и излучением, заполняющим полость. При этом распределение энергии между телом и излучением остается неизменным для каждой длины волны. Отметим, что от равновесного практически не отличается излучение, выходящее из полости через очень малое отверстие в оболочке, поскольку в этом случае теряется очень малая часть энергии, которая находится в полости. Источником теплового равновесного излучения является Солнце, постоянная температура поверхности которого поддерживается в результате излучения энергии при термоядерных реакциях внутри его. Тепловое излучение подчиняется законам термодинамики. Для характеристики теплового излучения используют понятия «испускательная и поглощательная способность», а также «энергетическая светимость».

*Испускательная способность*,  $r_{\lambda,T}$  определяет энергию, которая излучается единицей поверхности нагретого тела в единицу времени в интервале длин волн  $d\lambda$ . Она зависит от длины волны излучения  $\lambda$ , температуры тела  $T$ , его природы и состояния поверхности.

*Поглощательная способность*,  $\alpha_{\lambda,T}$ , в отличие от испускательной, определяет энергию, поглощаемую телом, и также зависит от длины волны  $\lambda$  и температуры  $T$ .

*Энергетическая светимость*,  $R$  определяет энергию, которая излучается единицей поверхности тела за единицу времени по всем направлениям (в границах телесного угла  $2\pi$  стерадиан). Связь между энергетической светимостью и испускательной способностью тела

определяется равенством: 
$$R = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda .$$

Развитие теории теплового излучения началось в 1859 г., когда Кирхгоф открыл основной закон этого явления. *Закон Кирхгофа* утверждает, что отношение испускательной способности тела к его поглощательной способности для различных тел при данной температуре одинаковое, не зависит от природы тела и является универсальной

функцией длины волны и температуры: 
$$\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} = f(\lambda, T).$$

Функцию  $f(\lambda, T)$  называют *функцией Кирхгофа*. Этот закон является точным качественным обобщением правила, эмпирически установленного швейцарским физиком П. Преве (1751 – 1839) в 1809 г. В соответствии с этим правилом, если поглощательные способности тел разные, то будут

разными и их испускательные способности. Значения  $r_{\lambda,T}$  и  $\alpha_{\lambda,T}$ , могут изменяться в широких пределах при переходе от одного тела к другому, но их отношение оказывается одинаковым для всех тел. Это означает, что тело сильнее поглощает излучение тех же длин волн, которые и излучает. Поэтому в спектрах излучения и поглощения положения соответствующих спектральных линий совпадают.

Тело, которое поглощает всю энергию излучения, падающего на него, называется *абсолютно черным*. Его поглощательная способность равна единице для всех длин волн при данной температуре,  $\alpha_{\lambda,T} = 1$ . В связи с этим универсальная функция Кирхгофа есть не что иное, как испускательная способность абсолютно черного тела:  $f(\lambda, T) = r(\lambda, T)$ .

Отсюда следует, что наибольшей испускательной способностью при данной температуре обладает абсолютно черное тело. Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь имеют близкую к единице поглощательную способность только в ограниченном интервале длин волн. Моделью абсолютно черного тела является замкнутая полость, которая имеет малое отверстие (рис. 3.1).

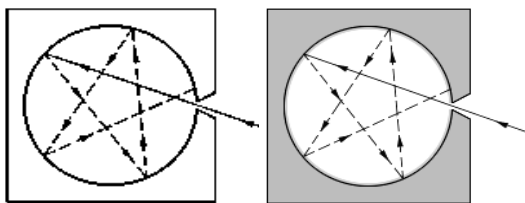


Рис. 3.1

Попадающий внутрь полости луч после многократного отражения от стенок практически полностью поглощается независимо от свойств вещества стенок. Поэтому отверстие кажется черным. Тела, для которых  $\alpha_{\lambda,T} < 1$ , называют *серыми*.

Через 20 лет после открытия закона Кирхгофа австрийские физики Й. Стефан (1835 – 1893) на основе экспериментальных данных в 1879 г., а затем Больцман в 1884 г. на основе принципов термодинамики сформулировали следующий закон: **энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры  $T$ :  $R = \sigma T^4$** , где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$  –

постоянная Стефана – Больцмана. Закон Стефана – Больцмана дает возможность рассчитать интенсивность суммарного излучения абсолютно

черного тела, но не отвечает на вопрос о спектральном распределении энергии. Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела изучалось экспериментально в конце XIX века. В качестве абсолютно черного тела использовались полость с маленьким отверстием (рис. 3.1), полированная платиновая пластина и уголь. На рисунке 3.2 представлены графики зависимости испускательной способности  $r_\lambda$  абсолютно черного тела от длины волны  $\lambda$ , при различных значениях температуры  $T$ . Площадь под каждой из кривых, численно равна энергетической светимости тела при данной температуре. Из рисунка 3.2 следует, что энергетическая светимость абсолютно черного тела сильно возрастает с увеличением температуры, а ее максимум смещается в сторону коротких длин волн.

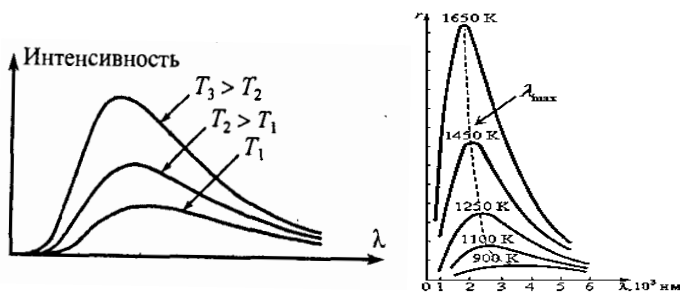


Рис. 3.2

Из графиков зависимости испускательной способности  $r_\lambda$  абсолютно черного тела от длины волны  $\lambda$  видно, что максимуму испускательной способности соответствует некоторая длина волны  $\lambda_{\max}$ , которая связана с абсолютной температурой  $T$  соотношением:  $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$ .

Это равенство получило название *закона смещения Вина*, где  $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  – *постоянная Вина*.

Первую попытку найти аналитический вид функции  $f(\lambda, T) = r(\lambda, T)$  сделал в 1887 г русский физик В. А. Михельсон (1860–1927). Эта попытка оказалась неудачной, поскольку автор не использовал статистические методы и не учитывал квантовые свойства вещества и излучения. Исследования В. А. Михельсона продолжил немецкий физик В. Вин (1864–1928). В 1893 г., исходя из законов термодинамики, В. Вин получил формулу, согласно которой  $r_{\lambda, T} = \frac{\alpha}{\lambda^5} e^{-\frac{\beta}{kT}}$ , где  $k$  – постоянная Больцмана.

Формула Вина при должном выборе постоянных  $\alpha$  и  $\beta$  приводила к хорошему согласию с экспериментальными результатами в области коротких длин волн. Теоретический вывод функции  $r_{\lambda,T}$  осуществили в 1900 г. английские физики Д. Релей (1842 – 1919) и Д. Джинс (1877 – 1946) на основе закона о равномерном распределении энергии по степеням свободы. При этом каждой независимой стоячей электромагнитной волне в замкнутой полости приписывались одна степень свободы и энергия  $E = \frac{1}{2} kT$ . В результате для испускательной способности было получена

формула  $r_{\lambda,T} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$ , которая соответствует экспериментальным

данным только в области больших длин волн ( $c$  – скорость света в вакууме). Если провести интегрирование равенства  $r_{\lambda,T} = f(\lambda, T)$  по всем длинам волн, получим формулу для расчета энергетической светимости:  $R = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda = 2\pi c kT \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty$ .

Из формулы видно, что энергетическая светимость абсолютно черного тела в области коротких длин волн должна быть бесконечно большой. Возникшее противоречие, получившее в физике название "ультрафиолетовой катастрофы", указывало на несовпадение теории, описывающей тепловое излучение, с экспериментальными результатами. Это противоречие было объяснено квантовой теорией излучения.

### 3.2. Квантовая теория излучения. Фотон

Немецкий физик М. Планк (1858 – 1947) в 1900 г. высказал гипотезу, согласно которой излучение испускается телами не непрерывно, а в виде отдельных порций. Энергия каждой такой порции – *кванта излучения* – пропорциональна его частоте:  $E = h\nu$ , где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – *постоянная Планка*.

Моделируя излучающие энергию атомы гармоническими осцилляторами, Планк получил для функции Кирхгофа следующее

выражение:  $f(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$ , которое называют формулой

Планка.

Формула Планка хорошо согласуется с результатами самых точных экспериментальных исследований зависимости испускательной

способности абсолютно черного тела от  $\lambda$  и  $T$  (рис. 3.2). Из этой формулы как частные случаи следуют аналитические выражения законов Стефана – Больцмана и Вина, причем значения постоянных  $\sigma$  и  $b$  можно рассчитать, используя фундаментальные постоянные  $h$ ,  $k$ ,  $c$ . Таким образом, законы теплового излучения не только подтверждают квантовые свойства света, но дают возможность определить температуру нагретых тел ( $T \sim 2500$  К и выше), которую измерить достаточно сложно.

Методы определения температуры, основанные на законах теплового излучения, носят название *оптической пирометрии*.

Среди них: радиационный метод, использующий закон Стефана–Больцмана; метод, основанный на законе распределения яркости по длинам волн (закон Вина); яркостный (закон Планка). Приборы, используемые для измерения температуры оптическими методами, носят название *пирометров*.

Идея Планка в дальнейшем была развита А. Эйнштейном, который предположил, что электромагнитное излучение не только испускается порциями (квантами), но распространяется и поглощается веществом в виде отдельных квантов энергии электромагнитного поля и соответствующих им частиц – **фотонов**.

Фотон ( $\gamma$ ) (от греч. phos, род. падеж photos – свет) – элементарная частица, соответствующая кванту энергии электромагнитного поля. Масса покоя фотона  $m = 0$  (экспериментальное ограничение  $m < 5 \cdot 10^{-60}$  г), и поэтому его скорость равна скорости света. Представление о фотоне возникло в ходе развития квантовой теории и теории относительности (термин "фотон" был введен Г.Льюисом (G.Lewis) в 1929 г.).

### ***Основные свойства фотонов.***

Фотон – электронейтральная безмассовая материальная частица, обладающая энергией  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$  и импульсом  $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ , которая участвует в электромагнитном и гравитационном взаимодействиях.

Фотон, существует только в движении. Скорость фотона в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  и не зависит от выбора инерциальной системы отсчета.

Фотоны могут сравнительно легко рождаться (излучаться) и исчезать (поглощаться). Они являются неделимыми частицами, т. е. излучаются, отражаются или поглощаются только целиком. Корпускулярные и волновые свойства электромагнитного излучения (света) взаимосвязаны: если частота излучения (энергия фотона) мала, то в большей степени

проявляются волновые свойства излучения; при больших частотах легче выявить корпускулярные свойства излучения. Когда регистрируются результаты воздействия излучения на объект в течении сравнительно больших промежутков времени, дискретность светового излучения стирается и наблюдается непрерывная волновая картина. В случае индивидуальных актов взаимодействия излучения с микрочастицами, дискретная структура излучения выступает на первый план.

### 3.3. Фотоэлектрический эффект и его законы

Электрические явления, возникающие в веществе, в том числе в полупроводниках и полупроводниковых структурах, под воздействием электромагнитного излучения, называют *фотоэлектрическими*. К фотоэлектрическим явлениям относят появление фото-ЭДС, изменение электропроводности под действием излучения, изменение диэлектрической проницаемости, фотоэлектронную эмиссию.

**Внешний фотоэффект** (фотоэлектронная эмиссия) – испускание электронов твёрдыми телами или жидкостями под воздействием электромагнитного излучения.

Внешний фотоэффект был открыт Г. Герцем (G.Hertz) в 1887 году. В 1888 г. немецкий физик В. Гальвакс (1859–1922), изучая разряд электрометра при освещении цинковой пластины ультрафиолетовым излучением, выяснил, что причиной разряда является появление частиц с отрицательным электрическим зарядом. В 1898 г. Ф. Ленард (Ph. Lenard) и Дж. Дж. Томсон (J. J. Thomson), используя результаты экспериментов по изучению движения частиц, вырываемых с поверхности металла, в электрических и магнитных полях, определили числовое значение удельного заряда этих частиц:  $\frac{e}{m} = -1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$ . Следовательно, под воздействием излучения из вещества освобождаются электроны, которые называют *фотоэлектронами*.

Внешний фотоэффект может быть представлен как результат трёх последовательных процессов:

- поглощение фотона и появление электрона с высокой (по сравнению со средней) энергией;
- движение электрона, поглотившего фотон к поверхности, при котором часть его энергии может рассеяться за счёт взаимодействия с другими частицами вещества или с дефектами структуры;
- выход электрона в вакуум или другую среду через потенциальный барьер на границе раздела. Вылетевшие электроны называют фотоэлектронами.

**Внутренний фотоэффект** – наблюдается в полупроводниках и в меньшей степени в диэлектриках. В отличие от внешнего при внутреннем фотоэффекте оптически возбужденные электроны остаются внутри освещенного тела, не нарушая его электронейтральности. За счет энергии поглощенного фотона связанный электрон освобождается и становится электроном проводимости, концентрация свободных носителей зарядов, и электропроводность тела возрастают.

С точки зрения зонной теории кристаллических тел энергия фотона тратится на переход электрона из валентной зоны в зону проводимости. В неоднородных полупроводниках наравне с изменением проводимости наблюдается возникновение разности потенциалов или фото-ЭДС. Это явление (*фотогальванический эффект*) обусловлено тем, что вследствие односторонней проводимости полупроводника происходит пространственное разделение электронов и дырок. Электроны и дырки концентрируются на разных концах полупроводника, в результате чего возникает ЭДС. Таким образом, происходит превращение световой энергии в электрическую.

В 1888 – 1890 гг. Столетов провел систематическое исследование внешнего фотоэффекта, на установке, схема которой изображена на рисунке 3.3. Снимая показания гальванометра и вольтметра, можно построить вольтамперную характеристику межэлектродного промежутка (рис. 3.4).

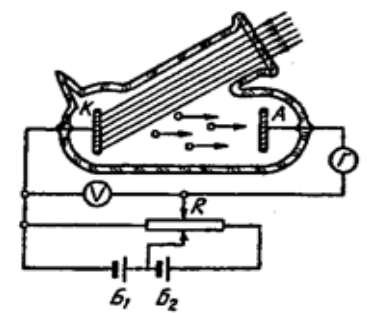


Рис.3.3

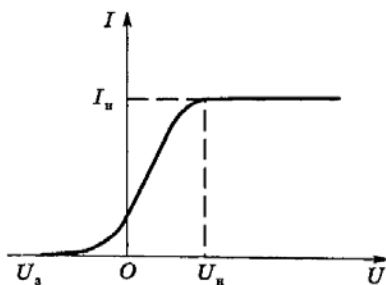


Рис.3.4

Из вольтамперной характеристики следует:

1. При некотором значении напряжения  $U_n$  сила фототока достигает насыщения ( $I_n$ ). Явление насыщения соответствует случаю, когда все электроны, покинувшие катод, достигают анода. Следовательно, сила тока насыщения определяется количеством электронов  $n$ , испускаемых катодом за единицу времени под воздействием излучения:  $I_n = en$ .

2. Сила тока обращается в ноль при некотором отрицательном напряжении, которое называют *задерживающим* ( $U_3$ ). При этом напряжении вся кинетическая энергия фотоэлектронов затрачивается на работу против сил электрического поля:  $eU_3 = \frac{mv_{\max}^2}{2}$ , где  $e$  –

элементарный электрический заряд,  $m$  – масса электрона.

3. Значение силы фототока  $I_0$ , соответствующее напряжению  $U = 0$  определяется числом электронов, обладающих скоростями, достаточными для того, чтобы долететь до анода «самостоятельно», без «помощи» ускоряющего электрического поля (см. рис. 3.4).

Из вольтамперных характеристик, полученных при постоянной частоте света и различных интенсивностях света, падающего на фотокатод, следует, что с увеличением интенсивности  $\Phi$  света значение силы тока насыщения возрастает (рис. 3.5).

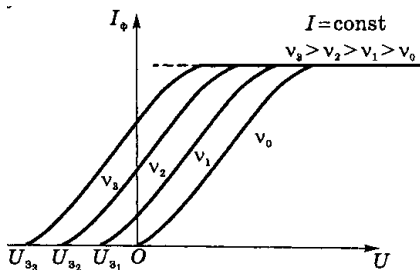


Рис.3.5

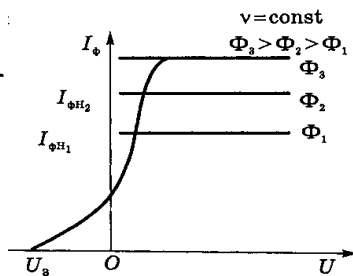


Рис.3.6

Из вольтамперных характеристик, полученных при постоянной интенсивности  $\Phi$  света и различных частотах, следует, что с увеличением частоты света значение задерживающего напряжения (максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов) возрастает (рис. 3.6).

На основе анализа экспериментальных данных Столетов сформулировал три закона внешнего фотоэффекта:

**1-й закон фотоэффекта** – выражает связь между числом электронов, вырванных с поверхности металла, и интенсивностью света, падающего на поверхность металла: *сила фототока насыщения (число электронов, вырываемых светом с катода в единицу времени) пропорциональна интенсивности света, падающего на фотокатод:*

$I_n = \gamma \Phi$ . Коэффициент  $\gamma$ , который называют *чувствительностью облучаемой поверхности*, зависит от природы и состояния этой поверхности, а также от длины световой волны (рис.3.7).

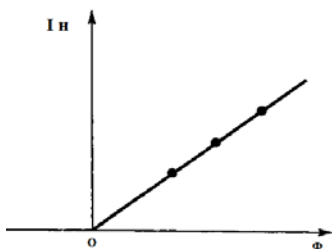


Рис.3.7

**2-й закон фотоэффекта** – выражает связь между скоростью покинувших металл фотоэлектронов и частотой световой волны: *Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой  $\nu$  падающего излучения и не зависит от интенсивности излучения.*

**3-й закон фотоэффекта.** Для каждого вещества при определённом состоянии его поверхности, *существует длинноволновая (красная) граница фотоэффекта  $\lambda_0$ , за которой (при  $\lambda > \lambda_0$ ) фотоэффект не наблюдается.*

Длинноволновой границе  $\lambda_0$  соответствует минимальная частота света  $\nu_0$ , при которой еще возможен внешний фотоэффект. Числовое значение  $\nu_0$  зависит от химической природы вещества фотокатода и состояния его поверхности.

**4-й закон. Фотоэффект безинерционен.** Безинерционность фотоэффекта следует из того, что при облучении поверхности металла светом, частота которого  $\nu \geq \nu_0$ , время запаздывания не превышает 1 нс.

Эти законы строго выполняются лишь при  $T = 0$  К. При  $T > 0$  К наблюдается фотоэффект и при  $\lambda > \lambda_0$ , но с малым квантовым выходом. Законы нарушаются также при высоких интенсивностях падающего излучения, когда становятся заметными многофотонные процессы.

### 3.3.1. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.

Экспериментальные законы, которым подчиняется внешний фотоэффект, находятся в противоречии с основными положениями волновой теории света. Электромагнитная световая волна, падающая на поверхность тела, вызывает вынужденные колебания электронов с амплитудой, пропорциональной амплитуде самих световых волн. За время воздействия световой волны электрон запасает энергию и при некотором ее значении

может вылететь с вещества, т. е. выполнить работу выхода. Если это так, то энергия фотоэлектронов должна находиться в прямой зависимости от интенсивности света, падающего на поверхность тела. Но опыты показывают, что энергия фотоэлектронов не зависит от светового потока. С увеличением интенсивности возрастает число испускаемых электронов. Энергия фотоэлектронов зависит только от частоты света.

В 1905 г. Эйнштейн показал, что все экспериментальные закономерности фотоэффекта можно объяснить на основе гипотезы Планка (см. п. 3.2). Эйнштейн при этом высказал догадку, что свет не только излучается отдельными порциями, но и поглощается такими, же порциями. При поглощении фотона его энергия целиком передается электрону.

Надо иметь в виду, что при не очень больших интенсивностях света фотоэффект считается однофотонным процессом (одному фотону соответствует один фотоэлектрон). Если этой энергии достаточно, чтобы освободить электрон от удерживающих его связей, то он выходит за границы поверхности тела. При этом число освобожденных электронов пропорционально числу поглощенных фотонов, т. е. сила тока насыщения пропорциональна интенсивности света. Поскольку энергия фотоэлектрона определяется энергией фотона  $E = h\nu$ , то очевидна ее линейная зависимость от частоты света и независимость от его интенсивности.

В процессе фотоэффекта часть энергии, которая приобретается электроном в результате поглощения фотона, расходуется на совершение им работы выхода  $A$  и увеличения его кинетической энергии. Таким образом, закон сохранения энергии в элементарном акте поглощения фотона, при фотоэффекте можно записать в виде:  $h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$ .

Это равенство носит название *уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*. Если учесть, что  $\lambda\nu = c$ , то уравнение Эйнштейна можно выразить через длину световой волны:  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$ .

Очевидно, что если  $h\nu < A$  электрон не может покинуть поверхность тела. Это указывает на существование минимальной частоты излучения  $\nu_0 = \frac{A}{h}$  – *красной границы*, при которой еще возможен фотоэффект.

Значения работы выхода  $A$ , рассчитанные по красной границе фотоэффекта  $\nu_0$ , хорошо совпадают со значениями, которые получены при изучении термоэлектронной эмиссии. Максимальная кинетическая энергия

фотоэлектронов определяется задерживающим напряжением между электродами, при котором фототок равен нулю. В этом случае

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eU_3.$$

С учетом полученного равенства уравнение Эйнштейна можно записать в виде:

$$h\nu = A + eU_3$$

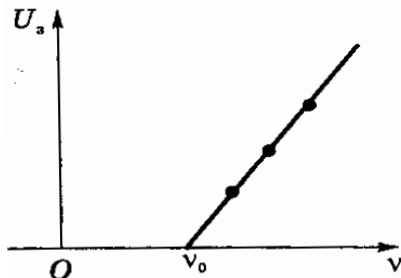


Рис.3.8

Из графика зависимости  $U_3(\nu)$  (рис. 3.8) по точке пересечения прямой с осью ординат можно определить работу выхода. По значению угла наклона прямой к оси абсцисс можно рассчитать постоянную Планка.

Таким образом, результаты исследований фотоэффекта подтверждают факт существования световых квантов. Можно сказать, что свет не только излучается атомами в виде порций энергии  $E = h\nu$ , но распространяется в пространстве и поглощается веществом в виде таких же порций. Порция, которая получила название *фотона*, перемещается со скоростью света.

**3.3.2. Применение фотоэффекта.** На основе внешнего и внутреннего фотоэффектов работают многочисленные приемники излучения – фотоэлементы, которые превращают световой сигнал в электрический. Первый фотоэлемент на основе внутреннего фотоэффекта был сконструирован в 1875 г., а вакуумный фотоэлемент на основе внешнего фотоэффекта – в 1889 г. Вакуумные фотоэлементы имеют следующее строение. Внутренняя часть поверхности стеклянного баллона, из которого откачан воздух (рис. 3.9), покрыта тонким светочувствительным металлическим слоем 1, который служит фотокатодом.

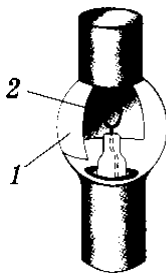


Рис.3.9

Для видимой и близкой ультрафиолетовой области применяются сурьмяно–цезиевые фотокатоды, для красной и ближайшей инфракрасной – серебряно–кислородно–цезиевые. Анод 2 в виде металлического кольца находится в центре баллона. Выводы анода и катода подключаются к источнику постоянного напряжения. Освещение катода вызывает в цепи фотоэлемента ток, пропорциональный световому потоку  $\Phi$ .

Основной характеристикой фотоэлементов является *чувствительность*, равная фототок, который вызывается единичным

световым потоком:  $\gamma = \frac{I}{\Phi}$ .

Чувствительность определяется природой вещества катода и длиной волны излучения. Для вакуумных фотоэлементов она составляет (20 –

100)  $\frac{\text{мкА}}{\text{лм}}$ , газонаполненных – до  $10^3 \frac{\text{мкА}}{\text{лм}}$ .

Основной недостаток вакуумных фотоэлементов – малая чувствительность – устранен в фотоэлектрических умножителях (ФЭУ) усилением фототока за счет вторичной электронной эмиссии.

ФЭУ представляет собой вакуумный фотоэлемент (рис. 3.10) с рядом промежуточных электродов (эмиттеров)  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ , (их насчитывается до 10 – 15). Под воздействием света фотокатод  $K$  испускает фотоэлектроны, которые ускоряются электрическим полем и при столкновении с эмиттером  $\mathcal{E}_1$  вызывают эмиссию вторичных электронов. Этот процесс умножения фотоэлектронов повторяется на эмиттерах  $\mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3 \dots$ . Вторичные электроны с последнего эмиттера собираются на анод (коллектор)  $A$  и создают в цепи нагрузки  $R$  ток, превышающий фототок с катода в  $10^5 –$

$10^8$  раз. Чувствительность ФЭУ достигает  $10^3 \frac{\text{А}}{\text{лм}}$ .

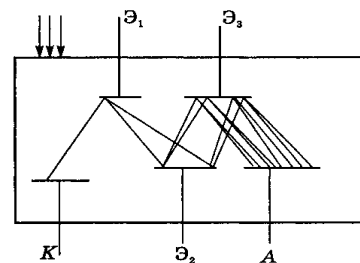


Рис.3.10

Многие из фоторезисторов обладают спектральной чувствительностью. Например, чувствительность селенового фотоэлемента близка к спектральной чувствительности человеческого глаза. Недостатком фоторезисторов является их инерционность: изменение фототока запаздывает относительно изменения освещенности фотоэлемента, т.е. рекомбинация электронов и дырок не успевает реагировать на быстрые изменения светового потока. Поэтому фоторезисторы не пригодны для регистрации быстропеременных световых потоков. В них отсутствует прямая пропорциональная зависимость между током и интенсивностью света, их сопротивление зависит от температуры окружающей среды.

Фотоэлементы находят широкое применение в научных исследованиях, технике и разных отраслях производства. Многочисленные оптические измерения в наше время, как правило, проводятся с помощью того или иного типа фотоэлементов. Фотометрические и спектроскопические исследования, измерения слабых световых потоков, регистрация инфракрасных спектров осуществляются специальными фотоэлементами. Исключительное значение имеют фотоэлементы для телемеханизации и автоматизации производственных процессов, их контроля и управления.

В соединении с электронным усилителем и электромагнитным реле фотоэлемент является неотделимой частью различных автоматических приспособлений. Фотореле автоматически включают уличное освещение, используются для сортировки массовых изделий по их размерам и окраске, считают детали на конвейере, позволяют на расстоянии управлять ходом производственных процессов, предупреждают аварии, запускают разные автоматы (например, в метро) и выполняют много других функций.

Полупроводниковые фотоэлементы используются в качестве источников тока в часах, микрокалькуляторах, фотоэкспонетрах и других приборах. В качестве солнечных батарей они работают на искусственных спутниках Земли, межпланетных и орбитальных

автоматических станциях, космических кораблях. В военном деле они применяются в лазерных прицелах, самонаводящихся снарядах, приборах ночного видения, локации, сигнализации и др. Фотоэлементы используются также для передачи изображений по телеграфу или фототелефону.

### 3.4. Эффект Комптона.

Явление фотоэффекта не является строгим доказательством гипотезы Планка о существовании фотонов. Для обнаружения фотонов как обособленных в пространстве частиц, обладающих энергией и импульсом, надо было экспериментально изучить взаимодействие отдельных фотонов с другими частицами.

С точки зрения корпускулярной теории взаимодействия света с веществом описывается поглощение, излучение или рассеяние фотонов. Экспериментально рассеяние рентгеновских фотонов на электронах было исследовано в 1923 г. американским физиком А. Комптоном (1892 – 1962). Комптон, исследуя рассеяние жесткого рентгеновского излучения, обнаружил, что длина волны излучения после рассеяния больше длины волны исходного излучения. Рассеяние рентгеновского излучения с изменением длины волны называют *комптоновским*, а само явление – эффектом Комптона. Эффект наблюдается, если энергия фотонов рентгеновского излучения больше энергии связи электронов в атоме.

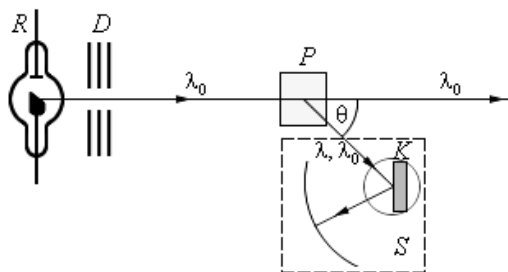


Рис.3.11

Схема опыта Комптона показана на рис. 3.11, где  $R$  – рентгеновская трубка,  $D$  – система диафрагм,  $P$  – тело (кусоч графита), рассеивающее рентгеновское излучение (мишень),  $S$  – рентгеновский спектрограф, роль дифракционной решетки в котором играет кристалл  $K$ , закрепленный на поворотном столике. Измерения Комптона показали, что в рассеянном излучении наряду с длиной волны  $\lambda_0$  исходного излучения, появляется рентгеновское излучение с большей длиной волны

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda.$$

Комптоновское рассеяние подчиняется следующим закономерностям:

- изменение длины волны  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  не зависит от материала мишени, а определяется только углом  $\theta$  между направлениями падающего и рассеянного излучений и с его возрастанием увеличивается:  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\lambda_k \sin^2 \frac{\theta}{2}$ , где  $\lambda_k = 2,43 \cdot 10^{-3}$  нм – так называемая *комптоновская длина волны*;
- с возрастанием угла  $\theta$  интенсивность неизменной компоненты излучения уменьшается, а рассеянной – возрастает;
- с увеличением атомной массы вещества мишени интенсивность рассеянной компоненты уменьшается;
- значение сдвига  $\Delta\lambda$  при одинаковых углах рассеяния  $\theta$  одно и то же для всех веществ.

Кривые распределения интенсивности в спектре излучения, рассеянного под некоторыми углами представлены на рис. 3.12.

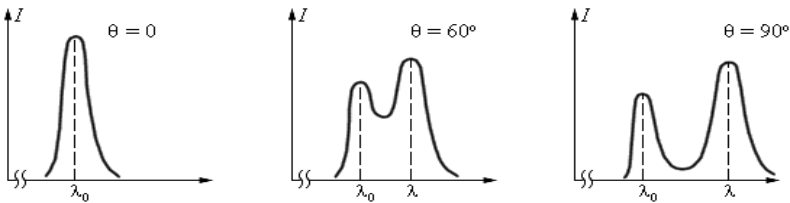


Рис.3.12

Комптон наблюдал рассеяние рентгеновских лучей на графите, парафине и других веществах.

Объяснение эффекта было дано в 1923 г. А. Комптоном и П. Дебаем независимо друг от друга на основе квантовых представлений о природе излучения.

Если считать, что излучение представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона является результатом упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества.

Рассмотрим упругое столкновение налетающего фотона, обладающего энергией  $E_0 = h\nu_0$  и импульсом  $p_0 = \frac{h\nu_0}{c} = \frac{h}{\lambda_0}$ ,

с покоящимся электроном, энергия покоя которого  $E_0 = m_0 c^2$ , где  $m_0$  – масса покоя электрона. Фотон, столкнувшись с электроном, изменяет направление движения (рассеивается). Импульс фотона после рассеяния

становится равным  $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ , а его энергия  $E = h\nu < E_0$ . Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны.

Закон сохранения энергии при столкновении фотона с электроном, находящимся в состоянии покоя, можно записать в виде:  
 $\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + E_e$ , где  $E_e$  – энергия электрона после столкновения. В соответствии с релятивистской формулой:  
 $E_e = \sqrt{m_0^2 c^4 + p_e^2 c^2} = c \sqrt{m_0^2 c^2 + p_e^2}$ , где  $p_e$  – импульс электрона отдачи.

Следовательно,  $\frac{hc}{\lambda_0} + m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda} + c \sqrt{m_0^2 c^2 + p_e^2}$ .

Отсюда  $p_e^2 + m_0^2 c^2 = h^2 \left( \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda} \right)^2 + 2hm_0 c \left( \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda} \right) + m_0^2 c^2$

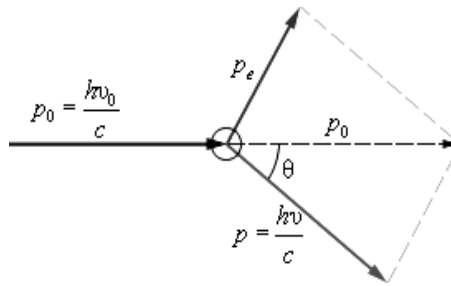


Рис.3.13

По закону сохранения импульса  $\vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e$ , где  $\vec{p}_0$  и  $\vec{p}$  – импульсы фотона до столкновения и после него;  $\vec{p}_e$  – импульс электрона отдачи (рис. 3.13).

Закон сохранения импульса можно записать в скалярной форме, если воспользоваться теоремой косинусов (см. диаграмму импульсов, на рис. 3.13):

$$p_e^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda_0^2} - \frac{2h^2}{\lambda\lambda_0} \cos \theta = h^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{2}{\lambda\lambda_0} \cos \theta \right).$$

Приравняв выражения для  $p_e^2$ , можно вычислить зависимость изменения

длины волны  $\Delta\lambda$  рассеянного излучения, от угла  $\theta$ :  $\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$  или

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\lambda_k \sin^2 \frac{\theta}{2}, \text{ где } \lambda_k = \frac{h}{m_0 c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м} - \text{комптоновская}$$

длина волны электрона.

Исследования Комптона показали, что фотон обладает не только энергией  $E = \frac{hc}{\lambda}$ , но и импульсом  $p = \frac{h}{\lambda}$ . Причем законы сохранения энергии и импульса выполняются при каждом элементарном акте столкновения фотона с другой частицей.

### 3.5. Давление света.

В результате взаимодействия света с веществом (поглощение, отражение, преломление) появляются силы, которые воздействуют на освещенные тела. Эти силы создают *световое давление*.

Идея, согласно которой свет должен воздействовать на освещенные тела, была высказана еще И. Кеплером для объяснения формы кометных хвостов. Максвелл на основе разработанной им теории электромагнетизма впервые показал необходимость существования светового давления и даже вычислил его значение. В то время наука еще не имела экспериментальных доказательств, которые подтверждали бы наличие давления света.

Если, например, электромагнитная волна падает на поверхность  $M$ , то под воздействием электрического поля электроны будут двигаться в направлении, противоположном вектору напряженности  $\vec{E}$  со скоростью  $\vec{v}$  (рис. 3.14). Со стороны магнитного поля  $\vec{B}$  на электроны будет действовать сила Лоренца  $F_{\perp}$  в направлении, перпендикулярном поверхности тела. Эта сила и создает давление света:  $p = \omega(1 + \rho)$ , где  $\omega$  – плотность энергии электромагнитного поля;  $\rho$  – коэффициент отражения.

Для развития теории Максвелла было важно экспериментально определить давление света, которое очень мало ( $\sim 5$  мкПа). При этом возникли трудности точного измерения, обусловленные конвекционными потоками молекул воздуха и радиометрическим эффектом. В 1899 г. русский физик А.А. Лебедев для измерения давления света использовал крутильные весы, состоящие из легкого подвеса  $\Pi$ , на котором закреплено коромысло  $K$  с крылышками 1 и 2. Крылышко 1 – зеркальное, 2 – зачерненное. На оси подвеса закреплено легкое зеркальце 3. Поворот коромысла определялся по шкале 4. Подвес помещался в вакуум, образуя очень чувствительные крутильные весы (рис. 3.15).

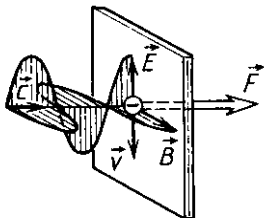


Рис.3.14

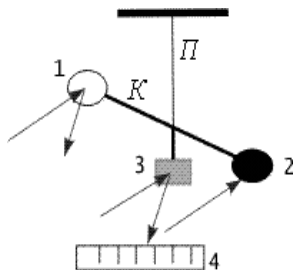


Рис.3.15

При освещении крылышек коромысло поворачивалось на некоторый угол, тем самым указывая на давление света. Измерения Лебедева дали значение давления света, согласующееся с теорией Максвелла с точностью примерно 20 %.

По квантовой теории давление света надо интерпретировать как результат передачи импульса фотона освещенному телу. Пусть  $n$  – концентрация фотонов в световом пучке, падающем на поверхность тела,  $m$  – масса фотона,  $mc$  – импульс фотона,  $\rho$  – коэффициент отражения. За время  $\Delta t$  на площадку  $\Delta S$  упадут все фотоны, которые находятся в цилиндре высотой  $\Delta l = c\Delta t$ , т. е.  $N = nc\Delta S\Delta t$ . Из этого количества  $\rho N$  фотонов отразится, а  $(1 - \rho)N$  будет поглощено поверхностью тела. Каждый поглощенный фотон будет передавать телу импульс  $mc$ , а отраженный  $-2mc$ . Полный импульс, передаваемый телу за промежуток времени  $\Delta t$ , равен импульсу силы светового давления  $F_d\Delta t = p\Delta S\Delta t$  за этот промежуток времени.

Тогда

$$2mc\rho nc\Delta t\Delta S + mc(1 - \rho)nc\Delta t\Delta S = p\Delta S\Delta t.$$

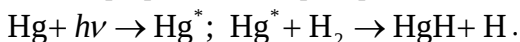
Отсюда:  $p = nmc^2(1 + \rho)$  или  $p = \omega(1 + \rho)$ , где  $\omega = nmc^2$  – плотность энергии светового потока. С учетом того, что  $\omega = \frac{\Phi}{cS}$ , где  $\Phi$  – световой поток,  $S$  – площадь поверхности тела,  $c$  – скорость света в вакууме, формулу  $p = \omega(1 + \rho)$  можно записать в виде  $p = \frac{\Phi}{cS}(1 + \rho)$ .

Опыты Лебедева наряду с опытами Комптона можно рассматривать как экспериментальное доказательство того, что фотоны – частицы света – обладают импульсом.

### 3.6. Химическое действие света.

Химические реакции, которые происходят под воздействием света, называют *фотохимическими*. Действие света сводится к переходу атомов и молекул в возбужденное состояние, в котором они становятся химически активными. Этот процесс называется *активацией* и протекает по следующей схеме:  $A + h\nu \rightarrow A^*$ , где  $A$  – молекула в основном состоянии,  $h\nu$  – энергия фотона,  $A^*$  – активированная молекула. Для фотохимического превращения одной молекулы необходима некоторая минимальная энергия, которую называют *энергией активации*  $E_A$ . В связи с этим энергия фотона  $E_\phi = h\nu$  должна удовлетворять условию  $h\nu \geq E_A$ . Поэтому пороговая частота, при которой возможна фотохимическая реакция:  $\nu_0 = \frac{E_A}{h}$ . Большинство фотохимических реакций протекает под воздействием только ультрафиолетовых лучей.

Исследования показывают, что фотохимическую реакцию можно осуществить также и в области частот  $\nu < \nu_0$ , для которых основное вещество прозрачное. В этом случае к основному веществу надо добавить другое (сенситизатор), которое поглощает свет этой частоты. Такие фотохимические реакции называются *сенситизированными*. При этом молекула сенситизатора поглощает фотон и переходит в возбужденное состояние. Затем при столкновении с молекулой исходного вещества она вызывает ее превращение, например,



Исследование фотохимических процессов очень осложняется теми обстоятельствами, что первичный процесс, вызываемый светом, может сопровождаться многочисленными вторичными реакциями чисто химического характера. В применении к первичным реакциям экспериментально установлены следующие законы:

1. Масса фотохимически прореагировавшего вещества пропорциональна энергии поглощенного монохроматического излучения (*закон Бунзена – Роско*):  $m = k\Phi\Delta t$ , где  $\Phi$  – поток энергии,  $\Delta t$  – промежуток времени облучения,  $k$  – коэффициент, зависящий от природы фотохимической реакции.

2. Каждому поглощенному фотону соответствует превращение одной молекулы (*соотношение Эйнштейна*).

Этот закон впервые был проверен на фотохимической реакции разложения бромистого водорода:  $2\text{HBr} + 2h\nu \rightarrow \text{H}_2 + \text{Br}_2$ .

Энергию, которую получила молекула при поглощении фотона, можно реализовать разными способами. В одних случаях может произойти диссоциация молекулы (фотолиз):  $\text{Br}_2 + h\nu \rightarrow \text{Br}_2^* \rightarrow \text{Br} + \text{Br}$ , в других – фотоперегруппировка атомов внутри молекулы. В реакциях фотоприсоединения активированная молекула присоединяет к себе другую молекулу. Многие вещества полимеризируются под воздействием света, т. е. происходит процесс образования молекул, которые представляют собой комплекс молекул или атомов исходного продукта, например, образование красного фосфора из желтого.

Химическое действие света лежит в основе фотографии. Фоточувствительный слой фотопластинок и пленок состоит из кристаллов бромистого серебра, которые распределены в желатине. Под воздействием света происходит фотохимическая реакция диссоциации  $\text{AgBr}$ :



Эта реакция является первичным фотохимическим процессом, в результате которого возникает так называемое скрытое изображение. При этом количество освобожденных атомов серебра пропорционально числу фотонов света, падающих на фотопленку за время экспозиции.

Для получения видимого изображения используется процесс проявления. Под воздействием соответствующих химических реактивов (проявителя) происходит восстановление бромистого серебра в свободное металлическое серебро. В результате металлическое серебро выделяется преимущественно в тех местах пленки, на которые попадал свет. Таким образом, возникает негатив.

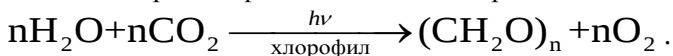
Затем проводят закрепление, которое заключается в том, что остаток неразложившегося бромистого серебра удаляется с помощью раствора гипосульфита (фиксажа)  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ . После промывания и просушки негатив может сохраняться и использоваться для разных целей. Для получения позитивного изображения негатив проецируется на фотопленку с светочувствительным слоем. В результате проявления получается обратное изображение негатива – позитив, в котором светлые места объектов будут светлыми, а темные – темными. Фотохимический процесс, происходящий в специальных пластинках, позволяет фотографировать объект в инфракрасных лучах в темноте.

Фотохимические реакции имеют большое значение для возникновения зрительных ощущений у человека и животных. Сетчатка глаза содержит два типа светочувствительных элементов – палочки (~120 млн) и колбочки (~6 млн). Первые обуславливают сумеречное зрение, вторые – дневное, способность различать цвета.

Наиболее значительными в живой природе являются фотохимические реакции, происходящие в зеленых листьях деревьев и травы, иголках хвои и других зеленых частях растений. Этот процесс называют *фотосинтезом*.

Зеленые растения и бактерии в процессе фотосинтеза ежегодно поглощают из атмосферы примерно 200 млрд. тонн диоксида углерода. В результате фотосинтеза атмосфера получает примерно 130 млрд. тонн кислорода и синтезируется примерно 50 млрд. тонн углеводов.

Схематически процесс фотосинтеза можно представить в виде:



Как установил русский ученый Тимирязев, в молекулах пигмента зеленых растений – хлорофилла – под воздействием красных лучей солнечного спектра происходит расщепление молекул углекислого газа на углерод и кислород. Эта реакция имеет большое значение, так как обеспечивает круговорот углерода и кислорода в природе, без которого невозможно существование органической жизни на Земле.

Активированные светом молекулы хлорофилла участвуют в процессе межмолекулярного переноса электронов. Поглощенная энергия перераспределяется между молекулами и инициирует цепь сложных химических реакций приводящих к образованию углеводов и других органических соединений. Химическим действием света обусловлено выцветание тканей на солнце и образование загара. Многие фотохимические реакции используются в химическом производстве и таким образом приобрели непосредственное промышленное значение.

### 3.7. Корпускулярно–волновой дуализм.

Электромагнитная теория света исчерпывающе описывает распространение света в вакууме, интерференцию и дифракцию, она может объяснить ряд вопросов, связанных с взаимодействием света с веществом, таких, как рассеяние, поглощение, преломление, дисперсия. Волновые свойства излучения проверены на большом экспериментальном материале в широком диапазоне длин волн от длинноволнового, многометрового радиоизлучения до коротковолнового рентгеновского и  $\gamma$  – излучения с длиной волны меньше 1 пм.

Однако использование классической электромагнитной теории для объяснения взаимодействия света с веществом имеет границы. Например, в фотоэффекте проявляется внезапная пространственная локализации порций энергии света на одном электроны. С точки зрения классической волновой теории это явление невозможно, но оно получает естественное

объяснение в корпускулярной теории, которая рассматривает свет, как поток фотонов, поскольку только частица может принести определенную порцию энергии в данную точку. Корпускулярными свойствами обладают как самые жесткие космические и  $\gamma$  – лучи, так и радиоизлучение.

Практика показывает, что свет обладает своеобразным дуализмом (двойственностью) свойств. В одних экспериментах свет проявляет себя как поток частиц (фотонов), в других – как электромагнитная волна.

*Корпускулярно–волновой* дуализм света не приводит к логическим противоречиям при анализе конкретных явлений. Действительно, волновые и корпускулярные аспекты излучения связаны друг с другом соотношением  $E_\phi = h\nu$  или  $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$ . Энергия и импульс характеризуют фотон, как частицу, а атрибутом волновой картины является частота или длина волны ( $\lambda = \frac{c}{\nu}$ ).

Смысл корпускулярно–волнового дуализма света заключается **не в том**, что свет одновременно является и волной, и потоком частиц, **а в том**, что эти свойства света нельзя логически непротиворечиво объяснить на основе классической теории, с точки зрения которой, понятия волны и частицы являются взаимоисключающими.

Двойственная природа света нашла свое отражение в **принципе дополнительности**, который был сформулирован Н. Бором. Согласно принципу дополнительности корпускулярные и волновые свойства света дополняют друг друга и только вместе дают полное понимание того, что представляет собой свет. Французский физик Луи де Бройль, опираясь на представления о симметрии свойств физических объектов природы, высказал гипотезу о том, что **поскольку свет ведет себя в одних случаях как волна, а в других как частица, то и материальные частицы должны обладать волновыми свойствами.**

Де Бройль предположил, что каждой частице, обладающей импульсом  $\vec{p}$ , должна соответствовать длина волны  $\lambda_B$ , связанная с модулем импульса  $p$  этой частицы таким же соотношением, как и для фотона.

Следовательно, для частицы *длина волны де Бройля*,  $\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ .

*Корпускулярно–волновой дуализм* – важнейшее универсальное свойство природы, заключающееся в том, что всем микрообъектам присущи одновременно и корпускулярные и волновые характеристики. Так, например, электрон, нейтрон, фотон в одних условиях проявляют себя как частицы, движущиеся по классическим

траекториям и обладающие определенными энергией и импульсом, а в других – обнаруживают свою волновую природу, характерную для явлений интерференции и дифракции частиц. В качестве первичного принципа *корпускулярно–волновой дуализм* является основой квантовой механики и квантовой теории поля.

### Методические указания по решению задач

В квантовой физике рассматриваются явления, в которых проявляются квантовые свойства электромагнитного излучения в процессе его взаимодействия либо с веществом, либо с отдельными электронами; а также, механизм и закономерности процессов, связанных с излучением и поглощением энергии атомом водорода и водородоподобными ионами в рамках боровской модели атома; особенности, механизм и закономерности взаимодействий, связанных с ядерными реакциями, взаимными превращениями элементарных частиц, а также с радиоактивным распадом ядер. Перечисленные явления и процессы невозможно удовлетворительно объяснить, пользуясь понятиями и законами классической физики. Поэтому в процессе анализа конкретных ситуаций особое внимание необходимо обратить на раскрытие механизма рассматриваемых явлений или процессов и их физическую интерпретацию на основе соответствующих физических теорий.

Решение задач, в которых рассматриваются явления и процессы, происходящие в микромире, невозможно (за исключением самых простых) без использования таких фундаментальных физических законов как законы сохранения полной энергии, импульса, электрического заряда и числа нуклонов. При описании физических систем, рассматриваемых в данном разделе, необходимо использовать релятивистские выражения для полной энергии и импульса каждой частицы включенной в систему, в соответствии с которыми

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \vec{p} = \gamma m\vec{v} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ где } m - \text{масса частицы.}$$

Кинетическая энергия такой частицы

$$E_k = (\gamma - 1)mc^2 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Причем полная энергия частицы и модуль ее импульса связаны соотношением:  $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$ .

Классическими выражениями для кинетической энергии и импульса частицы, в соответствии с которыми,  $E_k = \frac{m v^2}{2}$  и  $\vec{p} = m \vec{v}$ , можно пользоваться только при скоростях движения частиц малых по сравнению со скоростью света, т.е. при выполнении условия  $E_k \ll m c^2$ .

В зависимости от вида физических систем, рассматриваемых в задачах данного раздела, их (задачи) условно можно разделить на следующие группы:

1. Задачи, в которых необходимо определить физические характеристики фотонов, т.е. их энергию, импульс, число. Решение этих задач сводится к составлению системы уравнений на основе выражений для энергии и импульса фотона.

К фотону классические выражения для энергии и импульса неприменимы в принципе, поскольку для него  $m = 0$  и  $v = c$ . Поэтому энергия и импульс фотона связаны соотношением:  $E_\phi = pc$ , а скорость движения фотона в вакууме связана с соответствующей ему частотой и длиной электромагнитной волны соотношением:  $E_\phi = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ . Скорость

фотона в среде  $v = \frac{c}{n}$ , где  $n$  – абсолютный показатель преломления среды.

2. Задачи, в которых рассматривается поглощение фотонов отдельными электронами вещества (фотоэффект). Для решения задач данной группы используется уравнение Эйнштейна для фотоэффекта в виде  $h\nu = A + E_k$  или  $h\nu = A + eU$ , где  $U$  – задерживающее напряжение, т.е. напряжение обратного электрического поля, задерживающего фотоэлектроны, кинетическая энергия которых максимальна,  $A$  – работа выхода электрона из металла. В данном виде уравнение описывает поглощение одного фотона «свободным» электроном, который находится внутри металла у его поверхности. Причем, если энергия фотона значительно меньше собственной энергии электрона, т.е.  $h\nu \ll m c^2$ , то для кинетической энергии и импульса электрона используются классические выражения, в соответствии с которыми  $E_k = \frac{m v^2}{2}$

и  $\vec{p} = m \vec{v}$ . Если  $h\nu \sim m c^2$ , то необходимо пользоваться релятивистским выражением для кинетической энергии.

3. Задачи, в которых рассматривается рассеяние фотонов на свободных электронах (комpton-эффект) могут быть решены на основе законов сохранения полной энергии и импульса применительно к физической системе “фотон–электрон”. Причем, необходимо пользоваться релятивистскими выражениями для энергии и импульса электрона.

### Примеры решения задач:

**Задача 1.** Абсолютно черное тело, площадь поверхности которого  $S = 0,5 \text{ м}^2$ , ежеминутно излучает энергию  $E = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ . Определите температуру  $T$  тела.

**Дано:**  $S = 0,5 \text{ м}^2$ ,  $t = 60 \text{ с}$ ,  $E = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ .

**Найти:**  $T$  –?

**Решение.** Согласно закону Стефана – Больцмана энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности абсолютно черного тела  $R = \sigma T^4$ . Общая энергия, отсюда температура

тела  $T = \sqrt[4]{\frac{E}{\sigma S t}}$ . Числовое значение:  $T = \sqrt[4]{\frac{2500}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 0,5 \cdot 60}} \approx 196 \text{ (К)}$ .

$$T = \sqrt[4]{\frac{R}{\sigma}}$$

**Ответ.**  $T \approx 196 \text{ К}$ .

**Задача 2.** Энергетическая светимость абсолютно черного тела  $R = 2,5 \cdot 10^5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ . Определите длину волны  $\lambda_{\text{max}}$ , на которую приходится максимум излучательной способности этого тела.

**Дано:**  $R = 2,50 \cdot 10^5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$

**Найти:**  $\lambda_{\text{max}}$  –?

**Решение.** Длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, определяется законом Вина  $\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}$ .

Из формулы Стефана – Больцмана следует, что температура тела

$$T = \sqrt[4]{\frac{R}{\sigma}}$$

В результате получим:  $\lambda_{\max} = b\sqrt[4]{\frac{\sigma}{R}}$ .

Числовое значение:  $\lambda_{\max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{\sqrt[4]{250 \cdot 10^3 / 5,67 \cdot 10^{-8}}} = 2,0 \text{ (мкм)}.$

**Ответ.**  $\lambda_{\max} = 2 \text{ мкм}.$

**Задача 3.** Источник света мощностью  $P = 200 \text{ Вт}$ , испускает  $n = 6 \cdot 10^{20}$  фотонов за  $1 \text{ с}$ . Определите среднюю длину волны  $\langle \lambda \rangle$  излучения.

**Дано:**  $P = 200 \text{ Вт}$ ,  $n = 6 \cdot 10^{20}$ ,  $t = 1 \text{ с}$ .

**Найти:**  $\langle \lambda \rangle$  – ?

**Решение.** Суммарная энергия, излучаемая источником света  $E = NE_1$ . Энергия одного фотона  $E_1 = \frac{hc}{\lambda}$ , поэтому  $E = NE_1 = N \frac{hc}{\lambda}$ . Таким образом,  $E = N \frac{hc}{\langle \lambda \rangle} = Pt$ , откуда средняя длина волны  $\langle \lambda \rangle = \frac{Nhc}{Pt} = \frac{nhc}{P}$ .

Выполнив числовые расчеты, получим  $\langle \lambda \rangle = 596 \text{ нм}$ .

**Ответ.**  $\langle \lambda \rangle = 596 \text{ нм}$

**Задача 4.** Точечный источник монохроматического света ( $\lambda = 550 \text{ нм}$ ) излучает световой поток мощностью  $P = 10 \text{ Вт}$ . На каком расстоянии можно заметить этот источник, если нижний предел мощности излучения, при котором возникает зрительное ощущение, соответствует попаданию на сетчатку глаза  $n = 60$  фотонов в секунду? Диаметр зрачка  $d = 0,50 \text{ см}$ .

**Дано:**  $d = 0,50 \text{ см}$ ,  $n = 60$ ,  $t = 1 \text{ с}$ ,  $\lambda = 550 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ ,  $P = 10 \text{ Вт}$

**Найти:**  $r$  – ?

**Решение.** Если поглощением света в воздухе пренебречь, то число фотонов, ежесекундно попадающих на сетчатку глаза,  $n = N \frac{S_0}{S}$ , где  $N$  – число фотонов, испускаемых источником в единицу времени,  $S = 4\pi r^2$  – площадь сферы, радиус которой равен расстоянию  $r$  от источника до наблюдателя;  $S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$  – площадь зрачка. Поскольку число фотонов

$$N = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc}, \text{ то } n = \frac{P\lambda d^2}{16hcr^2}, \text{ откуда } r = \frac{d}{4} \sqrt{\frac{P\lambda}{hcn}} = 0,85 \text{ Мм.}$$

**Ответ.**  $r = 0,85 \text{ Мм.}$

**Задача 5.** Определите длину волны  $\lambda$  излучения, фотон которого имеет такую же энергию, как и электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов  $\Delta\varphi = 4,1 \text{ В.}$

**Дано:**  $\Delta\varphi = 4,1 \text{ В.}$

**Найти:**  $\lambda - ?$

**Решение.** Согласно квантовой теории энергия фотона  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ ,

где  $h = 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  – постоянная Планка,  $\nu$  – частота,  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  –

скорость света в вакууме,  $\lambda$  – длина волны электромагнитного излучения, соответствующего данному фотону. Если пренебречь взаимодействиями электрона со всеми внешними материальными объектами, кроме его взаимодействия с электростатическим полем, то изменение кинетической энергии электрона равно работе сил поля:  $\Delta E_{\text{кин}} = A_{\text{эл}} = e\Delta\varphi$ , где  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  – модуль заряда электрона. Будем считать, что электрон ускоряется в электростатическом поле из состояния покоя. Тогда  $\Delta E_{\text{кин}} = E - 0 = E$ , где  $E$  – энергия электрона после ускорения. Следовательно,  $E = e\Delta\varphi$ .

По условию задачи энергии электрона и фотона одинаковые. Поэтому  $e\Delta\varphi = \frac{hc}{\lambda}$ . Откуда  $\lambda = \frac{hc}{e\Delta\varphi}$ .

Подставив числовые значения физических величин, получим:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 4,1 \text{ В}} = 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

**Ответ.**  $\lambda = 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$

**Задача 6.** Определите максимальную скорость фотоэлектронов вырываемых с поверхности серебра ( $A=4,3 \text{ эВ}$ )  $\gamma$  – излучением с длиной волны  $\lambda = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ м}.$

**Дано:**  $\lambda = 1,0 \cdot 10^{-12}$  м,  $A = 4,3$  эВ.

**Найти:**  $\nu_{\max}$  – ?

**Решение.** В качестве физической системы рассмотрим систему "γ – квант – электрическое поле положительно заряженных ионов кристаллической решетки серебра – фотоэлектрон". Если пренебречь взаимодействием системы с окружающей средой и предположить, что имеют место только однофотонные процессы (электрон поглощает только один γ–квант), то согласно закону сохранения энергии  $W_{\text{нач}} = W_{\text{кон}}$  или  $h\nu = E_k + A$ , где  $h\nu$  – энергия γ–фотона,  $E_k$  – кинетическая энергия фотоэлектрона,  $A$  – работа выхода электрона из серебра. В рассматриваемом случае энергия фотона  $E_\phi = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$  ( $E_\phi = 1,98 \cdot 10^{-13}$  Дж), работа выхода  $A = 4,3$  эВ =  $6,9 \cdot 10^{-19}$  Дж собственная энергия электрона  $E = mc^2$  ( $E = 0,82 \cdot 10^{-13}$  Дж).

Энергия фотона больше собственной энергии электрона, поэтому пользоваться классической формулой для расчёта кинетической энергии фотоэлектрона нельзя.

Следовательно, кинетическая энергия электрона  $E_k = (\gamma - 1)mc^2$ ,

где  $\gamma = \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^{-1}$ . С учетом этого получим  $E_\phi = \frac{hc}{\lambda} = (\gamma - 1)mc^2 + A$ .

Откуда скорость фотоэлектрона  $v = \left( \frac{(E_\phi - A)\sqrt{2mc^2 + E_\phi}}{E_\phi + mc^2 - A} \right) c$ .

Подставив в последнюю формулу энергию фотона, с учетом того, что  $A \ll mc^2$  и  $A \ll E_\phi$ , получим:

$$v = \frac{\sqrt{h(2mc\lambda + h)}}{mc\lambda + h}. \text{ Численно: } v_{\max} = 285 \frac{\text{Мм}}{\text{с}}.$$

**Ответ.**  $v_{\max} = 285 \frac{\text{Мм}}{\text{с}}.$

Покажите самостоятельно, что если воспользоваться классическим выражением для кинетической энергии электрона, то рассчитанное значение его скорости превысит значение скорости света в вакууме, что противоречит специальной теории относительности.

**Задача 7.** Определите красную границу фотоэффекта для вещества, если при облучении его поверхности светом с длиной волны  $\lambda = 500$  нм максимальная скорость фотоэлектронов  $v_{\max} = 500 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ .

**Дано:**  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ,  $v_{\max} = 5 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

**Найти:**  $A_2 - ?$   $\lambda_0 - ?$

**Решение.** Красная граница внешнего фотоэффекта определяется выражением  $\frac{hc}{\lambda_0} = A$ , откуда  $\lambda_0 = \frac{hc}{A}$ . Работу выхода электрона можно

найти из уравнения Эйнштейна:  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}$ . Отсюда

$$A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{mv^2}{2} = \frac{2hc - mv^2}{2\lambda}. \text{ Следовательно, } \lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{2hc\lambda}{2hc - mv^2}.$$

Подставив числовые значения физических величин, получим:  $\lambda_0 = 700$  нм.

**Ответ.**  $\lambda_0 = 700$  нм.  $U_1 = 3,7$  В.

**Задача 8.** При освещении пластинки из платины ультрафиолетовым светом фотоэффект прекращается при задерживающем напряжении  $U_1 = 3,7$  В. Если пластинку из платины заменить пластинкой из неизвестного металла, то фотоэффект прекратится при задерживающем напряжении  $U_2 = 6,0$  В. Определите из какого металла сделана вторая пластинка.

**Дано:**  $U_1 = 3,7$  В,  $U_2 = 6,0$  В.

**Найти:**  $A_2 - ?$

**Решение.** В качестве физических систем будем поочередно рассматривать системы: “фотон – электрическое поле, созданное положительно заряженными ионами кристаллической решетки, облучаемой пластинки электрон” и “электрон, вырванный с поверхности облучаемой пластинки”.

Если пренебречь всеми внешними воздействиями на первую из выделенных физических систем, то ее можно считать замкнутой и описать законом сохранения полной энергии. В нашем случае начальное (в момент времени непосредственно перед взаимодействием электрона и фотона)

и конечное (в момент сразу после вылета фотоэлектрона с поверхности пластинки) состояния системы связаны уравнением Эйнштейна для фотоэффекта, в соответствии с которым:  $h\nu = E_{\kappa} + A$ .

Вторая из рассматриваемых физических систем является незамкнутой, поэтому для её описания можно воспользоваться теоремой об изменении кинетической энергии, в соответствии с которой:  $\Delta E_{\kappa} = A$ . Если пренебречь взаимодействиями вырванного фотоэлектрона со всеми материальными объектами, за исключением его взаимодействия с внешним тормозным электрическим полем, то  $A = A_{\text{эл}}$ .

Начальное состояние второй системы выберем в момент непосредственно после вылета фотоэлектрона из пластинки, конечное – в момент его остановки во внешнем электрическом поле. Тогда  $\Delta E_{\kappa} = E_{\text{кон}} - E_{\text{нач}} = 0 - E_{\text{нач}}$ ;  $A_{\text{эл}} = -eU$ , где  $e$  – заряд электрона,  $U$  – задерживающее напряжение (подумайте, почему работа, совершенная полем, отрицательна). Следовательно,  $E_{\text{нач}} = eU$ . С учетом этого уравнение Эйнштейна для фотоэффекта запишется в виде:  $h\nu = A + eU$ . Таким образом, математическая модель задачи имеет вид:

$$\begin{cases} h\nu = A_1 + eU_1, \text{ откуда } A_2 = A_1 - e(U_2 - U_1). \\ h\nu = A_2 + eU_2 \end{cases}$$

Подставив числовые значения, получим  $A_2 = 6,42 \cdot 10^{-19}$  Дж или  $A_2 = 4$  эВ. Полученное значение работы выхода соответствует табличному значению этой физической величины для свинца. Следовательно, вторая пластинка является свинцовой.

**Ответ.**  $A = 4$  эВ (свинец).

**Задача 9.** Определите длину волны  $\lambda$  электромагнитного излучения, падающего на вольфрамную пластинку, если известно, что фотоэлектроны, кинетическая энергия которых максимальна, проходят область однородных взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей без отклонения. Модуль напряженности электрического поля  $E = 10 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$ , модуль индукции магнитного поля  $B = 10$  мТл.

**Дано:**  $E = 10 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$ ,  $B = 10$  мТл.

**Найти:**  $\lambda$  – ?

**Решение.** Предположим, что имеют место только однофотонные процессы (т. е., что электрон поглощает только один фотон). Уравнение Эйнштейна для внешнего однофотонного фотоэффекта имеет вид:  $h\nu = A_{\text{вых}} + E_{\text{max}}$ , где  $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$  – энергия поглощенного фотона;

$A_{\text{вых}}$  – работа выхода электрона из металла,  $E_{\text{max}}$  – максимальное значение кинетической энергии фотоэлектрона.

Если скорость  $\vec{v}$  фотоэлектрона мала по сравнению со скоростью света, то его кинетическая энергия определяется по формуле

$$E_{\text{max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \text{ где } m \text{ – масса электрона. Если скорость фотоэлектрона}$$

близка к скорости света, то его кинетическая энергия определяется по формуле  $E_{\text{ф}} = mc^2(\gamma - 1)$ .

Для определения  $v_{\text{max}}$  рассмотрим движение электрона в области однородных, взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей. По условию электрон проходит эту область без отклонения. Это возможно только в том случае, когда действующие на него силы скомпенсированы. Если учитывать только воздействие на электрон, со стороны магнитного и электростатического полей, то модуль силы Лоренца  $F_{\text{л}} = evB \sin 90^\circ$  должен быть равен модулю силы электростатического воздействия на электрон  $F_{\text{эл}} = eE$ , причем направления этих сил должны быть противоположными. Следовательно,

$$evB = eE. \text{ Откуда, модуль скорости электрона } v = \frac{E}{B}.$$

Подставив числовые значения модулей напряженности электрического поля и индукции магнитного поля,

$$\text{получим: } v = \frac{10 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{м}}}{10 \cdot 10^{-3} \text{Тл}} = 1,0 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \text{ Следовательно, электрон не является}$$

релятивистским и его кинетическая энергия  $E_{\text{max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$ . Таким

образом, уравнение Эйнштейна можно записать в виде:

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = A_{\text{вых}} + \frac{mE^2}{2B^2}. \text{ Откуда } \lambda = \frac{2hcB^2}{mE^2 + 2A_{\text{вых}}B^2}.$$

Выполнив числовые расчеты, получим  $\lambda = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

**Ответ.**  $\lambda = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$

**Задача 10.** Покажите, что свободный уединенный электрон не может поглотить фотон.

**Решение.** В качестве физической системы рассмотрим систему "электрон–фотон". Если пренебречь всеми взаимодействиями с объектами, не включенными в систему, то рассматриваемая физическая система является замкнутой. Поэтому ее начальное и конечное состояния связаны законами сохранения энергии и импульса.

Предположим, что поглощение фотона электроном возможно. Тогда начальный импульс системы равен импульсу налетающего фотона, а ее конечный импульс равен импульсу электрона. В соответствии с законом сохранения импульса  $\vec{p}_{\text{нач}} = \vec{p}_{\text{кон}}$ , причем эти векторы сонаправлены, а их модули  $p_{\text{нач}} = \frac{h\nu}{c}$  и  $p_{\text{кон}} = \gamma m v$ , соответственно (считаем, что фотон поглощен электроном).

Следовательно,  $\frac{h\nu}{c} = \gamma m v$ . Начальная энергия системы равна сумме

энергии фотона и собственной энергии электрона, т.е.  $W_{\text{нач}} = h\nu + mc^2$ ,

где  $m$  – масса электрона, а её конечная энергия –  $W_{\text{кон}} = \gamma mc^2$ , где

$\gamma = \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^{-1}$ . В соответствии с законом сохранения энергии

$h\nu + mc^2 = \gamma mc^2$ . Таким образом, математическая модель исходной задачи представляет систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{h\nu}{c} = \gamma m v \\ mc^2 + h\nu = \gamma mc^2 \end{cases}.$$

Следовательно,  $\gamma m v c = mc^2 (\gamma - 1) = mc^2 \left( 1 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1 \right)$ .

После несложных преобразований получим:

$$m v = m c - m \sqrt{c^2 - v^2}.$$

Откуда  $v_1 = 0, v_2 = c$ . Полученные значения скорости электрона не имеют физического смысла. Так как масса электрона  $m \neq 0$ , то он не

может двигаться со скоростью равной скорости света (это противоречит выводам специальной теории относительности). Скорость электрона также не может быть равной нулю, поскольку это противоречит закону сохранения импульса. Таким образом, предположение о том, что свободный электрон может поглотить фотон, противоречит законам сохранения энергии и импульса. Следовательно, рассматриваемый процесс невозможен. Если энергия фотона  $h\nu \ll mc^2$ , то можно пользоваться классическим выражением для кинетической энергии электрона. Покажите самостоятельно, что в этом случае рассматриваемый процесс также невозможен, поскольку значения скоростей электрона, определенные из закона сохранения энергии и из закона сохранения импульса не совпадают.

**Задача 11.** Фотон с энергией  $E=1,0$  МэВ рассеялся на свободном покоившемся электроне под углом  $\theta=120^\circ$ . Определите длину волны соответствующую рассеянному фотону.

**Дано:**  $E = 1,6 \cdot 10^{-13}$  Дж,  $\theta = 120^\circ$ .

**Найти:**  $\lambda'$  – ?

**Решение.** Длина волны, соответствующая рассеянному фотону, определяется равенством  $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны фотона до рассеивания, которую можно найти из формулы  $E = \frac{hc}{\lambda}$ , отсюда  $\lambda = \frac{hc}{E}$ .

Комптоновское изменение длины волны  $\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$ . С учетом, что

комптоновская длина волны электрона  $\lambda_k = \frac{h}{m_0c} = 2,43 \cdot 10^{-12}$  м, получим

$$\lambda' = \frac{hc}{E} + 2\lambda_k \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Подставив числовые значения величин и выполнив вычисления получим:  $\lambda' \approx 5$  пм.

**Ответ.**  $\lambda' \approx 5$  пм.

**Задача 12.** Фотон, при столкновении с покоящимся электроном, передал ему  $\eta=10$  % своей энергии. Определите первоначальную частоту  $\nu$  фотона, если после рассеивания ему соответствует длина волны  $\lambda' = 20$  пм.

**Дано:**  $\eta = 10\%$   $\lambda' = 20 \cdot 10^{-12}$  м.

**Найти:**  $\nu$  – ?

**Решение.** Энергия фотона до рассеивания  $E = h\nu$ , а после столкновения с электроном  $E' = hc/\lambda'$ . Энергия электрона отдачи  $\Delta E = \eta E = \eta h\nu$ . Согласно закону сохранения энергии можно записать  $E = E' + \Delta E$  или  $h\nu = hc/\lambda' + \eta h\nu$ , откуда  $\nu = \frac{c}{\lambda'(1-\eta)}$ .

Числовое значение:  $\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{20 \cdot 10^{-12}(1-0,1)} = 17$  (ЭГц).

**Ответ.**  $\nu = 17$  ЭГц.

**Задача 13.** Плоская световая волна интенсивностью  $I = 2 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$  падает на плоское зеркало с коэффициентом отражения  $\beta = 0,8$ , под углом  $\varphi = 45^\circ$ . Определите световое давление  $p$  на зеркало.

**Дано:**  $I = 2 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$ ,  $\beta = 0,8$ ,  $\varphi = 45^\circ$ .

**Найти:**  $p$  – ?

**Решение.** Из определения давления и второго закона Ньютона, следует, что световое давление на зеркало  $p = \frac{F_d}{S} = \frac{F_d t}{St} = \frac{|\Delta \vec{p}|_n}{St}$ , где  $|\Delta \vec{p}|_n$  – модуль проекции импульса, сообщенного фотонами зеркалу за промежуток времени  $t$ , на направление нормали к нему,  $S$  – площадь освещенной поверхности. Изменение суммарного импульса фотонов, падающих на зеркало,  $\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}$ , где  $\vec{p}$  и  $\vec{p}'$  – суммарные импульсы фотонов, падающих на зеркало и отраженных от него, соответственно (рис. 3.16).

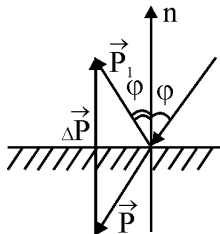


Рис. 3.16

Значения  $S$  и  $|\Delta \vec{p}|_n$  зависят от угла падения  $\varphi$ . Как видно из рисунка  $S = S_0 / \cos \varphi$ , где  $S_0$  – площадь поперечного сечения светового пучка,  $|\Delta \vec{p}|_n = (p' + p) \cos \varphi$ . С учетом этого, давление

$$p = \frac{(p' + p) \cos^2 \varphi}{S_0 t}. \text{ Давление максимально, если } \varphi = 0. \text{ В этом случае}$$

$$p_0 = \frac{p' + p}{S_0 t}. \text{ С другой стороны, } p_0 = \frac{I}{c}(1 + \beta), \text{ следовательно}$$

$$p = \frac{I}{c}(1 + \beta) \cos^2 \varphi.$$

Численно  $p = 6$  мкПа.

**Ответ.**  $p = 6$  мкПа.

**Задача 14.** Лазер с продолжительностью импульса  $\tau = 0,15$  мс, образует на поверхности, перпендикулярной пучку, с коэффициентом отражения 0,6 световое давление 3 МПа. Длина волны лазерного излучения  $\lambda = 694,3$  нм, диаметр светового пятна на поверхности  $d = 10$  мкм. Определите число фотонов в одном импульсе.

**Дано:**  $\tau = 0,15 \cdot 10^{-3}$  с,  $\rho = 0,6$ ,  $p = 3 \cdot 10^6$  Па,  $\lambda = 694,3 \cdot 10^{-9}$  м,  $d = 1,0 \cdot 10^{-5}$  м.

**Найти:**  $n$  – ?

**Решение.** Число фотонов, в одном импульсе,  $n = E/E'$ , где  $E$  – суммарная энергия излучения в импульсе, которую можно определить из формулы светового давления  $p = \frac{\Phi}{cS}(1 + \rho) = \frac{E}{cS\tau}(1 + \rho)$ . Откуда

$$E = \frac{pSc\tau}{1 + \rho}. \text{ Энергия одного фотона } E' = \frac{hc}{\lambda}. \text{ Площадь поверхности}$$

$$S = \frac{\pi d^2}{4}. \text{ Таким образом, } n = \frac{\pi d^2 \rho \lambda \tau}{4(1 + \rho)h}.$$

Числовое значение:

$$n = \frac{3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 694,3 \cdot 10^{-9} \cdot 0,15 \cdot 10^{-3}}{4(1 + 0,6) \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}} = 2,3 \cdot 10^{19}.$$

**Ответ.**  $n = 2,3 \cdot 10^{19}$

**Задача 15.** Фотон, которому соответствует длина волны излучения  $\lambda = 230$  нм, вырывает с поверхности платинового электрода электрон. Определите изменение модуля импульса  $\Delta p$  электрода, если известно, что импульсы фотона и фотоэлектрона направлены по нормали к поверхности электрода.

**Дано:**  $\lambda = 230$  нм.

**Найти:**  $\Delta p$  – ?

**Решение.** Систему отсчета свяжем с лабораторией, и будем считать её инерциальной. Предположим, что в начальном состоянии платиновый электрод и вырываемый из него электрон по отношению к выбранной системе отсчета покоятся.

В качестве физической системы рассмотрим систему “фотон – фотоэлектрон – платиновый электрод”. Можно выделить два состояния рассматриваемой системы: начальное – непосредственно перед взаимодействием фотона со свободным электроном, который находится у поверхности металла и конечное – в момент сразу после вылета фотоэлектрона с поверхности электрода. Если внешними взаимодействиями пренебречь, то выделенную физическую систему можно считать замкнутой и описать законами сохранения энергии и импульса в соответствии с которыми:

$$\begin{cases} W_{нач} = W_{кон} \\ \vec{p}_{нач} = \vec{p}_{кон} \end{cases}.$$

Энергия системы в начальном состоянии представляет собой сумму энергии фотона  $h\nu$ , собственной энергии электрона  $mc^2$  и энергии  $E_1$  его взаимодействия с электрическим полем, созданным положительно заряженными ионами кристаллической решетки платинового электрода, т.е.  $W_{нач} = h\nu + E_1 + mc^2$  (взаимодействием данного электрона с остальными свободными электронами пренебрегаем).

Энергия системы в конечном состоянии  $W_{кон} = \gamma mc^2 + E_2$ , где  $\gamma mc^2$  – энергия вырванного электрона,  $E_2$  – энергия взаимодействия вырванного электрона с электрическим полем ионов (кинетической энергией электрода пренебрегаем).

Следовательно,  $h\nu + E_1 + mc^2 = \gamma mc^2 + E_2$  или  $h\nu = (E_2 - E_1) + (\gamma - 1)mc^2$ . Принимая во внимание, что

$(\gamma - 1)mc^2 = E_k$ , где  $E_k$  – кинетическая энергия фотоэлектрона, получим:  
 $h\nu = E_k + (E_2 - E_1)$ . По определению, разность потенциальных энергий взаимодействия электрона с электрическим полем положительно заряженных ионов кристаллической решетки в конечном (электрон вне электрода) и в начальном (электрон внутри электрода) состояниях называют работой выхода, поэтому  $A = E_2 - E_1$ . Следовательно,  
 $h\nu = E_k + A$ .

Полученный результат соответствует уравнению Эйнштейна для фотоэффекта. Скорость фотоэлектрона мала по сравнению со скоростью света, поэтому для определения кинетической энергии электрона можно воспользоваться формулой:  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ , (проверьте утверждение о том, что  $v \ll c$  самостоятельно, сравнив энергию фотона  $h\nu$  с собственной энергией электрона  $mc^2$ ).

Начальный импульс системы равен импульсу фотона, т.е.  $\vec{p}_{нач} = \vec{p}_\phi$ , а её конечный импульс равен векторной сумме импульсов фотоэлектрона  $\vec{p}_e$  и электрода  $\vec{p}_0$ , т.е.  $\vec{p}_{кон} = \vec{p}_e + \vec{p}_0$ . Следовательно,  
 $\vec{p}_\phi = \vec{p}_e + \vec{p}_0$ .

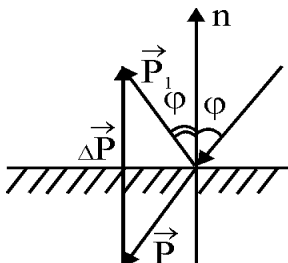


Рис. 3.17

Переходя к скалярной форме (рис. 3.17.), получим  $p_\phi + p_e = p_0$ . С

учетом того, что  $p_\phi = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ , выражение для конечного импульса

электрода можно записать в виде:  $p_0 = \frac{h}{\lambda} + mv$ . Таким образом,

математическая модель исходной задачи имеет вид:

$$\begin{cases} h\nu = m\nu^2 / 2 + A \\ p_0 = h/\lambda + m\nu \end{cases}.$$

Выразив модуль скорости фотоэлектрона из первого уравнения, и подставив во второе, получим:  $p_0 = \frac{h}{\lambda} + \sqrt{\frac{2m(hc - \lambda A)}{\lambda}}$ .

Так как начальный импульс электрода равен нулю, то изменение его импульса  $\Delta p = p_0$ . Следовательно,  $\Delta p = \frac{h}{\lambda} + \sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}$ .

Изменение импульса электрода не может быть отрицательным ( $\Delta p \geq 0$ ), поэтому полученное выражение является решением задачи, если  $\frac{hc}{\lambda} \geq A$ . Это означает, что энергия фотона должна быть больше работы выхода электрона из пластины, либо равна ей. Этот вывод согласуется с уравнением Эйнштейна для фотоэффекта и свидетельствует о правильности решения задачи. Подставив числовые значения, получим:  $\Delta p \geq 1,34 \cdot 10^{-25} \text{ Н} \cdot \text{с}$ .

**Ответ.**  $\Delta p \geq 1,34 \cdot 10^{-25} \text{ Н} \cdot \text{с}$ .

**Задача 16.** Электрон и протон движутся с одинаковыми скоростями,  $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ . Какой из этих частиц соответствует меньшая длина волны де Бройля  $\lambda_B$ ?

**Дано:**  $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ ,  $m_1 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ ,  $m_2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

**Найти:**  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  – ?

**Решение.** Длина волны де Бройля определяется по формуле  $\lambda_B = \frac{h}{mv}$ , где  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  – постоянная Планка,  $m$  – масса,  $v$  – модуль скорости частицы. В рассматриваемом случае первой частицей является электрон, масса которого  $m_1 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ , второй – протон, масса которого  $m_2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

По условию задачи скорости частиц  $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ . Следовательно, отношение длины волны де Бройля для электрона, к длине волны де

Бройля для протона  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{m_2}{m_1}$ . Подставив числовые значения масс частиц, получим:  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} = 1840$ .

**Ответ.** Длина волны де Бройля у протона в 1840 раз меньше, чем у электрона.

**Задача 17.** Электрон и фотон имеют одинаковые кинетические энергии  $E_k = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . Определите длину волны  $\lambda_B$  де Бройля, соответствующую каждой из частиц.

**Дано:**  $E_k = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ ,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$

**Найти:**  $\lambda_1 - ?$   $\lambda_2 - ?$

**Решение.** Длина волны де Бройля для электрона определяется по формуле  $\lambda_B = \frac{h}{mv}$ , где  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  – постоянная Планка,  $m_1 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$  – масса электрона. Кинетическая энергия

электрона  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ , откуда  $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$ .

Следовательно,  $\lambda_{1B} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$ . Энергия фотона –

$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda_\Phi}$ . Откуда длина волны де Бройля для фотона

$\lambda_{2B} = \frac{hc}{E}$ . Подставив числовые значения физических величин,

получим:  $\lambda_{1B} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}} = 0,87 \cdot 10^{-9} \text{ м}$  – для электрона.

$\lambda_{2B} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} = 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  – для фотона.

**Ответ.** Длина волны де Бройля для электрона  $\lambda_{1B} = 0,87 \text{ нм}$ .

Длина волны де Бройля для фотона  $\lambda_{2B} = 2 = 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ нм}$ .

## Задания для самостоятельной работы

### Вопросы:

1. В чем сущность механизма теплового излучения?
2. Чему равна поглотительная способность тела, если известна его излучательная способность?
3. Чему равна излучательная способность идеально отражающей поверхности?
4. Сформулируйте закон Кирхгофа и перечислите его следствия.
5. Какое тело называется абсолютно черным?
6. Сформулируйте закон Стефана – Больцмана и закон Вина. Запишите аналитические выражения этих законов.
7. Почему закон Вина называют законом смещения?
8. Как распределяется энергия в спектре излучения абсолютно черного тела?
9. Что собой представляет "ультрафиолетовая катастрофа"?
10. В чем сущность квантовой гипотезы Планка?
11. У каких лучей – красных или фиолетовых – энергия фотонов больше?
12. Разные металлические пластинки облучаются светом одинаковой частоты. Одинаковая ли скорость электронов, вылетающих из поверхности?
13. Как изменится число электронов, которые вырываются монохроматическим светом из катода фотоэлемента в единицу времени, если интенсивность света увеличить в 10 раз?
14. При освещении медной пластинки некоторым источником света наблюдается фотоэффект. Если заменить медную пластинку платиновой, то фотоэффект прекращается. У какого из металлов (Cu или Pt) работа выхода меньше?
15. Как по вольтамперной характеристике фотоэлемента определить число электронов, которые вырываются излучением в единицу времени?
16. Сформулируйте экспериментальные законы внешнего фотоэффекта.
17. Запишите уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.
18. Перечислите основные особенности внутреннего фотоэффекта
19. Приведите примеры применения фотоэффекта в технике.
20. В чем сущность эффекта Комптона?
21. От чего зависит значение комптоновского изменения длины волны?
22. Почему для экспериментальной проверки формулы комптоновского смещения нужно использовать коротковолновое излучение?

23. Чем обусловлено наличие в комптоновском спектре рассеяния несмещенной компоненты?
24. Во сколько раз комптоновское изменение длины волны фотона на свободных электронах больше, чем на свободных протонах, при одинаковых углах рассеивания?
25. Запишите формулу, которая определяет давление света.
26. На какую поверхность, черную или белую, свет оказывает большее давление?
27. Расскажите о химическом действии света.
28. В чем сущность явления фотосинтеза?
29. В чем сущность корпускулярно–волнового дуализма света?
30. Сформулируйте гипотезу де Бройля.

### Задачи:

1. Определите температуру, при которой средняя кинетическая энергии теплового движения молекулы одноатомного газа равна энергии фотона, которому соответствует длина волны  $\lambda = 6,6 \text{ мкм}$ .
2. Определите длину  $\lambda$  электромагнитной волны, если энергия соответствующего ей фотона  $E = 5,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ .
3. Определите модуль импульса  $p$  фотона, соответствующего излучению, длина волны которого  $\lambda = 600 \text{ нм}$ .
4. Определите во сколько раз энергия фотона рентгеновского излучения больше энергии фотона видимого света, если длина волны рентгеновского излучения  $\lambda_1 = 1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ , а длина волны видимого света  $\lambda_2 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .
5. Определите длину электромагнитной волны соответствующей фотону, энергия которого совпадает с энергией, приобретаемой электроном при прохождении ускоряющей разности потенциалов  $U = 1,5 \text{ кВ}$ .
6. Порог чувствительности сетчатки глаза к фотонам с энергией  $E = 2,5 \text{ эВ}$  составляет  $P_{\min} = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Вт}$ . Определите сколько фотонов с такой энергией должно падать каждую секунду на сетчатку глаза, чтобы свет был воспринят.
7. Пучок лазерного излучения с длиной волны  $\lambda = 330 \text{ нм}$  используется для нагревания  $m = 1 \text{ кг}$  воды с удельной теплоемкостью  $c = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ . Определите промежуток времени необходимый для нагревания воды на  $\Delta t = 10^\circ \text{C}$ , если лазер каждую секунду испускает  $n = 1 \cdot 10^{20}$  фотонов, которые поглощаются водой.

8. Электрическая лампа мощностью  $P = 150$  Вт равномерно излучает по всем направлениям  $\eta = 1,2$  % потребляемой энергии в виде света, средняя длина волны которого  $\lambda = 550$  нм. Определите число  $N$  фотонов видимого света, ежесекундно попадающих в зрачок человека диаметром  $d = 4,0$  мм, находящегося, на расстоянии  $r = 1,0$  м от лампы.
9. Определите красную границу  $V_{\min}$  фотоэффекта, если работа выхода электрона из металла  $A_{\text{вых}} = 3,3 \cdot 10^{-19}$  Дж.
10. Определите кинетическую энергию  $E_k$  и модуль максимальной скорости  $U_{\max}$  фотоэлектрона, вылетевшего из натрия при облучении его ультрафиолетовым излучением длиной волны  $\lambda = 200$  нм.
11. Электрон вылетает с поверхности цезия с кинетической энергией  $E_k = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж. Определите длину волны  $\lambda_k$ , соответствующую красной границе фотоэффекта.
12. На металлическую пластинку падает монохроматический свет длиной волны  $\lambda = 413$  нм. Определите работу выхода  $A_{\text{вых}}$ , если задерживающее напряжение  $U_3 = -1,0$  В.
13. Для некоторого металла фотоэффект начинается при длине волны падающего излучения  $\lambda = 200$  нм. Определите, красную границу фотоэффекта для металла с вдвое большей работой выхода.
14. Работа выхода электронов из некоторого металла  $A = 1,0$  эВ. Определите задерживающую разность потенциалов при облучении поверхности металла фотонами с энергией  $E = 5,3$  эВ.
15. Красная граница для рубидиевого фотоэлемента соответствует длине волны  $\lambda_k = 800$  нм. Определите, какую разность потенциалов нужно приложить к фотоэлементу, чтобы задержать электроны, испускаемые под действием ультрафиолетового излучения с длиной волны  $\lambda = 100$  нм.
16. Изолированный металлический шар емкостью  $C = 1,0$  мкФ освещается монохроматическим светом. Энергия фотонов поглощаемых шаром  $E = 4,2$  эВ. Определите заряд шара при длительном освещении, если работа выхода электронов с поверхности металла  $A = 2,1$  эВ.
17. Пучок ультрафиолетовых лучей с длиной волны  $\lambda = 330$  нм и мощностью  $P = 10$  мВт падает на катод вакуумного фотоэлемента. Определите силу тока, если квантовый выход фотоэффекта  $\eta = 3$  %.
18. Определите длину волны  $\lambda_B$  де Бройля для нейтрона, движущегося со скоростью, модуль которой  $v = 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

## ГЛАВА 4. ФИЗИКА АТОМА

**Физика атома** – раздел физики, посвящённый изучению строения и свойств атомов и элементарным процессам, в которых участвуют атомы.

**Атом** – наименьшая часть химического элемента, способная к самостоятельному существованию и являющаяся носителем его свойств. Каждому химическому элементу соответствует определенный род атомов, обозначаемый химическим символом этого элемента. Атомы могут существовать в свободном состоянии в газах. В связанном состоянии атомы входят в состав молекул, (соединяясь химически с атомами того же элемента или других элементов), и конденсированных сред.

### 4.1. Явления, подтверждающие сложное строение атома

Вплоть до конца XIX века в науке господствовало мнение, что самые мелкие частицы химически простых тел – атомы, являются неделимыми частицами материи, «кирпичиками мироздания», из которых построена Вселенная. Движение материи понималось как механическое перемещение этих частиц. Изменение химического состава веществ рассматривалось как результат взаимозаменяемости неизменных атомов, переходящих от одних соединений – молекул – к другим. Считалось, что атомы являются ответственными не только за все химические реакции, но и за все явления, происходящие в природе. Однако оставался открытым вопрос, почему атомы различаются между собой. К концу XIX в. накопилось множество научных фактов, которые свидетельствовали о сложной структуре атома. Рассмотрим основные из них.

#### *Экспериментальные закономерности в линейчатых спектрах*

Немецкий ученый Р. Бунзен в 1859 г. установил, что различные вещества, попадая в пламя созданной им газовой горелки, окрашивают пламя в разные цвета. Так, например, медь окрашивала пламя в зеленый цвет, поваренная соль – в желтый, стронций – в малиново-красный цвет.

Совокупность длин волн, которые присутствуют в излучении любого вещества, называют *спектром излучения*. Совокупность длин волн, которые поглощаются этим веществом, называют его *спектром поглощения*.

Нагретый газ или пар любого химического элемента, которые светятся, излучают спектр свойственный только этому элементу, состоящий из ярких линий, разделенных темными промежутками. Линейчатые спектры химических элементов различаются цветом светящихся линий, их расположением и числом.

Молекулярные газы и пары дают *полосатые спектры* излучения, в которых множество тесно расположенных спектральных линий образуют группы – полосы, разделенные темными промежутками. Нагретые твердые тела, жидкости, а также газы и плазма при высоком давлении дают *непрерывный* (сплошной) *спектр* излучения. Такой спектр представляет собой непрерывную последовательность длин волн, плавно переходящих друг в друга.

Если свет от источника, дающего непрерывный спектр излучения, проходит через вещество, атомы и молекулы которого находятся в невозбужденном состоянии, то в спектре излучения наблюдаются определенные изменения: отсутствуют или ослаблены спектральные участки, соответствующие тем длинам волн, которые поглощаются этим веществом. Такой спектр называют *спектром поглощения*. Спектры поглощения твердых и жидких тел обычно имеют вид широких темных полос, которые закрывают часть сплошного спектра излучения источника. Спектр поглощения атомарных газов и паров состоит из отдельных темных линий на фоне сплошного спектра. Согласно экспериментально установленному **закону Кирхгофа**, **линии поглощения соответствуют линиям испускания**, т. е. атомы менее нагретого химического элемента поглощают из сплошного спектра как раз те электромагнитные волны частоты, которых совпадают с частотами волн, которые они испускают, когда пар или газ, состоящий из атомов этого элемента, сильно нагрет. Для исследования спектрального состава конкретного излучения используются специальные оптические приборы, называемые *спектральными аппаратами*.

Аппараты для визуального наблюдения спектров называют **спектроскопами**, аппараты с регистрацией спектров – **спектрографами** (применяются в различных областях спектра в соответствии с чувствительностью фотоматериалов), с фотоэлектрическими и тепловыми приемниками излучения – **спектрометрами** или **спектрофотометрами**. В зависимости от способа спектрального разложения различают: призмные, интерференционные и дифракционные аппараты.

**Спектральный анализ.** Каждый химический элемент имеет свой спектр поглощения и спектр излучения, причем интенсивность линий и полос в спектре зависит от концентрации того или иного химического элемента в веществе. Эта закономерность положена в основу *спектрального анализа* – метода определения качественного и количественного состава вещества, основанного на получении и исследовании его спектров.

Спектральный анализ проводится обычно по линейчатому или полосатому спектру. Для его осуществления необходимо:

- перевести исследуемое вещество в атомарное или молекулярное состояние, т. е. испарить его;
- сфотографировать спектр полученного пара;
- сравнить полученный спектр с эталонными спектрами химически чистых элементов и определить состав исследуемого вещества.

При спектральном анализе пользуются специальными таблицами или атласами спектральных линий, в которых приводится точное расположение линий в спектре каждого химически чистого элемента или соответствующие этим линиям длины волн.

Спектральный анализ позволяет быстро определять химический состав сложных сплавов и следить за их чистотой, определять состав руд и минералов, что ускоряет и упрощает разведку полезных ископаемых.

### *Спектр атома водорода.*

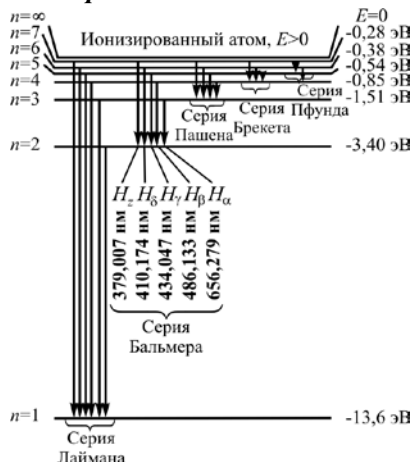


Рис.4.1

Дискретный линейчатый спектр излучения атомарного водорода состоит из отчетливо выраженных групп, которые образуют серии линий. Частоту (длину волны) любой линии в спектре излучения атома водорода можно определить по формуле Бальмера–Ридберга, согласно которой

$$\nu_{n \rightarrow m} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ или } \frac{1}{\lambda_{n \rightarrow m}} = R^* \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $m$  и  $n$  – целые числа,  $R=3,293 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  и  $R^*=109677,6 \text{ см}^{-1}$  – постоянные Ридберга.

Серия линий получается, если в формуле число  $m$  фиксировано, а число  $n$  пробегает все целые значения  $n > m$  (для данной серии спектральных линий  $n = m + 1, m + 2, m + 3$  и т. д.). Для серии Лаймана  $m = 1$ ; для серии Бальмера  $m = 2$ ; для серии Пашена  $m = 3$ ; для серии Брэкета  $m = 4$ ; для серии Пфундта  $m = 5$ ; для серии Хэмфри  $m = 6$ . Серии Лаймана и Бальмера отделены от других. Остальные серии частично перекрываются.

На рис. 4.1 под спектральными линиями серии Бальмера указаны соответствующие им значения длин волн  $\lambda$ . Первая слева линия  $H_\alpha$  имеет ярко-красный цвет ( $n = 3$ ). Линия  $H_\beta$  – голубая ( $n = 4$ ),  $H_\gamma$  – синяя ( $n = 5$ ),  $H_\delta$  – фиолетовая ( $n = 6$ ).

Заметим, что все многообразие спектральных линий в спектре атома водорода может быть получено путем попарных комбинаций величин, называемых спектральными термами 
$$V_{n \rightarrow m} = T_m - T_n = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2}.$$

### **Открытие электрона.**

Изучая электрический разряд в газах, Дж. Томсон заметил, что если разряд возбуждался между отрицательным (катод) и положительным (анод) электродами, которые находились внутри стеклянной трубки, то при понижении давления воздуха в трубке темная область возле катода постепенно расширялась и при некотором давлении достигала противоположного конца трубки. После этого стекло начинало светиться, причем цвет свечения зависел от сорта стекла. Если же в промежуток между катодом и анодом в трубку вносили экраны разной формы, то на ее противоположном конце возникала тень, как будто что-то, излучаемое катодом, задерживалось экраном, а при его отсутствии достигало стекла и вызывало его свечение. Это “что-то” назвали *катодными лучами*. В 1887 г. Дж. Томсон осуществил серию экспериментов, в результате которых впервые отождествил катодные лучи с частицами, названными позже электронами, и определил для этих частиц отношение заряда к массе.

О сложном строении атома свидетельствует также явление *радиоактивности*, т. е. произвольное или искусственное испускание атомами некоторых химических элементов  $\alpha$ - и  $\beta$ - частиц, а также  $\gamma$ -квантов.

Анализ наблюдений и экспериментальных результатов дает возможность сделать некоторые выводы:

1. Атом является устойчивой электрически нейтральной физической системой.

2. Спектры излучения и поглощения атомов являются линейчатыми.
3. Существует несколько видов субатомных частиц, размеры которых меньше размеров атомов, причем эти частицы входят в состав всех атомов.
4. Свойства каждой субатомной частицы можно охарактеризовать физическими величинами, например, электрическим зарядом, массой и др. Измерение этих величин дает возможность идентифицировать конкретную частицу.

Первая модель атома была предложена в 1903 г. английским физиком Дж. Дж. Томсоном (1856 – 1940). Согласно ей атом представляет собой равномерно заполненный положительным электрическим зарядом шар, внутри которого находятся отрицательно заряженные электроны, которые колеблются около положений устойчивого равновесия (рис. 4.2). Колебания, электронов обуславливают процесс излучения атома.

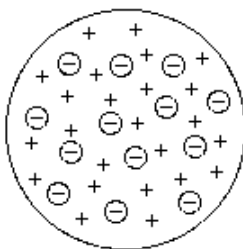


Рис.4.2

## 4.2. Ядерная модель атома

Для экспериментального исследования распределения положительного заряда и массы внутри атома Резерфорд использовал  $\alpha$  – частицы, вылетающие из атомов радиоактивных элементов. Альфа-частица является ядром атома гелия, имеет положительный заряд  $+2e$ , массу, равную примерно четырем массам протона, и энергию  $\sim 4$  Мэв.

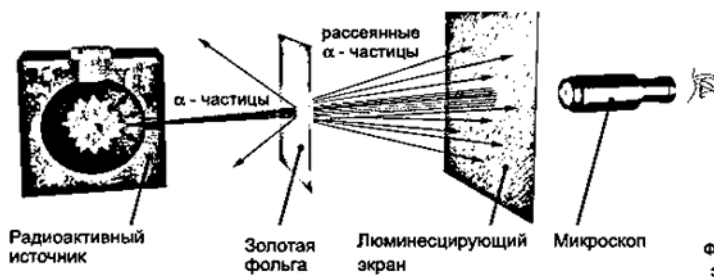


Рис.4.3

Схема опытов Резерфорда показана на рис. 4.3.

Альфа-частицы, которые излучались радиоактивным веществом, двигались дальше в вакууме и после прохождения свинцового коллиматора, попадали на тонкую золотую фольгу, толщиной  $\sim 1$  мкм. При прохождении через фольгу  $\alpha$  – частицы отклонялись от первоначального направления движения на разные углы  $\varphi$ . Рассеянные  $\alpha$  – частицы сталкивались с экраном, покрытым сернистым цинком, и вызывали сцинтилляции, которые наблюдались в микроскоп. Микроскоп вместе с экраном можно было поворачивать вокруг оси, которая проходила через центр фольги, и устанавливать его под разными углами  $\theta$  к первоначальному направлению пучка  $\alpha$  – частиц.

Опыты Резерфорда показали, что почти все  $\alpha$  – частицы, которые прошли сквозь фольгу, не изменяли направления своего движения или отклонялись на очень малые углы. И только некоторые из частиц (примерно одна из двух тысяч) отклонялись на большие углы, приблизительно  $135 - 150^\circ$ . Рассеяние отдельных  $\alpha$  – частиц на большие углы Резерфорд объяснил тем, что положительный заряд в атоме не распределен равномерно по объему шара радиусом  $0,1$  нм, а сконцентрирован в центральной части атома. Таким образом, Резерфорд пришел к идее атомного ядра размером  $\sim 1$  фм, в котором сконцентрирована почти вся масса ( $\sim 99,94\%$ ) и положительный заряд атома. На основании этого вывода Резерфорд в 1911 г. создал **ядерную модель атома**, согласно которой абсолютное значение суммарного отрицательного заряда электронов равно положительному заряду ядра. Число протонов в ядре равно числу электронов на атомных оболочках (слоях) и совпадает с порядковым номером  $Z$  атома данного химического элемента в Периодической системе элементов Менделеева. При этом Резерфорд высказывал догадку, что атом построен подобно планетарной системе. Как вокруг Солнца на больших расстояниях от него обращаются планеты, так и электроны в атоме движутся вокруг ядра. Такая модель получила название *планетарной модели*.

Результаты опытов Резерфорда очень просто объясняются исходя из планетарной модели атома. Масса электрона в 7296 раз меньше массы  $\alpha$  – частицы, а отрицательный заряд электронов распределен по всему объему электронной оболочки,  $\alpha$  – частицы, встречающие на своем пути электроны, практически на них не рассеиваются. И только  $\alpha$  – частицы, пролетающие вблизи ядра, испытывают резкие отклонения. Расстояние  $b$  от ядра к первоначальному направлению полета  $\alpha$  – частицы называют *прицельным параметром*. Чем ближе пролетает  $\alpha$  – частица от ядра (чем меньше  $b$ ), тем сильнее она отклоняется (тем больше угол  $\theta$ ).

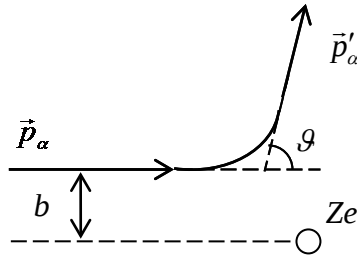


Рис.4.4

Угол  $\theta$ , на который рассеивается альфа частица кулоновским полем неподвижного ядра (рис. 4.4), определяется

формулой  $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = k \frac{q_1 q_2}{2bE_k} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{2bE_k}$ , где  $q_1 = ze$  и  $q_2 = Ze$  –

заряды  $\alpha$  – частицы и ядра,  $z$  и  $Z$  – зарядовые числа  $\alpha$ –частицы и ядра,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – элементарный электрический заряд,  $b$  – прицельный параметр,  $E_k$  – кинетическая энергия налетающей частицы, коэффициент

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

Экспериментальная проверка формулы Резерфорда подтвердила ее справедливость и показала, что ядерная (планетарная) модель атома соответствует его реальному строению.

### 4.3. Постулаты Бора

Первая попытка создания неклассической теории атома была предпринята датским физиком Н. Бором в 1913 г, который попытался связать в единое целое закономерности линейчатых спектров, ядерную модель атома и квантовый характер излучения и поглощения света атомом.

В теории Бора не содержалось принципиального отказа от описания поведения электрона в атоме при помощи законов классической физики. Такое описание сохранялось. Однако, для достижения тех целей, которые поставил перед собой Бор, ему пришлось классическое описание дополнить некоторыми ограничениями, накладываемыми на возможные состояния электронов в атоме. Эти ограничения были сформулированы в виде постулатов, физический смысл которых не только не мог быть

объяснен в рамках теории, но, более того, противоречил сохраняющемуся в теории классическому описанию движения электрона в атоме. Тем не менее, такой принципиально непоследовательный путь привел к правильным результатам при объяснении экспериментальных закономерностей наблюдаемых в спектре атома водорода.

**Первый постулат:** *существуют стационарные состояния атома, каждому из которых соответствует определенное значение энергии  $E_n$  ( $n$  – номер состояния); находясь в которых атом не излучает энергии. Этим стационарным состояниям соответствуют определенные стационарные орбиты, по которым движутся электроны. При движении по стационарным орбитам электроны не излучают электромагнитные волны.*

Первый постулат содержит две основные идеи: 1) дискретность (квантованность) энергетических состояний электрона в атоме (из бесконечного множества орбит, разрешенных классической физикой, реализуются только некоторые «избранные» орбиты), 2) отсутствие излучения, несмотря на ускоренное движение электрона.

Другими словами, первый постулат утверждает, что планетарная модель атома является устойчивой.

**Второй постулат:** *при переходе атома из одного стационарного состояния в другое излучается или поглощается квант энергии. Излучением сопровождается переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией. Поглощение имеет место при переходе атома в состояние с большей энергией.* Математически правило частот может быть записано следующим образом:  $h\nu_{n \rightarrow m} = E_n - E_m$ , где  $E_m$  и  $E_n$  – энергии атома в двух стационарных состояниях;  $m$  и  $n$  – номера стационарных орбит. В соответствии со вторым постулатом Бора возможные частоты излучения

атома водорода определяются по формуле 
$$\nu_{n \rightarrow m} = \frac{E_n - E_m}{h}.$$

Из закона сохранения энергии следует, что для перехода электрона из состояния с энергией  $E_n$  в состояние с энергией  $E_m$  ему необходимо сообщить энергию, которую он излучает при прямом переходе, т.е.

$$h\nu_{n \rightarrow m} = h\nu_{m \rightarrow n}. \text{ Поэтому } \nu_{n \rightarrow m}^{\text{изл}} = \nu_{m \rightarrow n}^{\text{погл}}.$$

Эти постулаты Бор дополнил **правилом квантования орбит**, в соответствии с которым: *в стационарном состоянии атома электрон, который движется по круговой орбите, должен иметь (квантованные) дискретные значения момента импульса, удовлетворяющие условию*

$$m v_n r_n = n \frac{h}{2\pi} = n \hbar, \text{ где } m, - \text{ масса электрона; } v_n - \text{ модуль скорости}$$

электрона на стационарной орбите радиусом  $r_n$ ;  $n = 1, 2, 3, \dots$  – номер стационарной орбиты (главное квантовое число);  $\hbar$  – постоянная Планка.

Если учесть, что модуль линейной скорости электрона  $v_n = \omega r_n$ , правило квантования можно записать в виде  $m \omega r_n^2 = n \hbar$ , где  $m$  – масса электрона;  $\omega$  – модуль его угловой скорости;  $r_n$  – радиус стационарной орбиты электрона. Анализ движения электрона вокруг ядра атома водорода на основе законов классической механики с учетом этих постулатов дает возможность рассчитать спектр излучения атома водорода и других водородоподобных систем (однозарядный ион гелия, двухзарядный ион лития и др.).

Если учесть, что стационарная орбита представляет собой окружность радиусом  $r_n$ , а движение электрона происходит под действием силы электростатического притяжения электрона к ядру (гравитационное взаимодействие в расчёт не принимается) то, согласно второму закону Ньютона,  $ma = F_{\text{кл}}$ . Центробежное ускорение электрона  $a = \omega^2 r_n$

или с учетом правила квантования  $a = \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r_n^3}$ , а сила, удерживающая его

на круговой орбите  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e \cdot Ze}{r^2}$ , где  $e$  – заряд электрона;  $Ze$  – заряд ядра.

$$\text{Следовательно, } \frac{n^2 \hbar^2}{m r_n^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}, \text{ откуда } r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m Ze^2} n^2.$$

Из формулы для расчета радиусов стационарных орбит следует, что они увеличиваются пропорционально квадратам целых чисел.

Энергия электрона в водородоподобном атоме равна сумме его кинетической  $E_k$  и потенциальной  $E_n$  энергий в электростатическом поле ядра. Причем потенциальная энергия системы является отрицательной. Это обусловлено тем, что между ядром и электроном действуют силы притяжения. Если учесть, что на очень большом расстоянии между ядром и электроном,  $E_n$  равна нулю, получим что полная энергия электрона:

$$E = E_k + E_n = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}.$$

Если в последнюю формулу подставить значение  $r_n$ , получим формулу для расчета полной энергии электрона, который движется по стационарной орбите:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2}.$$

Для атома водорода  $Z = 1$ , поэтому  $r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ . Радиус первой стационарной орбиты электрона в атоме водорода

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Энергия атома водорода в основном ( $n = 1$ ) энергетическом состоянии:  $E_1 = -\frac{m e^4}{8\hbar^2 \epsilon_0^2} = -2,16 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx -13,6 \text{ эВ}$ .

В соответствии со вторым постулатом Бора возможные частоты излучения атома водорода определяются по формуле

$$\nu_{n \rightarrow m} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{Z^2 e^4 m}{8\hbar^3 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = Z^2 R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $R = \frac{m e^4}{8\hbar^3 \epsilon_0^2} = 3,293 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  – константа, значение которой совпадает с

экспериментально найденным значением постоянной Ридберга. Состояние атома с минимальным значением энергии ( $n = 1$ ) называют *основным* или *нормальным*. Основное состояние является устойчивым, в нем атом может находиться бесконечно долго. Все остальные состояния, которые считают стационарными только условно, называются *возбужденными* или *неустойчивыми*.

Совокупность дискретных значений энергии  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ , которые соответствуют определенным электронным орбитам, можно для наглядности показать на энергетической диаграмме горизонтальными линиями, которые называют *энергетическими уровнями* (рис. 4.5). Уровни расположены неравномерно: с увеличением  $n$  они сгущаются. Самым нижним является энергетический уровень, соответствующий основному состоянию атома. Переходы атома из одного состояния в другое на энергетической схеме изображаются направленными вертикальными линиями.



Рис.4.5

Излучать энергию атом может только в том случае, если за счет поглощения энергии извне он будет переведен из основного энергетического состояния в одно из возбужденных (переходы  $E_1 \rightarrow E_2$ ,  $E_1 \rightarrow E_3$ ). Ионизированный атом, из которого удален электрон (переведен на уровень  $n = \infty$ ), также является возбужденным. Возбудить атом можно разными способами: при столкновении с другими частицами, облучении инфракрасными, ультрафиолетовыми, рентгеновскими или  $\gamma$ -лучами, нагревании тела и др. Излучение атомов после возбуждения происходит не мгновенно, а через некоторое время  $\tau$ , которое называется *временем жизни атома в возбужденном состоянии*.

Среднее значение  $\tau \sim 10$  нс. После этого атом возвращается в основное состояние, излучая один или несколько фотонов (переходы  $E_2 \rightarrow E_1$ ,  $E_3 \rightarrow E_1$  на рис. 4.5), за счет промежуточных переходов (вместо одного перехода  $E_3 \rightarrow E_1$  может произойти два  $E_3 \rightarrow E_2$ ,  $E_2 \rightarrow E_1$ ).

Но при всех переходах должно выполняться равенство  $E_n - E_k = h\nu$ , где  $E_n$  и  $E_m$  – полные энергии соответственно верхнего  $n$  и нижнего  $m$  энергетических уровней. В результате переходов атома с нижних энергетических уровней на верхние возникает *спектр поглощения*, а с верхних на нижние – *спектр излучения*. На основании теории Бора могут быть рассчитаны длины волн (частоты) не только в спектре атомарного водорода, а и в спектрах водородоподобных ионов ( $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ ,  $\text{Be}^{3+}$  и др.), которые содержат один электрон и имеют заряд ядра  $Ze$ . В этом случае спектральная формула имеет вид:

$$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow m}} = Z^2 R^* \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{где } Z - \text{порядковый номер элемента}$$

в Периодической системе химических элементов Менделеева.

#### 4.4. Люминесценция и ее характеристики

Собственное свечение вещества, обусловленное переходами электронов атомов и молекул с более высоких энергетических уровней в состояния с меньшей энергией, называют *холодным свечением* или *люминесценцией*. Люминесценция – это излучение тела в видимой области спектра, превышающее тепловое излучение этого тела при данной температуре и имеющее длительность послесвечения во много раз большую периода световых колебаний. Люминесценции должен предшествовать процесс возбуждения атомов и молекул вещества за счет энергии получаемой ими в результате различных физических процессов. В зависимости от источника энергии, которая вызывает люминесценцию, различают несколько её видов:

**фотолюминесценция** возникает при облучении тела видимым и ультрафиолетовым излучениями;

**рентгенлюминесценция** возникает при облучении тела рентгеновскими лучами;

**радиолюминесценция** возбуждается радиоактивным излучением;

**катодолюминесценция** вызывается электронными пучками;

**электролюминесценция** возникает при прохождении электрического тока через разреженные газы;

**хемилюминесценция** возбуждается химическими процессами в веществе;

**сонолюминесценция** возбуждается ультразвуком;

**триболлюминесценция** возникает при механическом воздействии на вещество.

Примерами люминесценции являются: свечение циферблата и стрелок часов, экранов сцинтилляционных счетчиков, рентгеновских аппаратов, осциллографов и телевизоров, газа в газоразрядных трубках; белого фосфора, гнилушек, споровых растений, насекомых, морских животных, бактерий и др.

Таким образом, люминесценция является своеобразным генератором, который превращает энергию электромагнитных волн, механическую, электрическую и химическую в энергию видимого света.

Особенностью люминесценции является определенная продолжительность свечения. В большинстве случаев люминесценция практически прекращается через некоторое время после выключения источника, который ее возбуждает. При этом интенсивность люминесцентного свечения уменьшается со временем по экспоненциальному закону:  $I_t = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Временем жизни

люминесценции называют промежуток времени  $\Delta\tau$ , за который интенсивность люминесцентного излучения уменьшается в  $e = 2,73$  раза. В зависимости от продолжительности послесвечения люминесценцию условно разделяют на *флуоресценцию* ( $\Delta\tau \sim 1 - 10$  нс) и *фосфоресценцию*, продолжительность которой может быть очень большой (секунды, часы).



Рис.4.6

Рассмотрим более подробно фотолюминесценцию, которая имеет большое практическое применение. При фотолюминесценции твердых и жидких тел наблюдается излучение более длинных волн, чем у поглощенного излучения. Длина волны  $\lambda$  света люминесценции, как правило, больше длины волны  $\lambda_0$  света, который возбуждает люминесценцию (рис. 4.6). Эту закономерность, открытую в 1852 г. английским ученым Дж. Стоксом (1819–1903) называют правилом Стокса.

Правило Стокса непосредственно вытекает из квантовых представлений о свете: если молекула вещества поглощает квант энергии излучения  $\frac{hc}{\lambda_0}$ , то она переходит в возбужденное состояние. В процессе теплового движения часть энергии этой молекулы передается другим молекулам, а часть излучается в виде кванта энергии  $\frac{hc}{\lambda}$ . Согласно закону

сохранения энергии:  $\frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda} + A$ , откуда  $\lambda > \lambda_0$ . Спектр люминесценции

и его максимум смещены в сторону более длинных волн в сравнении со спектром поглощения. Разность  $\Delta\lambda_c$  длин волн, которые соответствуют

максимумам интенсивности в этих спектрах, называют *стоксовским смещением*. Люминесценция характеризуется *энергетическим выходом*  $\eta$ , равным отношению энергии люминесцентного излучения  $W$  к энергии  $W_0$ , которая поглощается веществом за тот же промежуток времени

$$\eta = \frac{W}{W_0}. \text{ Значения } \eta \text{ лежат обычно в пределах } 70 - 80 \%.$$

Вещества, которые обладают ярко выраженной способностью люминесцировать, называются *люминофорами*, а примеси, которые активизируют процесс люминесценции – *активаторами* (Cu, Mn, Bi, редкоземельные элементы и т. д.).

Явление люминесценции имеет широкое практическое применение. Кристаллофосфоры (кристаллы, способные фосфоресцировать) используют для выявления инфракрасного излучения, которое уменьшает время фосфоресценции, в результате происходит быстрое потемнение экрана. Экраны всех электронно–лучевых трубок покрывают с внутренней стороны люминофором, светящимся под воздействием бомбардирующих его электронов.

Например, экран кинескопа цветного телевизора покрывают составом из трех кристаллофосфоров, чувствительных к красному, зеленому и синему свету. Существуют разные источники света, излучающие люминесценцию. Это газовые трубки, лампы дневного света, которые по экономичности превышают лампы накаливания в 10– 20 раз. Люминесцентные краски применяются при изготовлении различных реклам, в текстильной промышленности, при создании эффектов в театрах, окраске приспособлений дорожной безопасности и т. д.

Люминесцентный анализ лежит в основе метода выявления и определения содержания химических компонентов в смеси. Наличие того или иного компонента определяется по окраске люминесцентного излучения, так как максимуму спектра соответствует определенный цвет люминесцирующего вещества. Люминесцентный анализ используют для контроля чистоты реактивов и воды, при определении качества продуктов питания, фармакологических средств и т. д..

Наличие адреналина в крови человека определяется по его характерному зеленовато–желтому свечению. В микробиологии, вирусологии, пищевой промышленности, при исследовании почвы, микрохимическом анализе используется люминесцентная микроскопия. Люминесцентную дефектоскопию используют для выявления очень тонких трещин на поверхности деталей машин и других изделий.

## 4.5. Лазеры

При взаимодействии излучения с веществом может происходить: поглощение и спонтанное (самопроизвольное) или вынужденное (индуцированное) излучение.

При поглощении кванта электромагнитного излучения с энергией  $E = h\nu$  атом (молекула) переходит из основного в возбужденное состояние.

Спонтанное излучение возникает при самопроизвольном переходе атома (молекулы) из возбужденного состояния в основное.

Индукцированное излучение возникает при вынужденном переходе атома (молекулы) из возбужденного состояния в основное под воздействием кванта электромагнитного излучения.

Энергетические уровни атома (молекулы) при поглощении, спонтанном и вынужденном излучении приведены на рисунке 4.7.



Рис.4.7

Отметим основные отличия между индуцированным и спонтанным излучением:

Вынужденное излучение распространяется строго в том же направлении, что и излучение, его вызвавшее.

Фаза волны вынужденного излучения испускаемого атомом (молекулой) совпадает с фазой падающей световой волны.

Вынужденное излучение линейно поляризовано, причем плоскость его поляризации совпадает с плоскостью поляризации падающего излучения.

Фотоны вынужденного излучения нельзя отличить от первичных фотонов, стимулирующих вынужденное излучение.

Таким образом, вынужденное излучение строго когерентно излучению, которое его вызывает.

В обычном состоянии число возбужденных атомов очень мало. Поэтому вероятность того, что фотон, распространяясь в веществе, вызовет вынужденное излучение, мало по сравнению с вероятностью его поглощения. Поэтому при распространении электромагнитного излучения

в веществе его интенсивность уменьшается в соответствии с законом Бугера  $I = I_0 e^{-\alpha L}$ , где  $I_0$  – начальная интенсивность излучения,  $I$  – интенсивность излучения прошедшего расстояние  $L$  в веществе,  $\alpha$  – коэффициент поглощения вещества, поскольку энергия излучения расходуется на возбуждение атомов (молекул) этого вещества.

Однако, если создать *инверсную* или *обращенную* заселенность энергетических уровней в веществе, при которой количество атомов (молекул) в возбужденном состоянии больше, чем в основном, то возможны процессы, при которых интенсивность излучения, проходящего через вещество, будет не ослабляться, а усиливаться, на что впервые указал русский физик В. А. Фабрикант в 1939 г.

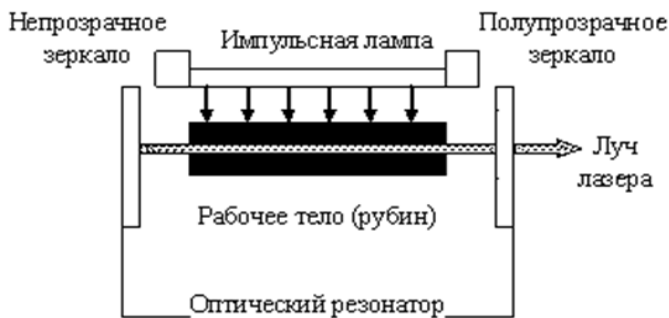


Рис.4.8

Подобные процессы реализуются в приборах, которые получили название *квантовых усилителей* или *квантовых генераторов*. Оптические квантовые генераторы (ОКГ), которые преобразуют энергию накачки (световую, электрическую, внутреннюю, химическую и др.) в энергию когерентного монохроматического поляризованного и узконаправленного оптического излучения, называют *лазерами*. (рис. 4.8) Рабочим телом лазера является активная среда с отрицательным поглощением света. В такой среде интенсивность света не уменьшается, а увеличивается.

Процесс перевода среды в инверсное состояние называется *накачкой рабочего тела*. Рассмотрим принцип действия твердотельного лазера, рабочим телом которого является кристалл рубина. Рубин представляет собой прозрачный кристалл корунда (оксид алюминия  $Al_2O_3$ ), в котором 0,05 % атомов алюминия замещены атомами трехвалентного хрома  $Cr^{3+}$ , в результате чего он приобретает розоватый цвет. Рубиновый лазер работает по широко распространенной в лазерной технике *трехурвневой схеме* (рис. 4.9). При освещении рубинового стержня мощной импульсной

лампой ионы хрома переходят из основного состояния с энергией  $E_1$  в возбужденное состояние, энергия которого  $E_3$ . За время, приблизительно равное 10 нс, некоторая часть ионов  $\text{Cr}^{3+}$  в результате спонтанных переходов вернется в основное состояние. Однако, большинство возбужденных ионов без излучения переходит на метастабильный уровень  $E_2$  со временем жизни  $\sim 1$  мс. В результате чего заселенность энергетического уровня  $E_2$  становится большей, чем заселенность уровня  $E_1$ . Таким образом, образуется инверсная населенность уровней  $E_1$  и  $E_2$ . Переход  $E_2 \rightarrow E_1$  представляет собой рабочий лазерный переход, в результате которого происходит излучение с длиной волны  $\lambda = 694,3$  нм (рис. 4.9).

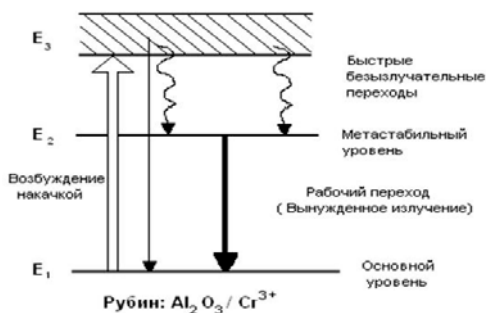


Рис.4.9

Эффект усиления световой волны достигается с помощью *положительной обратной связи*. Сущность ее в том, что часть усиленной волны света возвращается в активную среду и, проходя через нее, усиливается. Для создания положительной обратной связи в лазерах используется так называемые *оптические резонаторы*, которые представляют собой систему полупрозрачных зеркал разной формы (см. рис. 4.8). Такой способ усиления увеличивает путь, который проходит волна в активной среде, т.е. зеркала заставляют волну проходить в рабочем теле в прямом и обратном направлении много раз, что приводит к возрастанию ее интенсивности.

Высокая *когерентность*, строгая монохроматичность и малая расходимость лазерного излучения позволяет использовать его в различных областях (обработка материалов, сварка микродеталей, сверление отверстий в твердых веществах; лазерный контроль за состоянием атмосферы; разделение изотопов, получение чистых веществ и ускорение химических процессов; увеличение всхожести семян, системы обработки и хранения информации, голография и не линейная оптика,

термоядерный синтез и др.). В руках хирурга лазерный луч превратился в скальпель, с его помощью "приваривают" отслоенную сетчатку глазного дна, лечат злокачественные опухоли, рассекают и сшивают ткани (биологическая сварка), проводят светотерапию.

Началом решения проблем генерации и усиления света считаются классические работы А. М. Прохорова, Н. Г. Басова, Ч. Таунса, Дж. Гордона и Дж. Вебера. В 1960 г. американским физиком Т. Мейманом создан рубиновый лазер, в 1962 – 1963 гг. – первые полупроводниковые лазеры, а в 1966 г. – лазеры на сложных органических молекулах (красителях); 1964 – 1969 гг. – информация о создании ионных лазеров, работающих на парах металлов, и разработках лазеров на свободных электронах. В настоящее время список материалов, используемых для создания рабочего тела лазеров, практически неограничен и насчитывает множество десятков твердых, жидких и газообразных веществ. Основная проблема лазерной техники – это увеличение КПД.

За исследования проблем генерации и усиления света в 1964 г. Н. Г. Басову, А. М. Прохорову и Ч. Таунсу была присуждена Нобелевская премия. В Республике Беларусь центром научных исследований в области квантовой электроники является Институт физики национальной Академии Наук. Проблемами квантовых генераторов Институт начал заниматься еще до появления первого рубинового лазера. Методы расчета оптических квантовых генераторов, разработанные учеными Института физики, широко используются в научных учреждениях и конструкторских бюро, как в республике, так и в странах ближнего и дальнего зарубежья. Авторами работ по конструированию и исследованию лазерной техники является Б. И. Степанов, Н. А. Борисевич, П. А. Апанасевич, А. М. Сомсон, В. П. Грибковский, А. П. Иванов, А. С. Рубанов.

### **Методические указания и примеры решения задач**

В атомной физике рассматриваются механизм и закономерности процессов, связанных с излучением и поглощением энергии атомом водорода и водородоподобными ионами в рамках боровской модели атома. Перечисленные явления и процессы невозможно удовлетворительно объяснить, пользуясь понятиями и законами классической физики. Поэтому в процессе анализа конкретных ситуаций особое внимание необходимо обратить на раскрытие механизма рассматриваемых явлений или процессов и их физическую интерпретацию на основе соответствующих физических теорий.

Решение задач, в которых рассматриваются явления и процессы, происходящие в микромире, невозможно (за исключением самых

простых) без использования таких фундаментальных физических законов как законы сохранения полной энергии, импульса и момента импульса.

В рамках модели атома водорода, предложенной Н. Бором, полная энергия электрона, который движется по стационарной орбите,

$$E = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}, \text{ где } n - \text{номер стационарной орбиты, } m - \text{масса, } e -$$

заряд электрона,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $h$  – постоянная Планка.

Возможные частоты излучения атома водорода, при переходе электрона со стационарной орбиты с номером  $k$  на орбиту с номером  $n$ , определяются

по формуле:  $\nu_{k \rightarrow n}^{\text{изл}} = \frac{E_k - E_n}{h} = Rc \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$  где

$$R = \frac{me^4}{8h^3 \varepsilon_0^2 c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} - \text{постоянная Ридберга. Аналогичная}$$

формула для водородоподобных ионов имеет вид:

$$\nu_{k \rightarrow n}^{\text{изл}} = \frac{E_k - E_n}{h} = RcZ^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), \text{ где } Z - \text{порядковый номер}$$

элемента в периодической системе химических элементов.

Задачи, в которых рассматриваются процессы излучения и поглощения энергии атомом водорода, решаются с использованием формулы, связывающей энергию фотона, излучаемого (или поглощаемого) электроном атома при переходе с одной стационарной орбиты на другую и формулы для расчета энергии электрона на стационарной орбите атома,

в соответствии с которой:  $E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2}$ . При решении некоторых

задач необходимо дополнительно использовать законы сохранения полной энергии и импульса.

### Примеры решения задач:

**Задача 1.** Определите число различных фотонов  $N$ , которые может испустить возбужденный атом водорода, если электрон этого атома находится на четвертом энергетическом уровне.

**Дано:**  $n = 4$ .

**Найти:**  $N$  –?

**Решение.** Если электрон в атоме водорода находится на четвертом энергетическом уровне, то главное квантовое число  $n = 4$ . Поэтому возможны только три варианта перехода атома в основное состояние.

1. Электрон переходит с четвертого энергетического уровня, на основной энергетический уровень ( $n = 1$ ).

2. Электрон переходит с четвертого энергетического уровня, на второй возбужденный энергетический уровень ( $n = 2$ ).

3. Электрон переходит с четвертого энергетического уровня, на третий возбужденный энергетический уровень ( $n = 3$ ).

**Ответ:** Возбужденный атом водорода в рассматриваемом случае может испустить три фотона.

**Задача 2.** Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определите изменение энергии атома.

**Дано:**  $n = 4$ ,  $k = 2$ .

**Найти:**  $\Delta E$  –?

**Решение.** При переходе электрона с четвертого энергетического уровня ( $n = 4$ ) на второй ( $k = 2$ ) испускается фотон, энергия которого

$$\Delta E = E_n - E_k = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right).$$
 Если учесть, что энергия атома

водорода в основном состоянии  $E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13,6 \text{ эВ}$ , получим, что

в рассматриваемом случае  $\Delta E = E_n - E_k = E_1 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$ . Подставив

числовые значения физических величин, получим:

$$\Delta E = E_n - E_k = -13,6 \text{ эВ} \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{13,6 \text{ эВ} \cdot 3}{16} = 2,55 \text{ эВ}.$$

**Ответ:**  $\Delta E = 2,55 \text{ эВ}$ .

**Задача 3.** Определите, на какие стационарные уровни может перейти электрон атома водорода при воздействии: а) видимого, б) ультрафиолетового, в) инфракрасного излучения, если атом находится в основном состоянии.

**Решение.** Для того, чтобы атом водорода мог перейти из основного стационарного состояния в одно из возбужденных состояний

энергия фотона  $E = \frac{hc}{\lambda}$  поглощенного электроном атома должна быть равна разности энергий атома в возбужденном и основном состояниях.

Энергия основного состояния атома водорода

$$E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13,6 \text{ эВ}.$$

Инфракрасному излучению соответствуют длины волн от 0,1мм до 700 нм. Поэтому максимальное значение энергии фотонов инфракрасного

$$\text{излучения } E_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}}{7 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 2,84 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 1,8 \text{ эВ}.$$

Видимому излучению соответствуют длины волн от  $\lambda_1=700$  нм до  $\lambda_2=400$  нм. Поэтому максимальное значение энергии фотонов видимого

$$\text{излучения } E_2 = \frac{663 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}}{4 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 5,3 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 3,3 \text{ эВ}.$$

Ультрафиолетовому излучению соответствуют длины волн от 400 нм до 30,0 нм. Поэтому максимальное значение энергии фотонов ультрафиолетового излучения

$$E_3 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}}{3 \cdot 10^{-8} \text{ м}} = 6,63 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 41 \text{ эВ}.$$

Поскольку энергия второго возбужденного состояния ( $n=2$ ) составляет  $E_2 = \frac{E_1}{4} = -\frac{13,6 \text{ эВ}}{4} = -3,40 \text{ эВ}$ , то под действием инфракрасного

и видимого излучений электрон атома водорода не может перейти из основного состояния ни в одно из возбужденных состояний. Максимальное значение энергии фотонов ультрафиолетового излучения  $E_3 \approx 41 \text{ эВ}$ , примерно в три раза превышает энергию ионизации ( $E_i = 13,6 \text{ эВ}$ ) атома водорода, поэтому под воздействием ультрафиолетового излучения электрон может перейти из основного состояния в любое из возбужденных состояний.

**Задача 4.** Электрон в теоретической модели атома водорода по Бору движется по круговой орбите радиусом  $r = 5,3 \cdot 10^{-11}$  м. Определите значение энергии  $E$  поглощенной электроном, если радиус его орбиты увеличился в  $k = 4$  раза.

**Дано:**  $r = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ ,  $k = 4$ .

**Найти:**  $\Delta E$  —?

**Решение.** В квантовой теории Бора, радиус стационарной орбиты электрона в атоме водорода определяется по

$$\text{формуле } r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 k m e^2} = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2}.$$

По условию в исходном состоянии радиус орбиты  $r = 5,3 \cdot 10^{-11}$  м. Это означает, что  $n_1 = 1$ . Чтобы радиус орбиты электрона увеличился в четыре раза, номер стационарной орбиты должен увеличиться в два раза, следовательно,  $n_2 = 2$ .

Для перехода электрона с первого энергетического уровня ( $n_1 = 1$ ) на второй ( $n_2 = 2$ ) ему необходимо сообщить энергию

$$\Delta E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = E_1 \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \text{ где } E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13,6 \text{ эВ} -$$

энергия основного состояния атома водорода. Подставив числовые значения физических величин, получим

$$\Delta E = -13,6 \text{ эВ} \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{13,6 \text{ эВ} \cdot 3}{4} = 10,2 \text{ эВ}.$$

**Ответ.**  $\Delta E = 10,2 \text{ эВ}$ .

**Задача 5.** Определите относительное уменьшение массы  $\frac{\Delta m}{m}$  атома водорода при переходе из состояния с  $n_2 = 2$  в основное состояние с  $n_1 = 1$ .

**Дано:**  $n_2 = 2$ ,  $n_1 = 1$

**Найти:**  $\left( \frac{\Delta m}{m} \right) - ?$

**Решение.** При переходе электрона со второго энергетического уровня ( $n_2 = 2$ ) на первый ( $n_1 = 1$ ) испускается фотон, энергия

$$\text{которого } \Delta E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad \text{Если учесть, что}$$

$$E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13,6 \text{ эВ}, \text{ то } \Delta E = E_1 \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right).$$

Подставив числовые значения физических величин, получим

$$\Delta E = E_n - E_k = -13,6 \text{ эВ} \left( \frac{1}{4} - 1 \right) = \frac{13,6 \text{ эВ} \cdot 3}{4} = 10,2 \text{ эВ}. \quad \text{Следовательно,}$$

энергия атома уменьшается на  $\Delta E = 10,2 \text{ эВ}$ .

Уменьшение массы атома определить из формулы Эйнштейна, согласно которой  $\Delta E = \Delta m c^2$ , где  $\Delta m$  – уменьшение массы атома,  $c$  –

скорость света в вакууме. Следовательно,  $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$ . Откуда  $\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta E}{mc^2}$ .

Принимая во внимание, что масса атома водорода  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг, подставив

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{10,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot (3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2} = 1,1 \cdot 10^{-8}.$$

**Ответ.** Относительное уменьшение массы  $\frac{\Delta m}{m} = 1,1 \cdot 10^{-8}$ .

**Задача 6.** Предположим, что электрон связан с протоном в атоме водорода не электрической, а гравитационной силой. Определите радиус  $r_1$  первой боровской орбиты и энергию  $E_1$  электрона этом случае.

**Дано:**  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2},$

$$n_1 = 1.$$

**Найти:**  $r_1$  –?  $E_1$  –?

**Решение.** Если учесть, что стационарная орбита представляет собой окружность радиуса  $r$ , а по условию задачи движение электрона происходит под действием силы гравитационного притяжения электрона к ядру, то в соответствии со вторым законом Ньютона  $ma = F_{\text{гп}}$ . Модуль

нормального ускорения электрона  $a = \frac{v^2}{r}$ , а модуль силы,

удерживающей его на круговой орбите,  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$  где  $m_1$  – масса

электрона,  $m_2$  – масса ядра. Следовательно,  $\frac{m_1 v^2}{r} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ . Подставив

в последнюю формулу значение модуля линейной скорости электрона  $v = \frac{nh}{m_1 r_n}$ , определенное из правила квантования согласно

которому  $m_1 v r_n = \frac{nh}{2\pi}$ , получим  $\frac{m_1 n^2 h^2}{4\pi^2 m_1^2 r^3} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ . Откуда, радиус

стационарной орбиты электрона  $r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 G m_1^2 m_2}$ .

Энергия электрона в рассматриваемом случае равна сумме его кинетической  $E_k$  энергии и потенциальной  $E_n$  энергий в гравитационном поле ядра атома. Причём, потенциальная энергия системы является отрицательной. Это обусловлено тем, что между ядром и электроном действует сила гравитационного притяжения. Если учесть, что на очень большом расстоянии между ядром и электроном  $E_n = 0$ , то

$$E = E_k + E_n = \frac{mv^2}{2} - G \frac{m_1 m_2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{G m_1 m_2}{r}.$$

Если в последнюю формулу подставить значение  $r_n$ , получим формулу для расчёта полной энергии электрона, который движется по стационарной орбите  $E = -\frac{(2\pi G m_1 m_2)^2 \cdot m_1}{2n^2 h^2}$ . По условию задачи,  $n =$

1, следовательно, энергия атома в этом состоянии  $E_1 = -\frac{(2\pi G m_1 m_2)^2 \cdot m_1}{2h^2}$ , радиус первой стационарной орбиты

$$r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 G m_1^2 m_2}.$$

Подставив числовые значения физических величин, получим:

$$E_1 = -\frac{\left(2 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{кг} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{кг}\right)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{кг}}{2(6,63 \cdot 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с})^2} = -4,2 \cdot 10^{-97} \text{Дж}.$$

$$r_1 = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с}) h^2}{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} (9,1 \cdot 10^{-31} \text{кг})^2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{кг}} = 1,2 \cdot 10^{-29} \text{м}.$$

**Ответ.**  $E_1 = -4,2 \cdot 10^{-97} \text{Дж}$ .  $r_1 = 1,2 \cdot 10^{-29} \text{м}$ .

**Задача 7.** Протон, модуль скорости которого  $v_0 = 4 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , после столкновения с покоящимся невозбужденным атомом водорода, движется в том же направлении с вдвое меньшей скоростью, а атом переходит

в возбужденное состояние. Определите длину волны  $\lambda$  излучения, которое может испустить атом, переходя в основное состояние (различием масс протона и атома водорода пренебречь).

**Дано:**  $\nu_0 = 4 \cdot 10^4 \frac{\text{М}}{\text{с}}, \nu_1 = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$

**Найти:**  $\lambda - ?$

**Решение.** Систему отсчета свяжем с лабораторией, и будем считать ее инерциальной. Допустим, что именно в этой системе отсчета заданы начальная и конечная скорости протона. Если внешние воздействия на физическую систему "протон – атом водорода" не учитывать, то ее можно считать замкнутой. Поэтому для описания рассматриваемой системы можно воспользоваться законами сохранения энергии и импульса.

По условию задачи скорость протона мала по сравнению со скоростью света, поэтому можно пользоваться классическими выражениями для энергий и импульсов частиц. В качестве начального выберем состояние системы в момент времени, когда модуль скорости протона  $\nu_0$ , а атом водорода покоится.

В качестве конечного выберем состояние после столкновения, в момент времени, когда атом испустил фотон, и расстояние между частицами равно первоначальному. Тогда начальная энергия системы

$$E_{\text{нач}} = \frac{m\nu_0^2}{2} + E_{\text{пот}}, \text{ а ее начальный импульс } \vec{p}_{\text{нач}} = m\vec{\nu}_0, \text{ где } m - \text{масса}$$

протона. Конечная энергия системы  $E_{\text{кон}} = \frac{m\nu_1^2}{2} + \frac{m\nu_2^2}{2} + E_{\text{пот}} + h\nu$ , где

$$\nu_2 - \text{модуль скорости атома после столкновения, } h\nu = \frac{hc}{\lambda} - \text{энергия}$$

фотона. Если считать, что импульс фотона мал, по сравнению с импульсами протона и атома водорода, то конечный импульс системы равен сумме импульсов протона и атома водорода:

$$\vec{p}_{\text{кон}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m\vec{\nu}_1 + m\vec{\nu}_2.$$

$$\text{Следовательно, } \frac{m\nu_0^2}{2} + E_{\text{пот}} = \frac{m\nu_1^2}{2} + \frac{m\nu_2^2}{2} + E_{\text{пот}} + \frac{hc}{\lambda}, m\vec{\nu}_0 = m\vec{\nu}_1 + m\vec{\nu}_2.$$

Принимая во внимание, что в начальном и в конечном состояниях, скорости протона направлены в одну сторону последнее равенство можно записать в скалярном виде  $m\nu_0 = m\nu_1 + m\nu_2$ . Откуда  $\nu_2 = \nu_0 - \nu_1$ .

Подставив полученное значение модуля скорости атома в уравнение закона сохранения энергии получим:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} - \frac{m(v_0 - v_1)^2}{2} = \frac{mv_1(v_0 - v_1)}{2}. \quad \text{Откуда} \quad \text{длина}$$

волны  $\lambda = \frac{hc}{mv_1(v_0 - v_1)}.$

Подставив числовые значения физических величин, получим:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 4 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 150 \text{ нм}.$$

**Ответ.**  $\lambda = 150 \text{ нм}.$

**Задача 8.** Докажите, что если электрон переходит с уровня  $n$  на уровень  $n-1$  при очень больших значениях  $n$ , то частота испускаемого света  $\nu = \frac{v_n}{2\pi r_n}$ . Покажите, что именно эту частоту предсказывает классическая теория для электрона, движущегося по круговой орбите радиусом  $r_n$  со скоростью  $v_n$ .

**Решение.** В квантовой теории Бора, энергия атома водорода в возбужденном состоянии  $E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}$ .

При переходе электрона с энергетического уровня  $n_1$  на уровень  $n_2$  испускается фотон, энергия которого

$$E = h\nu - \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = E_1 \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right),$$

где  $E_1 = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13,6 \text{ эВ}$  – энергия основного состояния атома

водорода. По условию в исходном состоянии  $n_1 = n$ ,  $n_2 = n-1$ . Следовательно, частота испускаемого света

$$\nu - \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n-1)^2} \right) = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left( \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \right).$$

По условию задачи  $n \gg 1$ , поэтому последнее выражение можно записать

в виде  $\nu = \frac{me^4}{4\varepsilon_0^2 h^3 n^3}$ . Радиус стационарной орбиты электрона в атоме

водорода определяется по формуле  $r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 k m e^2}$ , где  $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ .

Следовательно,  $r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2}$ . Откуда,  $nh = \left( \frac{\pi m e^2 r_n}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}}$ , Подставив

значение  $nh$  в формулу для частоты излучения, получим:

$$\nu = \frac{e}{4\varepsilon_0^2 h^3 n^3} = \frac{e(\varepsilon_0 m)^{\frac{1}{2}} \cdot (\pi r_n)^{\frac{3}{2}}}{4}.$$

Согласно классическим представлениям, частота излучения совпадает с частотой обращения электрона вокруг ядра под действием силы электростатического притяжения к ядру. Согласно второму закону

Ньютона  $m\omega^2 r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}$ . Если учесть зависимость между угловой

скоростью электрона и частотой обращения ( $\omega = 2\pi\nu$ ), получим

$$4\pi^2 \nu^2 m r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}. \quad \text{Откуда} \quad \nu = \frac{e(\varepsilon_0 m)^{\frac{1}{2}} \cdot (\pi r_n)^{\frac{3}{2}}}{4}.$$

В обоих случаях формулы для частоты излучения совпадают.

**Ответ.** Частоты излучения, рассчитанные исходя из квантовой теории Бора и из классических представлений при очень больших значениях  $n$ , совпадают.

**Задача 9.** Атом, движущийся со скоростью  $v_0$ , испускает фотон под углом  $\alpha$  к направлению своего движения. Определите частоту фотона, если известно, что тот же атом в состоянии покоя излучает фотон с частотой  $\nu_0$ .

**Решение.** В качестве физической системы рассмотрим систему "атом–фотон", которую можно считать замкнутой и описать законами сохранения полной энергии и импульса.

Начальное состояние системы выберем непосредственно перед излучением фотона, а конечное – после излучения фотона. Эти состояния разделены промежутком времени  $\tau \sim 10^{-9}$ с, поэтому предположение о замкнутости рассматриваемой системы является обоснованным. В соответствии с законами сохранения полная энергия и полный вектор

импульса рассматриваемой системы сохраняются, т.е.  $W_{нач} = W_{кон}$ ;  $\vec{p}_{нач} = \vec{p}_{кон}$ . Предположим, что скорость движения атома мала по сравнению со скоростью света и можно использовать классические выражения для энергии и импульса. Полная энергия системы в начальном состоянии является суммой кинетической энергии атома  $E_k$  и его внутренней энергии  $E'$  (которая является суммой собственной энергии атома и энергии электрона, находящегося в возбужденном состоянии), т.е.  $W_{нач} = m\vec{v}_0^2 / 2 + E'$ .

Импульс системы в начальном состоянии  $\vec{p}_{нач} = m\vec{v}_0$ , где  $m$  – масса атома. Энергия системы в конечном состоянии  $W_{кон} = \frac{m\vec{v}^2}{2} + h\nu + E_0$ , где  $v$  – скорость атома после излучения фотона,  $h\nu$  – энергия фотона,  $E_0$  – внутренняя энергия атома в конечном состоянии (она равна сумме собственной энергии атома и энергии электрона в невозбужденном состоянии). Импульс системы в конечном состоянии равен сумме импульса атома  $m\vec{v}$  и импульса фотона  $\vec{p}_\phi$ , т.е.  $\vec{p}_{кон} = m\vec{v} + \vec{p}_\phi$ .

Следовательно,

$$\begin{cases} \frac{m\vec{v}_0^2}{2} + E' = \frac{m\vec{v}^2}{2} + h\nu + E_0 \\ m\vec{v}_0 = m\vec{v} + \vec{p}_\phi \end{cases}$$

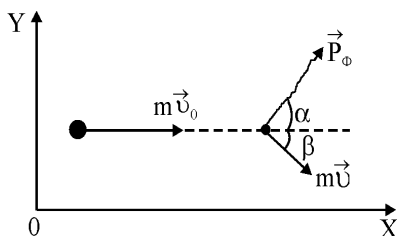


Рис.4.10

Проецируя векторные величины на оси  $OX$  и  $OY$  (рис. 4.10), получим

$$\begin{cases} m\vec{v}_0 = p_\phi \cos \alpha + m\vec{v} \cos \beta \\ 0 = p_\phi \sin \alpha - m\vec{v} \sin \beta \end{cases},$$

Откуда  $(m\upsilon)^2 = (m\upsilon_0)^2 + p_\phi^2 - 2m\upsilon_0 p_\phi \cos \alpha$ . Принимая

во внимание, что  $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$ , а  $E' - E_0 = \Delta E$ , где  $\Delta E$  – изменение внутренней энергии атома в процессе испускания фотона, исходную систему уравнений запишем в виде

$$\begin{cases} \frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + h\nu - \Delta E \\ (m\upsilon)^2 = (m\upsilon_0)^2 + \left(\frac{h\nu}{\tilde{n}}\right)^2 - \frac{2m\upsilon_0 h\nu \cos \alpha}{c} \end{cases}.$$

Исключив  $\upsilon_0$ , получим:  $\Delta E = h\nu \left( \frac{h\nu}{2mc^2} - \frac{\upsilon_0}{c} \cos \alpha + 1 \right)$ .

Для определения  $\Delta E$  применим законы сохранения для излучения фотона покоящимся атомом. В этом случае  $\upsilon_0 = 0$ . Поэтому  $W'_{нач} = E'$ ,

$W'_{кон} = h\nu_0 + \frac{mu^2}{2} + E_0$ , где  $u$  – скорость, которую приобрел

покоившийся атом после излучения фотона частотой  $\nu_0$ .

$\vec{p}'_{нач} = \vec{0}$ ,  $\vec{p}_{кон} = m\vec{u} + \vec{p}'_\phi$ . Следовательно,

$$\begin{cases} E' = h\nu_0 + \frac{mu^2}{2} + E_0 \\ m\vec{u} + \vec{p}'_\phi = \vec{0} \end{cases}$$

Переходя к скалярной форме и принимая во внимание, что  $p_\phi = \frac{h\nu_0}{c}$ ,

а  $E' - E_0 = \Delta E$  получим:

$$h\nu_0 + \frac{mu^2}{2} = \Delta E, \quad mu - \frac{h\nu_0}{c} = 0, \quad \text{откуда } \Delta E = h\nu_0 \left( 1 + \frac{h\nu_0}{2mc^2} \right).$$

Следовательно,  $\nu \left( 1 + \frac{h\nu}{2mc^2} - \frac{\upsilon}{c} \cos \alpha \right) = \nu_0 \left( 1 + \frac{h\nu_0}{2mc^2} \right)$ .

Принимая во внимание, что  $\frac{h\nu}{2mc^2} \ll 1$  и  $\frac{h\nu_0}{2mc^2} \ll 1$  получим

окончательно  $\nu \left( 1 - \frac{\upsilon}{c} \cos \alpha \right) \approx \nu_0$ , откуда  $\nu = \nu_0 \left( 1 - \frac{\upsilon}{c} \cos \alpha \right)^{-1}$ .

Заметим, что если угол  $\alpha$  мал, то  $\cos \alpha \approx 1$ . В этом случае

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)^{-1}. \quad \text{Поэтому изменение частоты фотона}$$

$$\Delta \nu = \nu_0 - \nu = \nu_0 \frac{c}{v}.$$

**Ответ.**  $\Delta \nu = \nu_0 \frac{c}{v}.$

### Задания для самостоятельной работы

#### Вопросы:

1. Перечислите экспериментальные факты, указывающие на сложное строение атома.
2. Охарактеризуйте модель атома, предложенную Томсоном.
3. Назовите основные результаты исследований Э. Резерфорда по рассеянию  $\alpha$  – частиц.
4. Назовите экспериментальные факты, на которых основана модель атома водорода, предложенная Бором.
5. Сформулируйте постулаты Бора.
6. Разъясните механизм излучения и поглощения энергии атома.
7. Выведите формулу для расчета радиуса первой стационарной орбиты электрона в атоме водорода.
8. Выведите формулу для расчета энергии электрона на стационарной орбите в атоме водорода.
9. Опишите энергетический спектр атома водорода.
10. Что представляет собой отдельная серия спектральных линий атома водорода?
11. Охарактеризуйте серию Бальмера.
12. Назовите спектральные серии, которые наблюдаются в спектре атомарного водорода.
13. Запишите формулу, по которой можно вычислить длину волны любой спектральной линии атома водорода.
14. Запишите формулу, по которой можно определить длину волны любой спектральной линии водородоподобного иона.
15. Охарактеризуйте виды спектров излучения и поглощения.
16. Назовите способы возбуждения свечения вещества.
17. Перечислите основные действия при проведении спектрального анализа.

18. Объясните механизм возникновения явления люминесценции.
19. Назовите основные виды люминесценции и охарактеризуйте каждый из них.
20. Сформулируйте правило Стокса и объясните его на основе квантовых представлений.
21. Приведите примеры применения явления люминесценции.
22. Назовите типы радиационных переходов в атомных системах.
23. Назовите особенности вынужденного излучения.
24. Объясните принцип действия рубинового лазера.
25. Приведите примеры применения разных типов лазеров.

### Задачи:

1. После излучения фотона полная энергия электрона в атоме водорода изменилась на  $\Delta E = 2,56$  эВ. Определите длину волны  $\lambda$  соответствующую излученному фотону.

2. Электрон атома водорода, находящегося в основном состоянии, поглотил фотон, которому соответствует длина волны  $\lambda = 122$  нм. Определите главное квантовое число  $n$ , соответствующее номеру орбиты электрона возбужденного атома.

3. Электрон в невозбужденном состоянии атома водорода получил энергию  $E = 12$  эВ. Сколько линий можно будет увидеть в спектре излучения атома водорода при переходе этого электрона на более низкие энергетические уровни?

4. Электрон находится на второй стационарной орбите атома водорода. Определите работу  $A$ , которую нужно совершить для того, чтобы удалить этот электрон за пределы притяжения его ядром атома, если энергия основного состояния атома водорода  $E_1 = -13,55$  эВ.

5. Разрядная трубка заполнена водородом при низком давлении. В результате возбуждения атомы водорода перешли из основного состояния на энергетический уровень с главным квантовым числом  $n = 4$ . Определите максимальное число  $N$  спектральных линий, присутствующих в спектре излучения водорода.

6. Электрон атома водорода, находящегося в основном состоянии, поглотил фотон, которому соответствует длина волны  $\lambda = 122$  нм. Определите главное квантовое число  $n$ , соответствующее номеру орбиты электрона возбужденного атома.

7. При переходе электрона с четвертого на второй энергетический уровень частота фотона, излучаемого атомом водорода,  $\nu = 6,18 \cdot 10^{14}$  Гц. Определите длину волны  $\lambda$ , излучения при переходе электрона с четвертого на первый энергетический уровень.

8. Определите минимальное расстояние при центральном столкновении  $\alpha$ -частицы, модуль начальной скорости которой

$v_0 = 3 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , со свободным ядром золота, находящимся в начальном момент времени в покое.

9. Протон, движущийся со скоростью, модуль которой  $v_0 = 4,6 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , сталкивается с неподвижным свободным невозбужденным атомом гелия. После столкновения протон отскакивает назад со скоростью, модуль которой  $v_1 = 2,3 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , а атом переходит в возбужденное состояние. Определите частоту  $\nu$  излучения, испускаемого атомом гелия при переходе из возбужденного состояния в основное.

10. Электрон, ускоренный из состояния покоя в электростатическом поле, сталкивается с атомом ртути находящимся в основном состоянии. В результате столкновения атом ртути переходит в возбужденное состояние. Определите ускоряющее напряжение  $U$ , если при обратном переходе в основное состояние атом ртути излучает фотон, которому соответствует длина волны  $\lambda = 250 \text{ нм}$ .

11. Атом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое испустил последовательно два фотона, которым соответствуют длины волн  $\lambda_1 = 405,1 \text{ нм}$  и  $\lambda_2 = 97,25 \text{ нм}$ . Определите изменение энергии атома.

12. Электрон в атоме переходит со стационарной орбиты с энергией  $E_1 = -4,2 \text{ эВ}$  на орбиту с энергией  $E_2 = -7,6 \text{ эВ}$ . Определите энергию излучаемого при этом фотона.

13. При переходе электрона из стационарного состояния с энергией  $E_1 = -4,8 \text{ эВ}$  излучается фотон с энергией  $E_{\text{ф}} = 3,1 \text{ эВ}$ . Определите энергию  $E_2$  электрона в конечном состоянии.

14. Атом поглощает фотон с энергией  $E_{\text{ф}} = 4,2 \text{ эВ}$  и переходит из основного в возбужденное состояние. Определите, на сколько энергия возбужденного состояния больше энергии основного состояния.

15. Одна из спектральных линий натрия излучается в результате перехода электрона с одного уровня на другой, при котором энергия атома уменьшается на  $\Delta E = 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . Определите длину волны  $\lambda$  этой линии.

16. Переход электрона в атоме водорода с одного энергетического уровня на другой сопровождается излучением света с частотой  $\nu = 4 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ . Определите изменение энергии атома.

17. Электрон в атоме находится на возбужденном уровне с энергией  $E_n = -4,3 \text{ эВ}$ . Определите минимальную энергию фотона, способного вызвать ионизацию атома.

18. При облучении паров ртути электронами энергия атома ртути увеличивается на  $\Delta E = 4,9$  эВ. Определите длину волны  $\lambda$  излучения при переходе атома в невозбужденное состояние.

19. Электрон в атоме водорода находится в возбужденном состоянии. Определите энергию электрона в этом состоянии, если минимальная энергия, необходимая для ионизации атома  $E_i = 2,4$  эВ.

20. Электрон в невозбужденном состоянии атома водорода получил энергию  $E_n = 12$  эВ. Сколько линий можно будет увидеть в спектре излучения атома водорода при переходе этого электрона на более низкие энергетические уровни. Энергия основного состояния атома водорода  $E_1 = -13,6$  эВ.

21. Частота излучаемой атомом водорода электромагнитной волны при переходе электрона с четвертого на второй энергетический уровень,  $\nu = 6,18 \cdot 10^{14}$  Гц. Определите длину волны  $\lambda$ , излучения атома при переходе электрона с четвертого на первый энергетический уровень.

22. Определите энергию  $E$  фотона, соответствующего второй линии в ультрафиолетовой серии (серии Лаймана) атома водорода.

23. Разрядная трубка заполнена водородом при низком давлении. В результате возбуждения атомы водорода перешли из основного состояния на энергетический уровень с главным квантовым числом  $n = 4$ . Определите число  $N$  спектральных линий, присутствующих в спектре излучения водорода.

24. Атом водорода в основном состоянии поглотил фотон, которому соответствует длина волны  $\lambda = 121,5$  нм. Определите радиус  $r_n$  электронной орбиты возбужденного атома водорода.

25. Определите длину волны  $\lambda$ , соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера.

26. Определите квантовое число  $n$ , соответствующее возбужденному состоянию иона  $\text{He}^+$ , если при переходе в основное состояние этот ион испустил последовательно два фотона с длинами волн  $\lambda_1 = 121,4$  нм и  $\lambda_2 = 30,35$  нм.

27. Определите дополнительную энергию  $\Delta E_k$ , которую сообщили электрону, модуль импульса которого  $p_e = 10 \frac{\text{кэВ}}{c}$ , где  $c$  – скорость света в вакууме, если после этого длина волны де Бройля электрона стала равной  $\lambda_B = 50$  пм.

## ГЛАВА 5. ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

**Ядерная физика** – раздел физики, в котором изучаются структура, свойства и превращения атомных ядер и элементарных частиц.

В ядерной физике часто используется внесистемная единица длины – ферми: 1 ферми =  $10^{-15}$  м. Эта единица является самым характерным расстоянием для всей ядерной физики, поскольку она по порядку величины близка к размерам атомных ядер ( $R_{\text{ядра}} \sim 10^{-14} - 10^{-15}$  м). Размеры  $\sim 10^{-15}$  м имеют протоны, нейтроны и большинство других элементарных частиц (пионы, каоны, гипероны и др.). Это же расстояние определяет радиус действия сил между протонами, нейтронами и большинством других элементарных частиц. Заметим, что радиусы электронов и некоторых других частиц столь малы, что до сих пор не поддаются наблюдению.

### 5.1. Структура ядра. Ядерные силы

Первая модель атомного ядра была разработана в 1932 г. В. Гейзенбергом и Д. Иваненко. Согласно этой модели (ее называют протонно–нейтронной), в состав атомного ядра входят два вида частиц – *протоны* и *нейтроны*. Протон был открыт в 1919 г. Э. Резерфордом (рис. 5.1.), который установил, что при облучении  $\alpha$  – частицами атомов азота возникают новые частицы, которые отличаются от  $\alpha$  – частиц большей проникающей способностью. Исследуя движение этих частиц в магнитном поле, Резерфорду удалось определить их заряд и массу.

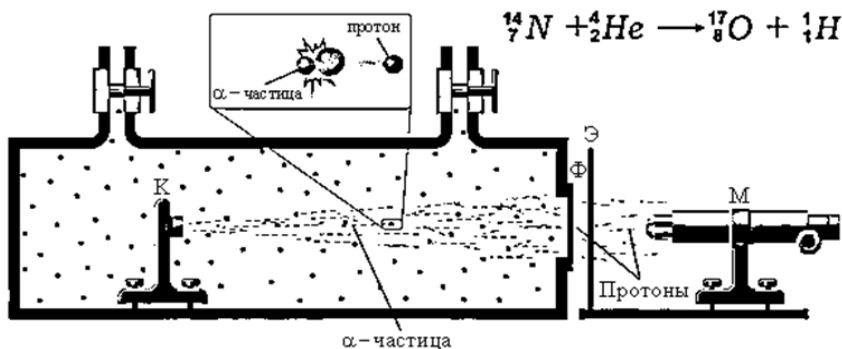
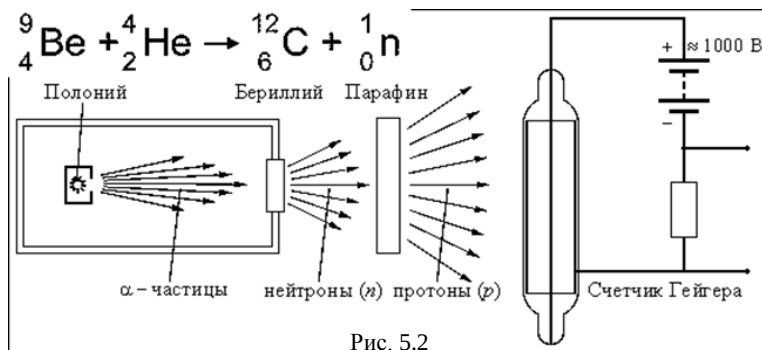


Рис.5.1

Оказалось, что масса протона  $m_p = 1,67210 \cdot 10^{-27}$  кг, а его заряд положительный и равен элементарному заряду, т. е.  $q_p = +1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Протон представляет собой ядро простейшего атома – водорода  $^1_1\text{H}$ .

Следующим шагом в изучении структуры ядра явилось открытие нейтрона Д. Чедвиком в 1932 г. Этому предшествовало открытие того факта, что не все легкие ядра, взаимодействующие с  $\alpha$  – частицами, излучают протоны (рис. 5.2.).



Одним из элементов, облучение которого  $\alpha$  – частицами не приводило к появлению протонов, был бериллий. При бомбардировке бериллия  $\alpha$  – частицами возникало излучение, которое слабо поглощалось веществом (интенсивность уменьшалась на 13% при прохождении через слой свинца толщиной 2 см) и не отклонялось ни в электрическом, ни в магнитном полях. Свойства этого излучения изучали Ирен и Фредерик Жолио–Кюри. Они выяснили, что данное излучение очень интенсивно выбивает протоны из веществ, которые содержат водород (например, из парафина).

Было высказано предположение, что это  $\gamma$  – излучение. Однако после того, как экспериментально была определена энергия протонов и на основе законов сохранения энергии и импульса теоретически рассчитана энергия  $\gamma$ –излучения, выяснилось, что она должна быть в 10–20 раз больше, чем энергия  $\alpha$ –частицы, которая вызывает возникновение этого излучения. Гипотеза об электромагнитной природе излучения, возникающего при взаимодействии  $\alpha$ –частиц с атомами бериллия, не подтвердилась, так как противоречила закону сохранения энергии.

Д. Чедвик первым высказал мысль о том, что новое излучение представляет собой не  $\gamma$  – кванты, а поток тяжелых незаряженных частиц, названных им нейтронами. Если известны энергия и импульс ядер, которые сталкивались с нейтронами, можно определить массу нейтрона. Оказалось, что  $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$  кг, примерно на  $2,5m_e$ , где  $m_e$  – масса электрона, больше массы протона. Электрический заряд нейтрона равен

нулю. Свободный нейтрон является неустойчивой частицей. Он распадается на протон, электрон и электронное антинейтрино. Среднее время жизни свободного нейтрона не превышает 16 мин. Нейтроны, входящие в состав атомных ядер, являются устойчивыми частицами.

В соответствии с современными научными представлениями протон и нейтрон не являются истинно элементарными частицами. Протон состоит из двух  $u$  – кварков с электрическим зарядом  $+\frac{2}{3}e$  и одного  $d$  – кварка с зарядом  $-\frac{1}{3}e$ ; нейтрон состоит из одного  $u$  – кварка с зарядом  $+\frac{2}{3}e$  и двух  $d$ –кварков с зарядами  $-\frac{1}{3}e$  (рис. 5.3). Нейтрон и протон, принимают участие во всех видах фундаментальных взаимодействий.

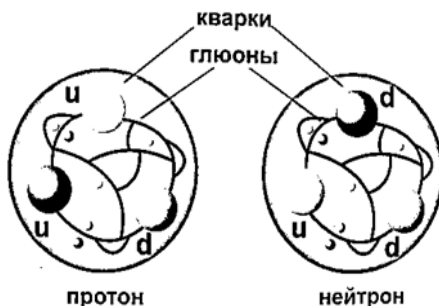


Рис. 5.3

Число протонов в ядре, совпадающее с порядковым номером химического элемента в Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева называют *зарядовым числом*  $Z$ . Общее число нуклонов (протонов и нейтронов) в ядре называют *массовым числом* атомного ядра  $A$ , а само ядро называют нуклидом.

Размеры ядер впервые были определены Резерфордом на основе анализа экспериментальных результатов по рассеянию  $\alpha$ –частиц. Наиболее точно размеры ядер в настоящее время определяют по рассеянию быстрых электронов на ядрах. Многочисленные опыты показали, что невозбужденные ядра имеют почти сферическую форму, причем их радиус зависит от массового числа.

Эта зависимость приближенно может быть описана формулой  $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ , где  $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ м} = 1,2 \text{ фм}$ . Если учесть, что объем шара

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , можно сделать вывод, что объем ядра пропорционален его массовому числу. Поэтому плотность вещества всех ядер примерно одинаковая:  $\rho = \frac{M_{\text{я}}}{V} \approx \frac{Am_0}{V}$ , где  $m_0$  – масса нуклона. Число  $N$  нейтронов, входящих в состав ядра, равно разности между массовым и зарядовым числами:  $N = A - Z$ .

Отметим, что для химических элементов, находящихся в первой половине Периодической системы химических элементов Д. И. Менделеева, число нейтронов в ядре примерно равно числу протонов, поэтому  $\frac{(A - Z)}{Z} \approx 1$ . Для химических элементов, находящихся во второй половине Периодической системы химических элементов, число нейтронов превышает число протонов.

В ядрах одного и того же химического элемента число протонов всегда одинаково, а число нейтронов может быть различным. Ядра, содержащие одинаковое число протонов, но различное число нейтронов, называют *изотопами*.

Обозначают изотоп символом химического элемента  $X$  с указанием слева сверху массового числа  $A$  и слева внизу зарядового числа  $Z$ , ( ${}^A_Z X$ ). Например, ядра естественных изотопов кислорода ( $Z = 8$ ) обозначаются следующим образом:  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{17}_8\text{O}$ ,  ${}^{18}_8\text{O}$ . Атомы изотопов одного химического элемента имеют одинаковое строение электронных оболочек и поэтому обладают одинаковыми химическими свойствами, несмотря на то, что массы их ядер разные. Причем некоторые из изотопов являются стабильными, а некоторые радиоактивными. Различия свойств изотопов обусловлены тем, что их ядра имеют разную массу (разное число нейтронов).

Существование изотопов свидетельствует о том, что заряд атомного ядра обуславливает не все свойства атома, а только его химические свойства и те физические свойства, которые зависят от периферии электронной оболочки атома (например, размеры). Наиболее сильно различаются физические свойства изотопов, массы ядер которых имеют значительные отличия. Примером таких изотопов являются: водород  ${}^1_1\text{H}$ , тяжелый водород  ${}^2_1\text{H}$  (дейтерий) и сверхтяжелый водород  ${}^3_1\text{H}$  (тритий). Дейтерий стабилен и входит в качестве небольшой примеси в обычный водород. При соединении дейтерия с кислородом образуется тяжелая вода.

Ее физические свойства отличаются от свойств обычной воды (в нормальных условиях она закипает при  $101,2^{\circ}\text{C}$ ).

Тритий является  $\beta$  – радиоактивным изотопом с периодом полураспада примерно 12 лет. Большинство химических элементов имеет по несколько изотопов. Например, йод имеет 37 изотопов с массовыми числами от 118 до 144, из которых стабилен только изотоп с массовым числом  $A = 127$ . Олово, имеет 10 стабильных изотопов. С другой стороны, некоторые элементы, например, Be, Na, Al, имеют только один стабильный изотоп.

В настоящее время известно более 1900 изотопов 107 химических элементов. Они разделяются на две группы: естественные и искусственные. К естественным изотопам относятся все стабильные изотопы (их примерно 280) и все естественные изотопы, входящие в состав радиоактивных семейств (их 46). Остальные изотопы получены искусственно в результате различных ядерных реакций.

Несмотря на то, что в состав ядра входят положительно заряженные протоны и нейтроны, заряд которых равен нулю, оно является очень устойчивой системой, что свидетельствует о существовании внутри ядра сил притяжения. Эти силы не могут быть обусловлены гравитационным взаимодействием нуклонов по причине очень малой интенсивности этого взаимодействия (потенциальная энергия парного взаимодействия нуклонов не превышает  $10^{-20}$  эВ).

Взаимодействие нуклонов не может быть электромагнитным, потому что нейтроны не имеют электрического заряда, а между протонами действуют электромагнитные силы отталкивания (потенциальная энергия этого взаимодействия составляет  $\sim 10^5$  эВ). Это означает, что в атомных ядрах мы имеем дело с особым видом взаимодействия, которое называют **сильным**, а соответствующие ему силы – **ядерными**.

Ядерные и электромагнитные силы взаимодействия между нуклонами в атомных ядрах определяют строение и свойства атомных ядер. Ядерные силы являются наиболее важным и распространённым примером сильного взаимодействия.

Силы удерживающие нуклоны в ядре, т. е. ядерные силы, возникают в результате взаимодействия между составными частями (кварки, глюоны), из которых состоят нуклоны. Теория ядерных сил на основе кварковых представлений находится в стадии становления и пока не завершена. Однако, ряд качественных и количественных характеристик ядерных сил в достаточной мере изучен.

Отметим основные **свойства ядерных сил**:

1. Ядерные силы на 2–3 порядка интенсивнее электромагнитных сил.

2. Ядерные силы являются короткодействующими. Радиус действия ядерных сил примерно равен размеру ядра атома ( $r \approx 2,2$  фм).

3. Если расстояние между нуклонами превышает  $r > 2,2$  фм, ядерные силы являются силами притяжения; на расстояниях  $r < 2,2$  фм они являются силами отталкивания (рис. 5.4.).



Рис.5.4

4. Ядерные силы являются зарядово независимыми (два нейтрона взаимодействуют с такой же силой, как и два протона или протон и нейтрон).

5. Для ядерных сил характерно насыщение, т. е. данный нуклон, взаимодействует не со всеми нуклонами ядра, а лишь со своими ближайшими соседями.

6. Ядерные силы нецентральные, они направлены под некоторым углом к прямой соединяющей взаимодействующие частицы (силы такого типа называют тензорными).

Короткодействие ядерных сил удалось объяснить на основе гипотезы об обменном характере этих сил (Д. Иваненко, И. Тамм, 1934, Х. Юкава, 1935). Согласно этой гипотезе, действующие между двумя нуклонами силы возникают в результате обмена между ними некоторой третьей промежуточной частицей. Эту частицу назвали  $\pi$ -мезоном.

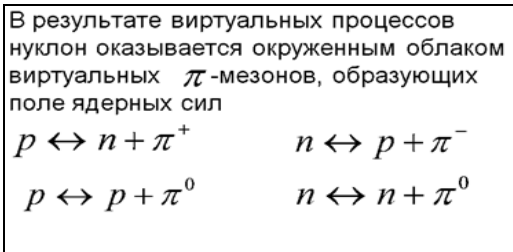


Рис.5.5

Экспериментально существование  $\pi$ -мезона было установлено в 1947 г. Возможны три зарядовых состояния этой частицы: нейтральный  $\pi^0$ -мезон, положительно заряженный  $\pi^+$ -мезон, отрицательно заряженный  $\pi^-$ -мезон, заряды которых, численно равны элементарному. Процессы, происходящие как при естественном, так и при искусственном радиоактивном распаде подчиняются одним и тем же физическим законам. Это законы сохранения: энергии, импульса, момента импульса и электрического заряда. Кроме того, при радиоактивном распаде выполняется **закон сохранения количества нуклонов, согласно которому, число нуклонов при любом радиоактивном распаде сохраняется, причем нуклоны одного вида могут превращаться в нуклоны другого вида** (нейтроны в протоны и наоборот).

Так, например, возникновение ядерных сил при взаимодействиях "нейтрон – нейтрон" или "протон – протон" обусловлено обменом нейтральными  $\pi^0$ - мезонами, которые переносят импульс от одного нуклона к другому, что ведёт к возникновению сил притяжения между ними. Возникновение ядерных сил между нейтронами и протонами обусловлено обменом заряженными  $\pi^+$  или  $\pi^-$  – мезонами. В первом случае протон испускает  $\pi^+$  –мезон, поглощаемый нейтроном (при этом протон превращается в нейтрон, а нейтрон в протон). Во втором случае нейтрон испускает  $\pi^-$ -мезон, поглощаемый протоном (при этом нейтрон превращается в протон, а протон в нейтрон) (рис. 5.5.).

## 5.2. Энергия связи. Ядерные реакции

Точные измерения масс ядер показали, что сумма масс свободных нуклонов, всегда на несколько десятых процента больше массы ядра, состоящего из этих нуклонов. Разность между суммой масс свободных нуклонов и массой ядра, образованного из этих нуклонов, называют *дефектом массы*:  $\Delta M = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}(A, Z)$ , где  $m_p$  и  $m_n$  – массы свободного протона и нейтрона соответственно;  $M_{\text{я}}(A, Z)$  – масса ядра, массовое число которого равно  $A$ , а зарядовое –  $Z$ . Значение дефекта массы для конкретного ядра является мерой связи протонов и нейтронов в нем. Это обусловлено тем, что всякому изменению массы соответствует определенное изменение энергии. Из формулы Эйнштейна  $E = Mc^2$  следует, что изменению массы на величину  $\Delta M$  должно соответствовать изменение энергии  $\Delta E = \Delta Mc^2$ . Это означает, что при образовании ядра выделяется определенное количество энергии  $\Delta E$ . Она представляет собой энергию  $\gamma$  – квантов, излучаемых нуклонами, при их ускоренном движении

под воздействием ядерных сил в момент образования ядра. В соответствии с законом сохранения энергии, чтобы разделить ядро на отдельные нуклоны (развести их на расстояние, большее радиуса действия ядерных сил), необходимо затратить энергию, равную энергии выделившейся при образовании ядра и называемую *энергией связи*.

**Энергия связи** равна разности между энергией совокупности нуклонов в свободном состоянии и энергией рассматриваемой связанной системы, которой является ядро атома, состоящее из тех же нуклонов. Для устойчивых систем энергия связи характеризует прочность системы: чем больше энергия связи, тем прочнее система.

Поэтому *полная энергия ядра* состоит из собственных энергий нуклонов, входящих в состав этого ядра, и энергии связи, причем энергия связи вносит отрицательный вклад в полную энергию. Чем больше силы притяжения, действующие между нуклонами, тем больше энергия связи и тем меньше полная энергия ядра.

В соответствии с принципом минимума энергии переход ядра в более устойчивое состояние сопровождается уменьшением полной энергии, т. е. увеличением энергии связи в результате выделения энергии при таком переходе. Следовательно, чем больше энергия связи ядра, тем более устойчивым оно является. Если принять во внимание, что энергия связи  $E_c = \Delta E$ , то ее можно определить по формуле  $E_c = \Delta Mc^2$ . Именно этой энергией обладают  $\gamma$  – кванты, излучаемые в момент образования ядра.

Если в формулу для энергии связи подставить значение  $\Delta M$ , получим  $E_c = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_y(A, Z)]c^2$ . Заметим, что в справочных таблицах приводятся не значения масс ядер  $M_y(A, Z)$ , а значения масс соответствующих атомов  $M(A, Z)$ . Если не учитывать энергию связи электронов атома, то  $M(A, Z) = M_y(A, Z) + Zm_e$  ( $m_e$  – масса электрона).

Поэтому формулу для расчета энергии связи можно записать в следующем виде:  $E_c = (ZM({}_1^1\text{H}) + (A - Z)m_n + M(A, Z))c^2$ , где  $M({}_1^1\text{H})$  — масса атома водорода.

В ядерной физике массу измеряют в атомных единицах массы ( $1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ ), а энергию в мегаэлектронвольтах ( $1 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$ ). Поскольку  $1 \text{ а.е.м.}$  эквивалентна энергии  $E = 931,5 \text{ МэВ}$ , то соответствующая ей энергия связи  $E_c = 931,5 \text{ МэВ}$ .

Теоретические расчеты и многочисленные экспериментальные факты свидетельствуют о том, что энергия связи в первую очередь зависит от числа нуклонов в ядре (причем  $E_c \sim A$ ) и в меньшей степени от отношения числа протонов к числу нейтронов в этом ядре.

Поэтому, чтобы освободить из ядра один нуклон, требуется примерно одинаковая энергия, независимо от того, какое это ядро. Более точную информацию об устойчивости ядра относительно вылета из него одного нуклона можно получить, если известна удельная энергия связи.

**Удельной энергией связи** называют энергию связи, которая приходится на один нуклон ядра:  $E_{уд} = \frac{E_c}{A}$ . Чем больше удельная энергия

связи ядра, тем сильнее связаны между собой нуклоны в нем, а значит, такое ядро более устойчивое. Для легких ядер ( $A \leq 12$ ) удельная энергия связи возрастает до  $6 - 7 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$ , претерпевая ряд скачков. Затем удельная

энергия связи медленно возрастает до максимального значения  $8,7 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$

у элементов с массовым числом  $A \sim 50-60$ . Наличие максимума свидетельствует о том, что ядра этих элементов наиболее устойчивы. При дальнейшем возрастании  $A$  удельная энергия связи постепенно уменьшается до  $7,6 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$ . В тяжелых ядрах, где число нейтронов

значительно больше числа протонов, ядерное взаимодействие между нуклонами ослабевает вследствие усиления кулоновского отталкивания протонов, которое является дальнodelствующим. Например, в ядре  ${}^{235}_{92}\text{U}$  оно слабее, чем в ядре  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ .

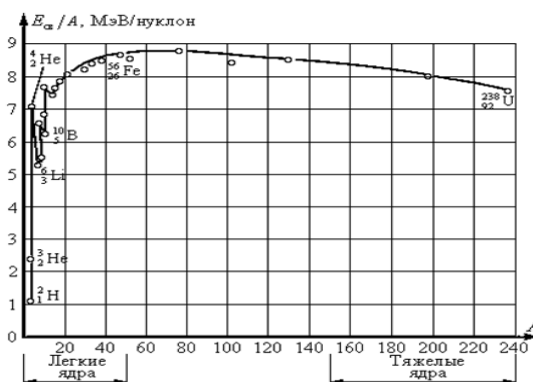


Рис.5.6

Ядра, перегруженные нейтронами, неустойчивы и самопроизвольно распадаются. Это означает, что процессы деления тяжелых ядер и синтеза легких являются энергетически выгодными, потому что сопровождаются

возрастанием энергии связи, т. е. выделением энергии. График зависимости удельной энергии связи от массового числа приведен на рис. 5.6.

**Ядерные реакции.** *Ядерными реакциями* называют взаимодействия ядер между собой или с элементарными частицами, в результате которых происходит превращение одного химического элемента в другой.

Ядерные реакции происходят, если частицы приближаются к ядру на расстояние  $r \sim 1$  фм и попадают в сферу действия ядерных сил. Символическая запись уравнения ядерной реакции, в которой при бомбардировке частицей ядра  $X$  возникает ядро  $Y$  и образуется частица  $b$ , имеет вид:  $X + a \rightarrow Y + b$ .

При ядерных реакциях выполняются: закон сохранения электрического заряда, закон сохранения числа нуклонов, законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.

В соответствии с законом сохранения электрического заряда ***алгебраическая сумма зарядов частицы и ядра, вступающих в реакцию, равна алгебраической сумме зарядов продуктов реакции.***

Согласно закону сохранения числа нуклонов, ***число нуклонов исходных и конечных ядер и частиц, участвующих в реакции, должно быть одинаковым.***

Законы сохранения энергии и импульса дают возможность составить *уравнение энергетического баланса реакции*. В него входят кинетические энергии частиц, участвующих в реакции и собственные энергии частиц и ядер.

**Энергетическим выходом** ядерной реакции называют разность собственных энергий ядер и частиц до реакции и после нее:  $Q = (M_1 + m_1)c^2 - (M_2 + m_2)c^2$ .

Если  $Q > 0$ , реакция является *экзотермической* (происходит с выделением энергии). Если  $Q < 0$ , реакция является *эндотермической* (происходит с поглощением энергии). В этом случае реакция становится энергетически возможной, если кинетическая энергия сталкивающихся частиц больше некоторого минимального значения, называемого порогом реакции. Пороговая энергия *эндотермической* реакции равна сумме энергии, поглощаемой во время реакции и кинетической энергии промежуточного ядра, которое образуется после поглощения ядром-мишенью налетающих частиц. Если перед столкновением ядро-мишень покоится, то пороговая энергия определяется по формуле:

$E_{\text{пор}} = |Q| \left( 1 + \frac{m}{M} \right)$ , где  $m$  – масса налетающей частицы,  $M$  – масса ядра-

мишени. Классификация ядерных реакций приведена в табл. 5.1

Таблица 5.1

| Виды ядерных реакций                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Пример реакции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Упругое рассеяние:</i> исходная частица сталкивается с ядром, проникает в него, а потом вылетает из ядра в другом направлении, но без потерь энергии.                                                                                                                                                             | ${}_{Z_1}^{A_1}X + a \rightarrow ({}_{Z_2}^{A_2}Y)^* \rightarrow {}_{Z_1}^{A_1}X + a$ ${}_1^1p + {}_3^7Li \rightarrow {}_1^1p + {}_3^7Li$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <i>Прямые ядерные реакции:</i> исходная частица, сталкивается с одним (несколькими) нуклоном ядра, но не взаимодействует с остальными нуклонами, а потом вылетает из ядра, передав нуклону часть энергии.                                                                                                            | ${}_{Z_1}^{A_1}X + a \rightarrow ({}_{Z_1}^{A_1}X)^* + a$ ${}_1^1p + {}_3^7Li \rightarrow {}_1^1p + ({}_3^7Li)^*$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <i>Реакции с образованием составного ядра:</i> энергия исходной частицы $a$ распределяется между всеми нуклонами ядра $X$ , образуется составное ядро в возбужденном состоянии, которое потом распадается на конечное ядро $C$ и частицу $b$ . Этот вид ядерных реакций является основным при малых энергиях частиц. | ${}_{Z_1}^{A_1}X + a \rightarrow ({}_{Z_2}^{A_2}Y)^* \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}C + b$ <p>1. Открытие протона</p> ${}_{7}^{14}N + {}_{2}^{4}He \rightarrow ({}_{9}^{18}F)^* \rightarrow {}_{8}^{17}O + {}_{1}^{1}H$ <p>2. Открытие нейтрона</p> ${}_{4}^{9}Be + {}_{2}^{4}He \rightarrow ({}_{6}^{13}C)^* \rightarrow {}_{6}^{12}C + {}_{0}^{1}n$ <p>3. Открытие искусственной радиоактивности</p> ${}_{13}^{27}Al + {}_{2}^{4}He \rightarrow ({}_{15}^{31}P)^* \rightarrow {}_{15}^{30}P + {}_{0}^{1}n$ <p>4. Регистрация нейтронов</p> ${}_{3}^{6}Li + {}_{0}^{1}n \rightarrow ({}_{3}^{7}Li)^* \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{1}^{3}H$ |
| Фотоядерные реакции                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ${}_Z^AX + \gamma \rightarrow ({}_Z^AX)^* \rightarrow {}_Z^AX + e^- + e^+$ ${}_{4}^{9}Be + h\nu \rightarrow {}_{4}^{8}Be + {}_{0}^{1}n$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

### 5.3. Радиоактивность

**Естественная радиоактивность** (от лат. *radio* – излучаю и *activus* – деятельный) – самопроизвольное превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента, сопровождаемое испусканием элементарных частиц, ядер либо коротковолновым электромагнитным излучением.

Не существует стабильных, то есть не подверженных самопроизвольному радиоактивному распаду, ядер при  $Z = 0, 43, 61$  и  $Z > 84$  (ядром с  $Z = 0, A = 1$  является нейтрон), отдельные радиоактивные изотопы имеют элементы с  $Z \leq 84; A = 5, 8$  и  $A > 210$ .

Ядро, которое распадается, называют **материнским**, а ядро продукт распада – **дочерним**. Процесс распада представляет собой цепочку радиоактивных превращений, в результате которых образуется стабильный изотоп. Последовательность элементов, которые испытывают цепь таких превращений, называют **радиоактивным семейством**.

Радионуклиды тория – 232, урана – 235 и урана – 238, содержащиеся в земных породах в достаточно большом количестве являются родоначальниками трех радиоактивных рядов (семейств), в результате радиоактивного распада которых образуются стабильные изотопы свинца. Родоначальник четвертого ряда – нептуний – 237 за время существования Земли распался. Конечным продуктом распада этого ряда является ядро изотопа висмута – 209.

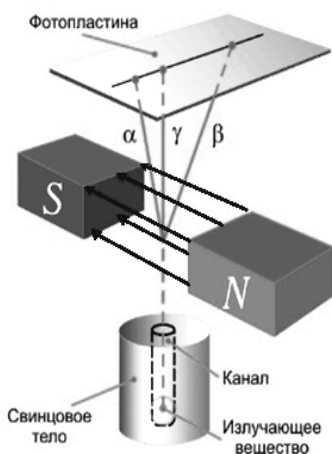


Рис.5.7

1. Семейство урана –238( $A=4n+2$ )  ${}_{92}^{238}\text{U} \xrightarrow{8\alpha+6\beta^-} {}_{82}^{206}\text{Pb}$
2. Семейство тория –232 ( $A=4n$ )  ${}_{90}^{232}\text{Th} \xrightarrow{6\alpha+4\beta^-} {}_{82}^{208}\text{Pb}$
3. Семейство урана –235 ( $A=4n+3$ )  ${}_{92}^{235}\text{U} \xrightarrow{7\alpha+4\beta^-} {}_{82}^{207}\text{Pb}$
4. Семейство нептуния – 237 ( $A=4n+1$ )  ${}_{93}^{237}\text{Np} \xrightarrow{7\alpha+4\beta^-} {}_{83}^{209}\text{Bi}$

Радиоактивный распад может происходить, если данное превращение энергетически выгодно, другими словами, если разность между массой исходного ядра и суммарной массой продуктов распада положительна.

Искусственная радиоактивность – превращение стабильных ядер одних химических элементов в радиоактивные ядра других химических элементов при их облучении элементарными частицами или легкими ядрами, обусловленное захватом стабильным ядром этих частиц или легких ядер.

Существует три вида радиоактивного распада  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  (рис. 5.7).

**Альфа – распад** ( $\alpha$  – распад) – радиоактивный распад атомного ядра, сопровождающийся вылетом из ядра  $\alpha$  – частиц (ядер  ${}^4_2\text{He}$ ), обладающих высокой ионизирующей и малой проникающей способностью. Известно более 300  $\alpha$  – радиоактивных ядер.

**Бета – распад** ( $\beta$ –распад) – радиоактивный распад атомного ядра, сопровождающийся испусканием  $\beta$  – **частиц**: электрона и электронного антинейтрино, (электронный  $\beta^-$ – распад,  $K$ – захват); позитрона и электронного нейтрино (позитронный  $\beta^+$ – распад). Согласно современным представлениям,  $\beta$  – распад обусловлен превращениями кварков: при  $\beta^-$ – распаде один из  $d$  – кварков нейтрона превращается в  $u$  – кварк, при  $\beta^+$ – распаде происходит обратное превращение.  $\beta$  – **частицы** обладают большей проникающей способностью, но их ионизирующая способность значительно меньше, чем у  $\alpha$  – частиц.

**Гамма – излучение** ( $\gamma$ –излучение) – коротковолновое электромагнитное излучение с длиной волны  $\lambda \leq 2 \cdot 10^{-10}$  м. Волновые свойства  $\gamma$  – излучения проявляются слабо, вследствие этого его представляют в виде потока фотонов с энергией  $E = h\nu$  и импульсом, модуль которого  $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ , каждый. Гамма–излучение обладает сравнительно невысокой ионизирующей способностью и высокой проникающей способностью. Подчеркнем, что  $\gamma$  – излучение не является

самостоятельным видом распада, а только сопровождает  $\alpha$  – и  $\beta$  – распады. Процессы, происходящие как при естественном, так и при искусственном радиоактивном распаде подчиняются одним и тем же физическим законам. Это законы сохранения: энергии, импульса, момента импульса и электрического заряда.

Таблица 5.2

| Правила смещения                                                                                                                     |                                                                          |                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Радиоактивный распад                                                                                                                 | Правила                                                                  | Пример                                                                                                                                              |
| <b>Альфа–распад:</b> $X$ – материнское ядро; $Y$ – дочернее ядро.                                                                    |                                                                          |                                                                                                                                                     |
| Дочернее ядро $Y$ принадлежит элементу, занимающему место на две клетки ближе к началу Периодической системы химических элементов.   | ${}^A_ZX \xrightarrow{\alpha} {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\text{He}$         | ${}^{235}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{231}_{88}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$                                                               |
| <b>Бета – распад:</b> $X$ – материнское ядро; $Y$ – дочернее ядро.                                                                   |                                                                          |                                                                                                                                                     |
| Дочернее ядро $Y$ принадлежит элементу, который расположен на одну клетку ближе к концу Периодической системы химических элементов.  | ${}^A_ZX \xrightarrow{\beta^-} {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e + \tilde{\nu}_e$ | ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e + \tilde{\nu}_e$<br>${}^{40}_{19}\text{K} \rightarrow {}^{40}_{20}\text{Ca} + {}^0_{-1}e + \tilde{\nu}_e$ |
| Дочернее ядро $Y$ принадлежит элементу, который расположен на одну клетку ближе к началу Периодической системы химических элементов. | ${}^A_ZX \xrightarrow{\beta^+} {}^A_{Z-1}Y + {}^0_{+1}e + \nu_e$         | ${}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^0_{+1}e + \nu_e$<br>${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + {}^0_{+1}e + \nu_e$                        |
| <b>Гамма – излучение</b><br>возникает при переходах одного и того же ядра $X$ из возбужденного состояния в основное.                 | $({}^A_ZY)^* \xrightarrow{\gamma} {}^A_ZY + \gamma$                      | $({}^{12}_6\text{C})^* \xrightarrow{\gamma} {}^{12}_6\text{C} + \gamma$                                                                             |

Кроме того, при радиоактивном распаде выполняется **закон сохранения количества нуклонов, согласно которому, число нуклонов при любом радиоактивном распаде сохраняется, причем нуклоны одного вида могут превращаться в нуклоны другого вида** (нейтроны в протоны и наоборот). Радиоактивные превращения ядер подчиняются так называемым правилам смещения. Для  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадов они были впервые сформулированы в 1913 г. польским ученым К. Фаянсом и английским ученым Ф. Содди (табл. 5.2).

**5.3.1. Закон радиоактивного распада.** Закон открыт в начале XX века Эрнестом Резерфордом. Закон гласит: для каждого радиоактивного вещества существует определенный промежуток времени, на протяжении которого активность (число радиоактивных распадов в единицу времени) убывает в два раза. Чтобы записать этот закон в математической форме, будем исходить из того, что для каждого радиоактивного ядра существует вероятность того, что с ним произойдет радиоактивный распад в единицу времени. Поэтому если радиоактивный образец содержит  $N$  атомов, то количество атомов  $dN$ , распадающихся за промежуток времени  $dt$ , прямо пропорционально количеству атомов  $dN = -\lambda N dt$ .

Коэффициент пропорциональности  $\lambda$  называют *постоянной распада*. Она равна вероятности распада атома радиоактивного вещества в единицу времени. В СИ постоянная  $\lambda$  измеряется в  $\text{с}^{-1}$  и определяет скорость радиоактивного распада. Величину  $\tau = \frac{1}{\lambda}$  называют *средней*

*продолжительностью жизни* (среднее время жизни) радиоактивного ядра. Отметим, что значения  $\lambda$  и  $\tau$  не зависят от внешних условий и определяются только свойствами атомных ядер. Если в момент времени  $t_0 = 0$  количество радиоактивных ядер равно  $N_0$ , а в момент времени  $t$  составляет  $N$ , то  $\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^t \lambda dt$ , откуда  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ . Последняя формула

является аналитическим выражением закона радиоактивного распада. Она дает возможность определить число атомов, не распавшихся к моменту времени  $t$ . Количество атомов  $N'$ , распавшихся за промежуток времени  $t$ ,

$$N' = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

В соответствии с определением периода полураспада, при  $t = T_{1/2}$ ,

$$N = \frac{1}{2} N_0.$$

Следовательно, в этот момент времени  $\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$ , откуда  $e^{\lambda t} = 2$ ,

тогда  $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$ . Если подставить значение  $T_{1/2}$  в формулу для определения числа нераспавшихся атомов, получим

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = N_0 e^{-\frac{0,693}{T} t}.$$

График зависимости  $N = N(t)$  приведен на рис. 5.8. Из графика видно, что количество радиоактивных ядер  $N(t)$  уменьшается с течением времени по экспоненциальному закону.

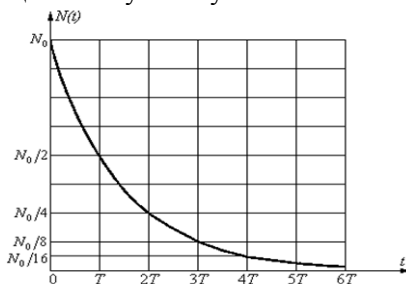


Рис 5.8

Естественный радиоактивный распад атомных ядер происходит самопроизвольно, без всякого воздействия извне. В нем одновременно участвует большое количество ядер, поэтому радиоактивный распад является статистическим (вероятностным) процессом. Для отдельно взятого ядра можно определить только вероятность распада в течение данного промежутка времени

**Активность радиоактивного препарата** – это физическая величина, равная числу распадов, происходящих в препарате за единицу времени. Если за промежуток времени  $\Delta t$  распадется  $\Delta N$  ядер, то активность радиоактивного препарата  $A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ . Из закона радиоактивного распада

следует, что **активность** радиоактивного препарата:  $A = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$ , где  $A_0 = \lambda N_0$  – активность препарата в момент начала отсчета времени. В СИ единицей активности является беккерель. 1 Бк это активность радиоактивного препарата, в котором происходит распад одного ядра за 1 с. Для измерения активности также используется внесистемная единица кюри. 1 Ки =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк.

**5.3.2. Детекторы ионизирующих излучений.** Современные методы регистрации и исследования ядерных излучений основаны на ионизирующем действии этих излучений и на отклонении заряженных частиц, входящих в состав этих излучений, в магнитном поле. Приборы, предназначенные для регистрации ионизирующих излучений называют *детекторами*.

Используя детекторы можно определить: состав ядерных излучений, их интенсивность и энергию частиц; исследовать процессы взаимодействия быстрых частиц между собой и с атомными ядрами; изучать процессы распада нестабильных частиц и др. Принцип действия детекторов ядерных излучений основан на явлениях ионизации и возбуждения атомов или на химических превращениях молекул вещества (твёрдого, жидкого, газообразного), которым заполнен рабочий объем прибора, при прохождении через него ядерных излучений.

Детекторы ядерных излучений можно разделить на две большие группы. К первой группе относятся *дискретные детекторы*, регистрирующие частицы и дающие возможность подсчитать их число, а в некоторых случаях и определить энергию этих частиц (счетчик Гейгера, ионизационная камера и др.). Во вторую группу входят *трековые детекторы*, дающие возможность наблюдать и фотографировать следы (треки) частиц в рабочем объеме детектора (камера Вильсона, пузырьковая камера, толстослойные фотоэмульсии и др.). Идентификацию частиц, входящих в состав ядерных излучений, можно осуществить, зная модуль и знак заряда частицы, ее массу, энергию и импульс.

**Сцинтилляционный детектор** (от лат. scintillatio – мерцание) — импульсный электронный детектор частиц, действие которого основано на регистрации световых вспышек в видимой или ультрафиолетовой области, возникающих при прохождении заряженных частиц через сцинтилляторы. Атомы или молекулы сцинтиллятора за счёт энергии ионизирующего излучения переходят в возбуждённое состояние; последующий переход из возбуждённого в нормальное состояние сопровождается испусканием света.

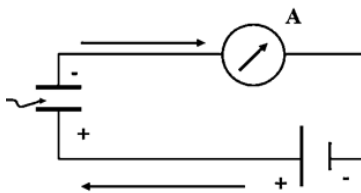


Рис.5.9

Наиболее широко распространены дискретные **газоразрядные электронные детекторы**, работающие на разных участках вольтамперной характеристики газового разряда. Если используют участок характеристики, соответствующий току насыщения, то детектор называют *ионизационной камерой*. Ионизационная камера представляет собой конденсатор, между обкладками которого находится газ (рис. 5.9). При появлении в рабочем объеме камеры заряженной частицы происходит ионизация газа, и в электрической цепи возникает импульс тока. Это дает возможность зарегистрировать наличие частицы.

Газоразрядный детектор, работающий в режиме несамостоятельного лавинного разряда, называют *пропорциональным счетчиком*. В таких детекторах импульс тока значительно усиливается (в  $10^3$ – $10^4$  раз) благодаря ударной ионизации, но остается пропорциональным количеству пар ионов, созданных заряженной частицей. Поэтому по величине импульса тока можно судить об энергии частицы. Счетчик, работающий в области самостоятельного лавинного разряда, называют *счетчиком Гейгера*. Он представляет собой тонкостенный металлический цилиндр, заполненный инертным газом при малом давлении. Вдоль оси цилиндра натянута тонкая металлическая нить *A*, положительный потенциал которой относительно стенок *K* цилиндра  $U \approx 1,0$  кВ.

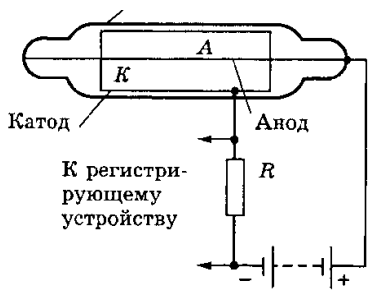


Рис.5.10

При попадании внутрь цилиндра частицы в счетчике появляются ионы и электроны, которые ускоряются электрическим полем между нитью и цилиндром и вызывают ударную ионизацию атомов инертного газа. В результате в рабочем объеме счетчика возникает самостоятельный разряд, причем сила тока в цепи не зависит от количества пар ионов, созданных частицей, попавшей в рабочий объем счетчика. Чтобы с помощью счетчика Гейгера регистрировать каждую частицу, нужно гасить лавинный самостоятельный разряд, возникающий от каждой частицы. Погасить разряд можно или путем введения в рабочий объем

счетчика многоатомных молекул, или с помощью ограничивающего резистора  $R$  в цепи электрического питания счетчика (как это показано на рис. 5.10), который включается последовательно с нитью счетчика. Разряд, возникший в счетчике, вызывает на этом резисторе падение напряжения, достаточное для прекращения самостоятельного разряда. Поэтому каждый импульс тока, возникающий и усиливающийся в счетчике до необходимой величины, соответствует попаданию в него одной частицы. Счетчики позволяют регистрировать до нескольких тысяч частиц в секунду и используются для всех видов ионизирующих излучений. В зависимости от вида частиц счетчики имеют некоторые конструктивные особенности. Например, в случае  $\alpha$  – частиц, которые не могут проникнуть внутрь счетчика через толстые стенки, используются так называемые *торцовые счетчики*. В них нить заменена иглой, а в передней стенке, повернутой к потоку частиц, сделано окошко, закрытое фольгой, через которую проходят  $\alpha$  – частицы. Для регистрации нейтронов используют *борные счетчики*. Их конструкция отличается тем, что на стенках или в рабочем объеме присутствуют соединения бора. Если нейтрон попадает в такой счетчик, происходит ядерная реакция:  ${}^{10}_5\text{B} + {}^1_0\text{n} \rightarrow ({}^{11}_5\text{B})^* \rightarrow {}^7_3\text{Li} + {}^4_2\text{He}$ . Альфа – частицы, возникающие при распаде ядра  $({}^{11}_5\text{B})^*$ , вызывают ионизацию атомов вещества в рабочем объеме, поэтому их можно зарегистрировать.

**Камера Вильсона** – трековый детектор частиц. Создан Ч. Вильсоном в 1912 г. Камера заполнена смесью аргона с насыщенными парами воды. Частица, попадая в камеру, ионизирует атомы газа, на которых конденсируется пар, создавая капельный след – трек (рис. 5.11).

**Пузырьковая камера** – трековый детектор для регистрации ионизирующих излучений. Камера заполнена быстро закипающей жидкостью (сжиженный пропан). Ионизирующая частица, попадая в камеру, образует цепочку из ионов вдоль своего пути (рис. 5.11). Ионы служат центрами парообразования, вызывая резкое вскипание жидкости в узком канале, фиксирующем траекторию частицы.

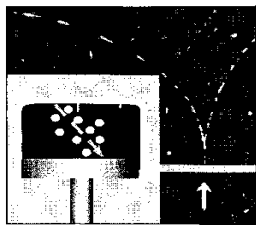


Рис. 5.11

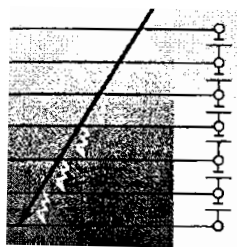


Рис. 5.12

**Искровая камера** сочетает в себе свойства трековых и дискретных детекторов. Она представляет собой набор большого числа отдельных счетчиков (рис. 5.12.). Счетчики регистрируют пролет отдельной частицы, а также ее энергию. В то же время срабатывание тех или иных счетчиков позволяет восстановить траекторию частицы, т. е. получить трек.

**Толстослойная фотоэмульсия** – трековый детектор для фотографирования следов заряженных частиц в специальных фотоэмульсиях толщиной 0,5 – 1 мм, содержащих до 80% бромистого серебра. Быстрые заряженные частицы вызывают распад молекул бромистого серебра на ионы  $\text{Ag}^+$  и  $\text{Br}^-$ , в результате которого происходит почернение зерен фотоэмульсии вдоль траектории движения. По числу почерневших зерен фотоэмульсии на 1 см пути частицы можно определить ее скорость, а по длине пробега – энергию.

## 5.4. Цепная реакция

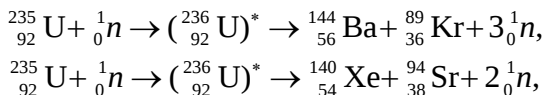
**Цепные реакции** – это ядерные реакции, в которых частицы, вызывающие их, образуются и как продукты этих реакций.

Пока известна единственная цепная реакция – реакция деления урана и некоторых трансурановых элементов (напр.,  $^{239}\text{Pu}$ ) под действием нейтронов. Впервые она была осуществлена Э. Ферми (E. Fermi) в 1942 году. При облучении ядер урана нейтронами происходит их деление на два ядра – осколка, среди которых имеются радиоактивные изотопы всех элементов: от изотопа селена  $^{74}_{34}\text{Se}$  до изотопа гольмия  $^{162}_{67}\text{Ho}$ . Для урана и плутония характерно асимметричное (по массе осколков) деление, которое обычно имеет 2 максимума при  $A = 95$  и  $A = 140$ .

Осколки, образующиеся при делении ядер урана, через промежуток времени  $\sim 10^{-13}$  с после деления ядра ( $^{236}_{92}\text{U}$ )\*, испускают нейтроны. После испускания нейтронов и  $\gamma$  – квантов из ядра–осколка вылетает несколько электронов, и оно превращается в стабильное ядро.

Так, например, ядро изотопа ксенона  $^{140}_{54}\text{Xe}$  в результате шести  $\beta^-$  – распадов превращается в стабильное ядро изотопа церия  $^{140}_{58}\text{Ce}$ , а ядро стронция  $^{94}_{38}\text{Sr}$  после двух  $\beta^-$  – распадов – в стабильное ядро циркония  $^{94}_{40}\text{Zr}$ . В некоторых случаях (они составляют примерно 0,7% общего количества делений) возбужденные ядра–осколки, образующиеся при  $\beta^-$  – распадах, излучают нейтроны (их называют запаздывающими).

Типичными реакциями деления являются следующие ядерные реакции:



Масса ядра  ${}^{235}_{92}\text{U}$  значительно больше суммы масс продуктов деления. Поэтому реакция деления ядра урана сопровождается выделением значительной энергии, состоящей из кинетических энергий ядер–осколков (причем легкий осколок имеет большую энергию, чем тяжелый) и кинетических энергий электронов,  $\gamma$ -квантов, нейтронов и нейтрино, которые испускаются ядрами–осколками. Основную часть этой энергии составляет кинетическая энергия осколков, так как осколки, возникающие при делении исходного ядра, должны разлететься под действием электростатических сил отталкивания. Энергия электростатического взаимодействия осколков в момент распада ядра равна кинетической энергии ядер–осколков:  $k \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \approx \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = E_0$ .

Если принять  $Z_1 = Z_2 = 46$ ,  $A_1 = A_2 = 119$  и  $r = R_1 + R_2$ , где  $R_1$  и  $R_2$  радиусы ядер–осколков:  $R_1 = R_2 = r_0 A^{\frac{1}{3}} = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ А}^{\frac{1}{3}} \text{ (м)}$ , получим значение  $E_0 \approx 200 \text{ МэВ}$ . Этот же результат можно получить, если сравнить энергию связи исходного ядра с энергией связи ядер–осколков.

Из графика зависимости удельной энергии связи от массового числа (см. рис. 5.6) видно, что для урана она составляет  $7,6 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$ . Для ядер–осколков с примерно вдвое меньшей массой удельная энергия связи равна  $\sim 8,5 \text{ МэВ/нуклон}$ . Поэтому разность удельных энергий связи для ядер–осколков и ядра урана составляет  $\sim 0,9 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$ . Если учесть, что

в каждом акте деления участвует 236 нуклонов, то при делении ядра урана должна выделяться энергия  $E_0 = 0,9 \cdot 236 \approx 208 \text{ МэВ}$ . Такой же результат дает и расчет по формуле для энергетического выхода ядерной реакции. Кроме ядер  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , делятся и другие тяжелые ядра. Причем некоторые из них могут делиться под воздействием как быстрых, так и медленных нейтронов. Медленные нейтроны легко захватываются тяжелыми ядрами, поэтому вероятность деления ядер под действием медленных нейтронов очень велика. Тепловые нейтроны вызывают деление ядер изотопов плутония  ${}^{238}_{94}\text{Pu}$  и урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$ .

Энергия, необходимая для деления ядер  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , а также ядер естественных изотопов тория и протактиния, значительно больше и составляет  $\sim 1$  МэВ, поэтому эти ядра могут делиться только под действием быстрых нейтронов.

Теория деления тяжелых ядер была разработана в рамках капельной модели ядра Н. Бором и Я. Френкелем в 1939 г. Согласно этой модели, ядро  ${}^{235}_{92}\text{U}$  представляет собой каплю положительно заряженной несжимаемой жидкости. Кроме ядерных сил, действующих между всеми нуклонами ядра, протоны, находящиеся в ядре, испытывают дополнительное электростатическое отталкивание, вследствие которого они располагаются на периферии ядра. В невозбужденном состоянии силы электростатического отталкивания скомпенсированы, поэтому ядро имеет сферическую форму. После того как в ядро  ${}^{235}_{92}\text{U}$  попадает нейтрон, образуется новое (промежуточное) ядро  $({}^{236}_{92}\text{U})^*$ , которое находится в возбужденном состоянии. При этом энергия нейтрона за  $10^{-14} - 10^{-18}$  с равномерно распределяется между всеми нуклонами, а само промежуточное ядро деформируется и начинает колебаться.

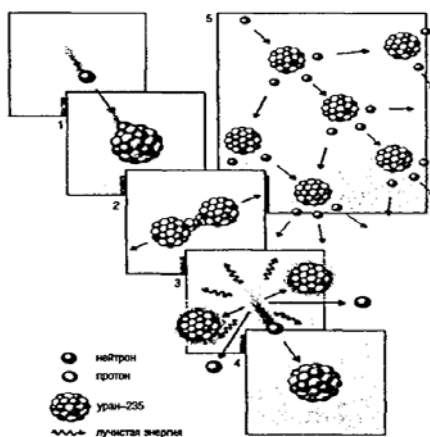


Рис.5.13

При малых энергиях возбуждения, деформация ядра является упругой, а его колебания гармоническими. При этом форма ядра изменяется от сферической до эллипсоидальной. Если энергия нейтрона превышает критическую величину, которую называют барьером деления, энергетически выгодным является образование двух ядер меньших размеров.

В этом случае в процессе деформации ядро проходит через предел упругой деформации, после чего его возвращение в исходное состояние становится невозможным. Поэтому под воздействием кулоновских сил отталкивания между полюсами деформированного ядра оно вытягивается, последовательно принимая формы: шар→эллипсоид→гантель→два грушеподобных осколка→два шара (рис. 5.13.).

В момент деления ядра осколки сильно деформированы, однако по мере увеличения расстояния их деформация уменьшается, что ведет к увеличению их внутренней энергии. В дальнейшем энергия возбуждения осколков уменьшается в результате испускания ими нейтронов. После того как энергия возбуждения осколков становится недостаточной для испускания нейтронов, начинается интенсивное излучение ими  $\gamma$  – квантов (от 8 до 10  $\gamma$  – квантов на одно деление).

Теоретический расчет в рамках капельной модели ядра показывает, что деление ядра на осколки является энергетически выгодным при условии, что  $\frac{Z^2}{A} \geq 18$ , где  $Z$  – зарядовое,  $A$  – массовое число. Отношение

$\frac{Z^2}{A}$  называют *параметром деления*. При значениях параметра деления выше критического  $\frac{Z^2}{A} \geq 49$ , существование стабильных ядер невозможно, они спонтанно (самопроизвольно) делятся.

Возникновение нескольких нейтронов при делении тяжелых ядер ( ${}_{92}^{235}\text{U}$ ,  ${}_{92}^{238}\text{U}$ ,  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$  и др.) способствует осуществлению *цепной реакции*. Нейтроны, испускаемые при делении одного ядра, могут вызвать деление двух (трех) ядер. В результате испускаются от четырех до девяти нейтронов, вызывающих деление новых ядер, и т. д. Поэтому число нейтронов, возникающих в каждом "поколении", возрастает в геометрической прогрессии, причем этот процесс происходит очень быстро. *Среднее число нейтронов*, испускаемых в отдельном акте деления, характеризует процесс размножения нейтронов при делении ядер.

Для ядер урана  ${}_{92}^{235}\text{U}$  среднее число нейтронов  $\langle n \rangle = 2,5$ .

Область пространства, заполненная веществом, в котором протекает цепная реакция, называют *активной зоной реакции*.

*Коэффициент размножения нейтронов*  $k$  – отношение числа нейтронов, вызывающих деление ядер в определенном "поколении", к числу нейтронов, под воздействием которых произошло деление ядер предыдущего «поколения» (под сменой поколений понимают деление ядер, при котором поглощаются нейтроны «старого поколения»

и рождаются новые). Чтобы цепная реакция самопроизвольно не прекратилась, коэффициент размножения нейтронов должен быть больше или равен единице:  $\kappa \geq 1$

*Критическая масса* – минимальное количество вещества (ядерного горючего), содержащего делящиеся нуклиды ( $^{233}_{92}\text{U}$ ,  $^{235}_{92}\text{U}$ ,  $^{239}_{94}\text{Pu}$ ,  $^{251}_{98}\text{Cf}$ ), при котором возможно осуществление цепной ядерной реакции деления.

Наименьшей критической массой обладают растворы солей чистых делящихся нуклидов в воде с водяным отражателем нейтронов. Для  $^{235}_{92}\text{U}$  критическая масса  $m_{\text{кр}} = 0,8$  кг; для  $^{239}_{94}\text{Pu}$  –  $m_{\text{кр}} = 0,5$  кг; для  $^{251}_{98}\text{Cf}$   $m_{\text{кр}} = 10$  г.

*Ядерный реактор* – энергетическая установка, содержащая ядерное горючее, в которой осуществляется управляемая ядерная цепная реакция деления.

Принципиальная схема ядерного реактора приведена на рисунке 5.14.

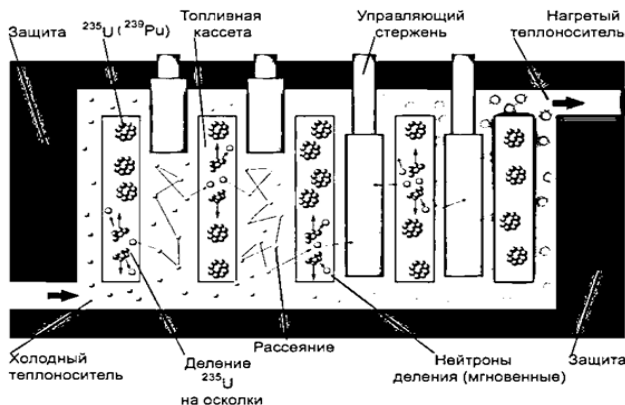


Рис. 5.14

По назначению ядерные реакторы подразделяются на несколько групп:

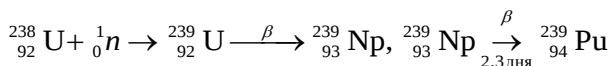
1) энергетические реакторы: энергия, выделяющаяся при делении ядерного горючего, используется для производства электроэнергии, а также для промышленных и бытовых нужд;

2) экспериментальные, или опытные, реакторы: экспериментальные исследования в области физики и техники реакторов;

3) исследовательские реакторы: излучение, сопровождающее ядерные реакции, используется для научных и прикладных исследований в области ядерной физики, физики твёрдого тела, биофизики, химии и др.;

4) промышленные, или изотопные, реакторы: получение искусственных изотопов, в том числе оружейного плутония.

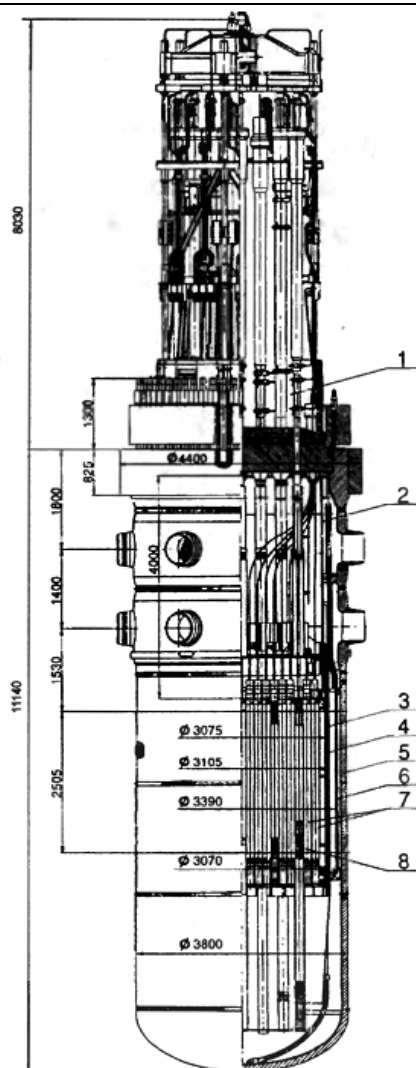
Урановые реакторы на тепловых нейтронах позволяют решить задачу энергообеспечения в ограниченном масштабе. В настоящее время построены реакторы, которые работают без замедлителя, т. е. на быстрых нейтронах. В качестве ядерного горючего в них используют уран  $^{238}_{92}\text{U}$  и торий  $^{232}_{90}\text{Th}$ . Преимущество таких реакторов заключается в том, что при их работе образуется значительное количество плутония ( $T=24\,000$  лет), который можно использовать в качестве ядерного горючего (возобновление ядерных энергетических ресурсов). Приведем схему получения плутония  $^{239}_{94}\text{Pu}$ :



В настоящее время самыми распространенными промышленными реакторами являются реакторы ВВЭР (рис. 5.15). Ядерное топливо находится в *активной зоне реактора*, в виде стержней называемых тепловыделяющими элементами (ТВЭЛ) содержащих обогащенную смесь изотопов  $^{235}_{92}\text{U}$ ,  $^{238}_{92}\text{U}$ ,  $^{2239}_{94}\text{Pu}$  и др. Число и размер ТВЭЛов определяют мощность реактора. Например, активная зона реактора ВВЭР 1000 содержит 50952 ТВЭЛ, которые скомпонованы в 193 тепловыделяющие сборки (ТВС). Наружный диаметр ТВЭЛ 9,1 мм, а его длина 353 см.

Реакцией управляют с помощью *регулирующих стержней*, изготовленных из материала, который хорошо поглощает нейтроны (кадмий, карбид бора). При увеличении глубины погружения стержней в активную зону число поглощаемых нейтронов возрастает, вследствие чего цепная реакция ослабевает, а при полном погружении стержней в активную зону цепная реакция прекращается.

Активная зона реактора на тепловых нейтронах заполнена *замедлителем*. Лучшим замедлителем является графит, ядра которого не поглощают нейтронов. В реакторе ВВЭР 1000 вода, циркулирующая в активной зоне реактора, замедляет скорость вторичных нейтронов, образующихся после деления урана. Энергия, выделяемая при реакции, отводится из активной зоны *теплоносителем*, который циркулирует по специальным каналам. В качестве теплоносителя в реакторе ВВЭР 1000 используется вода, под давлением  $p \sim 16$  МПа. Поскольку ядерный реактор является мощным источником нейтронов и  $\gamma$ -излучения, активную зону окружают *отражателем* нейтронов и помещают в толстую *защитную оболочку* для защиты от радиации.



Реактор ВВЭР-1

1 — верхний блок, 2 — нажимная решетка, 3 — шахта,  
4 — корзина, 5 — корпус, 6 — экран, 7 — кассета рабочая, 8 — кассета  
компенсирующая

Рис. 5.15

## 5.5. Термоядерные реакции

Кроме процесса деления тяжелых ядер, существует и другой способ получения энергии – синтез тяжелых ядер из более легких. Такие экзотермические реакции называются термоядерными. Например, энергия связи ядер гелия значительно превышает энергию связи ядер дейтерия  ${}^2_1\text{H}$  и трития  ${}^3_1\text{H}$ . Это означает, что реакции соединения ядер дейтерия (трития) должны сопровождаться выделением энергии:

$${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow ({}^4_2\text{He})^* \rightarrow {}^3_1\text{H} + {}^1_1\text{p}, \quad {}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow ({}^4_2\text{He})^* \rightarrow {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n},$$
$${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow ({}^5_2\text{He})^* \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}.$$

В приведенных реакциях выделение энергии, рассчитанное на один нуклон, в несколько раз превышает выделение энергии на одну частицу при реакциях деления тяжелых ядер. Например, при делении ядра урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$  на один нуклон приходится энергия, равная 0,85 МэВ. А в последней реакции эта величина равна уже 3,5 МэВ.

Рассмотрим условия, при которых происходят реакции синтеза легких ядер. Для слияния легких ядер необходимо сблизить положительно заряженные ядра на расстояние  $\sim 10^{-11}\text{см}$ , преодолев их электростатическое отталкивание, процесс слияния ядер происходит с заметной вероятностью за счёт туннельного эффекта. Для преодоления электростатического отталкивания сталкивающимися лёгким ядрам должна быть сообщена кинетическая энергия  $E_k \sim 10\text{кэВ}$ , что соответствует температуре  $T \sim 10^8\text{ К}$ .

При такой температуре, атомы легких элементов находятся в состоянии плазмы (электронно – ядерный газ из полностью ионизированных атомов).

**Термоядерным синтезом** называют процесс слияния легких атомных ядер в более тяжелые, проходящий при сверхвысоких температурах и обусловленный преодолением электростатического отталкивания между ядрами отчасти за счет высоких скоростей взаимодействующих ядер, а отчасти – за счет туннелирования.

Реакции синтеза атомных ядер происходят при очень высоких температурах, поэтому для осуществления ядерного синтеза в земных условиях необходимо сильно разогреть вещество. Это можно осуществить, например, при ядерном взрыве. Так устроена водородная бомба, в которой взрыв ядерного запала приводит к мгновенному нагреву смеси дейтерия с тритием и последующему термоядерному взрыву.

Проблема управляемой термоядерной реакции до сих пор не решена. Для этого необходимо научиться «зажигать» и «гасить» реакцию.

Существенным является вопрос устойчивости водородной плазмы, в которой может происходить такая реакция, и проблема отвода энергии из активной зоны. Скорость выделения энергии в системе должна быть не меньше, чем скорость ее отвода. Отток энергии из плазмы происходит благодаря диффузии горячих частиц из области, где происходит реакция, через стенки системы, в которой находится плазма. Если не теплоизолировать плазму от окружающих тел (вещества), то ее нельзя нагреть даже до нескольких сот тысяч градусов, потому что вся энергия, выделяемая в результате реакции синтеза, будет поглощаться стенками рабочего объема системы.

Для использования энергии, выделяющейся при синтезе легких ядер, в практических целях необходимо создать и поддерживать температуру порядка  $10^8$  К. Кроме того, необходимо удерживать образующуюся при такой температуре плазму в определенном объеме в течение не менее 0,1 с, что также представляет очень сложную техническую проблему, поскольку соприкосновение плазмы со стенками сосуда приведет к мгновенному ее остыванию, а стенки сосуда в то же мгновение расплавятся.

В 1950 г. А. Д. Сахаров и И. Е. Тамм для теплоизоляции плазмы предложили использовать сильные магнитные поля (магнитная термоизоляция плазмы). Если пропустить через плазму, имеющую форму столба, электрический ток ( $10^5 - 10^6$  А при разряде), магнитное поле этого тока будет сжимать плазму. В результате столб плазмы оторвется от стенок и приобретет форму шнура. Удержание плазменного шнура в устойчивом состоянии – главная задача, решение которой позволит осуществить управление термоядерной реакцией.

**Токамак.** Наиболее близко к условиям, требуемым для управляемого синтеза, удалось подойти, используя установки «Токамак» (тороидальная камера с магнитными катушками), изобретенные российскими учеными (рис 5.16.). В таких установках плазму создают в тороидальной камере заполненной дейтерием, которая является вторичной обмоткой мощного импульсного трансформатора.

Первичная обмотка трансформатора подключена к батарее конденсаторов очень большой емкости. При разряде батареи конденсаторов через первичную обмотку в тороидальной камере возбуждается вихревое электрическое поле вызывающее пробой и ионизацию газа, заполняющего камеру и возникновение плазменного шнура с электрическим током, который нагревает газ. В результате нагревания образуется высокотемпературная плазма, в которой может возникнуть термоядерная реакция.

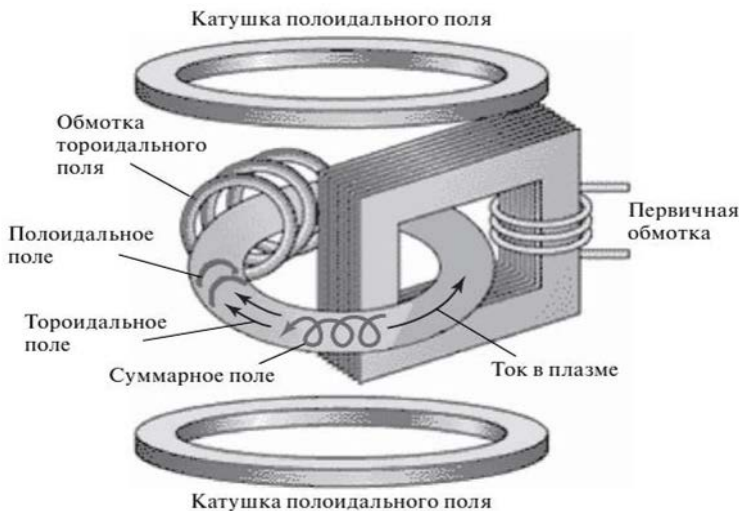


Рис. 5.16

Плазма изолируется от стенок камеры результирующим винтовым магнитным полем, созданным тороидальными катушками и током плазмы. Для того чтобы плазменный шнур не разлетелся винтовое магнитное поле, компенсируется магнитным полем полоидальных катушек с током.

Ученым сегодня удалось нагреть плазму на этой установке до температуры  $T \sim 1,3 \cdot 10^7$  К, однако удержать плазму в течение необходимого для термоядерной реакции времени пока не удается.

## 5.6. Ядерная энергетика и проблемы экологии

Современное общество удовлетворяет свои потребности в энергии, сжигая, главным образом, органическое топливо (каменный уголь, торф, газ, нефть); Но природных запасов нефти, газа и угля становится все меньше. Подсчитано, что нефти и газа человечеству хватит всего на 30–50 лет, а угля – на 100–200 лет. Кроме этого, сжигать уголь, торф, а особенно нефть и газ, во-первых, нерационально, потому что уничтожается ценное сырье для получения многих химических продуктов, производства белка и органических удобрений, и, во-вторых, экологически вредно – в атмосферу выбрасывается большое количество диоксида углерода, соединений серы и азота.

По последним оценкам ежегодно в атмосферу Земли в результате сгорания органического топлива выбрасывается около 150 млн. т. золы, 100 млн. т. оксидов серы, 60 млн. т. оксидов азота, 300 млн. т. диоксида

углерода. Основная часть этих выбросов приходится на долю тепловых электростанций.

По сравнению с тепловыми и гидроэлектростанциями АЭС имеют ряд преимуществ, основными из которых являются отсутствие выбросов в атмосферу диоксида углерода, соединений серы и азота, отсутствие затопления плодородных земель при строительстве плотин для гидроэлектростанций и малое количество топлива (несколько кг ядерного топлива в год).

Главными проблемами ядерной энергетики являются: обеспечение безопасной работы АЭС и захоронение отработанного ядерного топлива.

Поэтому, перспективы развития ядерной энергетики зависят не только от ее конкурентоспособности с другими источниками энергии, но и от минимизации техногенного воздействия работающей АЭС на объекты окружающей среды, основными из которых являются: сток поверхностных и грунтовых вод, содержащих химические и радиоактивные компоненты; изменение микроклиматических характеристик и характера землепользования в непосредственной близости от АЭС; выбросы и сбросы радиоактивных веществ, и их воздействие на биосферу.

Нормативный срок функционирования АЭС составляет 30 лет. После вывода АЭС из эксплуатации требуется сооружение и длительное обслуживание прочного, сложного и дорогостоящего саркофага.

Первая в мире опытно–промышленная атомная электростанция (АЭС) мощностью 5 МэВ была введена в действие в СССР 26 июня 1954 г. в городе Обнинске. В настоящее время примерно 18% общего объема производимой в мире электроэнергии обеспечивают АЭС. Лидерами по производству электроэнергии на АЭС являются страны Европы (Франция – 73%, Бельгия – 59%, Швеция — 52%, Швейцария – 40%). В России 34 реактора установленные на 10 крупнейших АЭС обеспечивают 18% вырабатываемой электроэнергии. За последнее десятилетие в мире введено в эксплуатацию 52 новые атомные энергоблоки и строится еще 59.

В 2013 году в Беларуси начато строительство атомной электростанции, проектная мощность которой 2,4 ГВт, состоящей из двух энергоблоков. В 2020 году будет введен в эксплуатацию первый, а в 2021 году – второй энергоблок АЭС. Атомная электростанция – это комплекс сооружений, предназначенных для преобразования энергии выделяемой при управляемой ядерной реакции в электроэнергию (ядерный реактор и комплекс систем, устройств и оборудования, необходимых для управления, защиты и быстрой остановки реактора в случае опасности). Схема работы АЭС с двухконтурным водо–водяным энергетическим реактором приведена на рисунке 5.17.

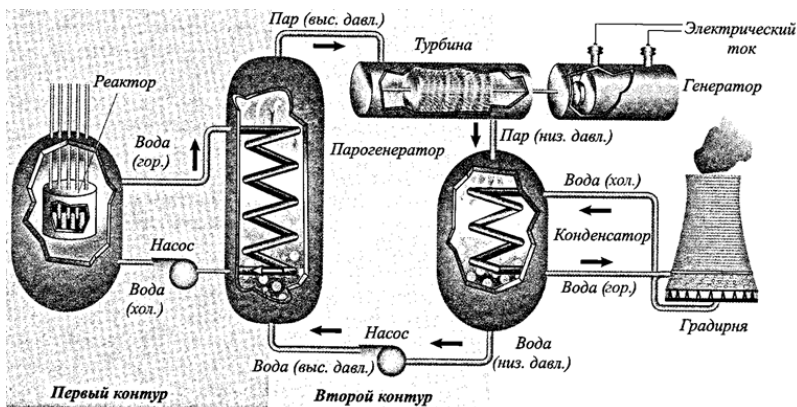


Рис. 5.17

Энергия, выделяемая герметично изолированными тепловыми элементами активной зоны реактора, нагревает воду первого контура, которая с помощью циркуляционных насосов прокачивается через активную зону реактора. Радиоактивная вода, циркулируя по трубам теплообменника (парогенератора), нагревает до кипения чистую воду второго контура. Полученный при этом пар приводит во вращение турбину, на валу которой находится электрогенератор. На выходе из турбины пар поступает в конденсатор, где охлаждается холодной водой поступающей из градирни или водохранилища.

В настоящее время ядерные реакторы применяются в качестве силовых установок на морских судах и на подводных лодках, космических спутниках. Проблема использования ядерных реакторов в авиации и на сухопутном транспорте пока не решена. Задача усложняется не только большой массой реактора, но и необходимостью создания надежной защиты людей от ионизирующего излучения.

## 5.7. Биологическое действие ионизирующих излучений

Поток частиц или фотонов, соответствующих электромагнитному излучению, взаимодействие которых с веществом приводит к ионизации атомов и молекул вещества, называют **ионизирующим излучением**. Ионизирующими излучениями являются потоки электронов, позитронов, протонов, дейтронов,  $\alpha$  – частиц и других заряженных частиц, а также потоки нейтронов, рентгеновское и  $\gamma$  – излучение.

Ионизирующее излучение оказывает сильное воздействие на вещество, особенно на живые ткани. Результатом этого воздействия

является ионизация атомов и молекул вещества, поэтому радиоактивные излучения часто называют ионизирующими. Механизм биологического действия радиоактивных излучений сложный. Его основу составляют процессы ионизации и возбуждения атомов и молекул живых тканей, которые происходят при поглощении ими ионизирующих излучений. Ионизация тканей ведет к разрыву молекулярных связей и изменению структуры химических соединений, входящих в состав тканей.

Часть атомов и молекул тканей при поглощении радиоактивных излучений не ионизируется, а только переходит в возбужденное состояние. Спустя некоторое время эти атомы возвращаются в невозбужденное состояние, отдавая излишек энергии в виде квантов ультрафиолетового излучения. Это излучение поглощается тканями организма, и вызывает биохимические реакции, в результате которых разрушаются молекулы нуклеиновых кислот и белков.

Совокупность изменений, вызываемых облучением всего организма или значительной его части, называют *лучевой болезнью*. Опасность облучения усиливается тем, что оно не вызывает болезненных ощущений. Симптомы болезни возникают по истечении некоторого времени, продолжительность которого зависит от множества причин (доза облучения, органы, которые подверглись облучению, состояние организма и т. д.). Характерными признаками лучевой болезни являются рвота, отсутствие аппетита, общая слабость, уменьшение белых кровяных телец (лейкоцитов) в крови. Затем происходит выпадение волос, кровоизлияние в кожу и слизистые оболочки, развивается малокровие. По мере понижения чувствительности к облучению человеческие органы можно расположить в следующем порядке (от более чувствительных к менее чувствительным): костный мозг → половые железы → органы пищеварения → кожа → печень → нервы → мозг. Наиболее чувствительны к облучению клетки тех тканей организма, которые быстро делятся. Чем быстрее делится клетка, тем меньшая доза требуется для ее разрушения.

Отрицательное воздействие оказывает облучение и на потомство, вызывая изменения в наследственном аппарате (мутации).

Раздел прикладной ядерной физики, в котором рассматриваются физические (дозиметрические) величины, характеризующие распределение ионизирующего излучения и его взаимодействие с веществом, которые могут быть сопоставлены с радиационно-индуцированным эффектом в веществе, называют *дозиметрией* (от греч. *dosis* – доля, порция и *metreo* – измеряю). Такое сопоставление необходимо как для предсказания последствий облучения объектов живой и неживой природы, так и для исследования процессов, которые приводят к этим последствиям.

Процессы взаимодействия ионизирующего излучения с веществом сопровождаются преобразованием энергии излучения в другие виды энергии в актах взаимодействия с ядрами, электронами, атомами и молекулами вещества. В результате часть энергии излучения поглощается веществом. Поглощённая энергия является первопричиной всех последующих процессов, которые в конечном итоге проявляются в виде наблюдаемого радиационно-индуцированного эффекта (нагрев тела, изменение физико-химических свойств, биологические изменения в живом организме и др.).

Мерой воздействия ионизирующего излучения на облучаемый объект является доза излучения (энергия, поглощённая единицей массы вещества), и связанные с ней величины. Излучения радиоактивных веществ оказывают очень сильное воздействие на все живые организмы. Характер этого воздействия зависит от поглощенной дозы излучения и от его вида.

**Поглощенная доза излучения  $D$**  – физическая величина, определяющая степень радиационного воздействия ионизирующего излучения на вещество и равная отношению энергии радиоактивного излучения, которую поглощает вещество, к массе этого вещества:  

$$D = \frac{\Delta W}{m} = \frac{\Delta W}{\rho V}$$

определяющей степень радиационного воздействия ионизирующего излучения на вещество. Единицей поглощенной дозы в СИ является грей ( $[D]=1\text{Гр}$ ). 1 Гр – это такая доза поглощенного ионизирующего излучения, при которой облучаемому веществу массой 1 кг передается энергия 1 Дж. Внесистемная единица поглощенной дозы  $[D] = 1 \text{ рад} = 0,01 \text{ Гр}$ .

**Мощность поглощенной дозы излучения  $P$**  – физическая величина, равная отношению поглощенной дозы излучения к промежутку времени облучения  $P = \frac{D}{\Delta t}$ . Единица мощности поглощенной дозы в СИ – грей в секунду  $[P] = 1 \frac{\text{Гр}}{\text{с}}$ . Внесистемная единица мощности поглощенной дозы

$$[P] = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

**Экспозиционная доза  $X$**  – это количественная характеристика фотонного излучения, численно равная отношению суммарного электрического заряда  $q$  всех ионов одного знака, образованных излучением в объеме сухого атмосферного воздуха при его облучении

фотонами, к массе  $\Delta m$  воздуха: 
$$X = \frac{q}{\Delta m}.$$

Понятие «экспозиционная доза» можно применять только для фотонного излучения с энергией  $E < 3 \text{ МэВ}$ .

За единицу экспозиционной дозы принимают интенсивность фотонного излучения, при котором все вторичные электроны и позитроны, освобожденные фотонами в 1 кг сухого атмосферного воздуха, создают ионы, каждого знака, суммарный заряд которых составляет 1 Кл.

Единица экспозиционной дозы в СИ  $[X] = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$ .

На практике часто используется внесистемная единица экспозиционной дозы рентген. Эта единица является мерой ионизирующей способности рентгеновского излучения и гамма-излучения. Доза излучения равна одному рентгену, если в объеме  $V = 1 \text{ см}^3$  сухого воздуха при температуре  $t_0 = 0^\circ \text{C}$  и давлении  $p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.}$  образуется столько ионов, что суммарный заряд ионов каждого знака в отдельности  $q = 3 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$ .  $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$ . Экспозиционная доза,

характеризует ионизирующее действие рентгеновского и  $\gamma$  – излучений. Поэтому она может служить только приближенной мерой степени облучения и реальной радиационной опасности для человека. При облучении мягких тканей человеческого организма рентгеновским или  $\gamma$ –излучением экспозиционной дозе 1 рентген соответствует поглощенная доза 8,8 мГр.

**Эквивалентная доза поглощенного излучения** – это величина, равная произведению поглощенной дозы  $D$  и взвешивающего коэффициента  $\omega_R$  для отдельных видов излучения:  $H = \omega_R D$ .

Коэффициент  $\omega_R$  показывает, во сколько раз биологическое действие данного вида излучения превышает, биологическое действие рентгеновского излучения (при напряжении на рентгеновской трубке  $U = 200 \text{ кВ}$ ), при одинаковой дозе поглощенного излучения:

Коэффициент  $\omega_R$  для различных видов излучения имеет значения: от 1 до 20. Для рентгеновского и  $\gamma$  – излучения  $\omega_R \approx 10$ , для  $\alpha$  – частиц и осколков деления тяжелых ядер  $\omega_R = 20$ , для быстрых нейтронов  $\omega_R = 7$  и т. д.. Единицей эквивалентной дозы в СИ является зиверт. 1 Зв равен эквивалентной дозе любого вида излучения в биологической ткани, которое создает такой же биологический эффект, как и поглощенная доза излучения равная 1 Гр образцового рентгеновского излучения с граничной

энергией 200 кэВ. В качестве внесистемной единицы эквивалентной дозы используется бэр (биологический эквивалент рада).  $1 \text{ бэр} = 0,018 \text{ Зв}$ .

Эквивалентная доза является основной величиной, определяющей уровень радиационной опасности при длительном облучении человека в малых дозах.

**Эффективная доза  $E$**  представляет собой сумму произведений эквивалентных доз в жизненно важных органах и тканях и взвешивающих коэффициентов  $\omega_T$  для данного органа или вида облучаемой ткани: 
$$E = \sum_T \omega_T H_T = \sum_{T,R} \omega_T \omega_R D_{TR}.$$

Значения  $\omega_T$  для различных видов тканей и органов колеблются в пределах  $0,01 \leq \omega_T \leq 0,2$ .

Измерения доз облучения, степени загрязнения продуктов питания, воздуха, воды и др. выполняются различными дозиметрическими приборами (индикаторы, рентгенометры, радиометры, дозиметры). Индикаторы фиксируют наличие радиоактивного излучения. С помощью рентгенометров определяют мощность дозы рентгеновского или  $\gamma$ -облучения. Радиометры используются для выявления и определения степени радиоактивного загрязнения поверхностей и объемов воздуха, главным образом  $\alpha$ - и  $\beta$ -частицами. Радиометром можно измерить небольшие уровни  $\gamma$ -излучения. Дозиметры предназначены для определения суммарной дозы облучения.

Проблема биологического влияния ионизирующих излучений на живые организмы и определение безопасных доз облучения тесно связана с существованием естественного фона ионизирующего излучения на поверхности Земли. Существование этого фона обусловлено излучением радиоактивных изотопов земной коры и космическим излучением (внешнее облучение), а также излучением радиоактивных изотопов, попавших в организм с пищей, водой и воздухом (внутреннее облучение). Основной вклад в дозу внутреннего облучения вносит радиоактивный радон и продукты его распада, попадающие в организм человека при дыхании. Среднее значение эквивалентной дозы облучения, обусловленной естественным радиационным фоном, составляет около  $2 \text{ мЗв}$  в год.

К искусственным источникам ионизирующих излучений относятся: рентгеновские, диагностические и терапевтические установки, ядерные энергетические и исследовательские реакторы, ускорители заряженных частиц и др.. Средняя эквивалентная доза, получаемая человеком за год от искусственных источников в промышленно развитых странах, составляет примерно  $1 \text{ мЗв}$ . Предельно допустимой дозой облучения, для

лиц, профессиональная деятельность которых связана с источниками ионизирующих излучений (врачи–рентгенологи, работники атомных электростанций, космонавты и др.), является 50 мЗв в год. В качестве предельно допустимой дозы облучения населения установлена эквивалентная доза облучения 5 мЗв в год. При работе с источниками радиоактивного излучения необходимо принимать меры по радиационной защите людей, которые могут попасть в зону действия этого излучения. Уменьшение дозы облучения может быть осуществлено тремя путями: увеличением расстояния до источника излучения; установкой экрана, поглощающего излучение; сокращением времени пребывания человека вблизи источника излучения. Самый простой метод защиты – это удаление источника излучения на большое расстояние. Мощность дозы облучения уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния до источника радиации:  $D \propto \frac{1}{r^2}$ .

В тех случаях, когда удаление от источника излучения на большое расстояние невозможно, используют защитные экраны. Толщина их зависит от проникающей способности излучения и его интенсивности.

Наиболее простой является защита от  $\alpha$  – частиц, поскольку они имеют малую длину пробега (лист бумаги полностью поглощает их). Пробег  $\beta$  – частиц зависит от их энергии. Например, при энергии  $\sim 3$  МэВ электроны пролетают в воздухе до 3 м. Но они поглощаются слоем пластмассы толщиной более 3 мм. Наиболее сложной является защита от  $\gamma$  – излучения и нейтронов из-за их большой проникающей способности. В качестве поглощающих материалов в этом случае используют свинец, чугун, бетон.

При необходимости защитные экраны должны иметь окна из свинцового стекла. Операции с источниками радиоактивных излучений проводятся при помощи механических манипуляторов с дистанционным управлением. В помещениях устанавливают дозиметры – приборы для измерения доз ионизирующих излучений и их мощностей. Их часто оснащают приспособлениями, которые автоматически подают звуковой или световой сигнал, если мощность излучения превышает допустимое значение.

## 5.8. Применение радиоактивных изотопов

Открытие искусственной радиоактивности позволило получить множество новых радиоактивных изотопов элементов, которые в природных условиях являются стабильными. Для этого в ядерный

реактор на определенное время вводят соответствующие нерадиоактивные вещества, способные поглощать нейтроны. Так, например, облучая в реакторе изотоп кобальта  $^{59}_{27}\text{Co}$ , нейтронами в результате ядерной реакции  $^{59}_{27}\text{Co} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{60}_{27}\text{Co}$  получают радиоактивный изотоп кобальта  $^{60}_{27}\text{Co}$ .

В настоящее время радиоактивные изотопы различных химических элементов нашли широкое применение в науке, промышленности, технике, сельском хозяйстве, биологии, химии, медицине и других областях. Широкое распространение получил, в частности, *метод меченых атомов*, который был разработан в 1913 г. венгерским химиком Д. Хевеши (1885 – 1966) и немецким физиком А. Панстом. Метод основан на том, что химические свойства стабильных и радиоактивных изотопов одних и тех же элементов одинаковы.

Однако, радиоактивные изотопы (меченые атомы) можно выявить по их излучению используя счетчики, что дает возможность проследить за перемещением атомов и их химическими превращениями. Для этого микроскопическую дозу радиоактивного изотопа (с небольшим периодом полураспада) вводят в один из участков исследуемой системы: например, в почву возле корней растений, в струю водяного или воздушного потока, в ткань живого организма, смазку двигателя и др.. Затем с помощью детектора радиоактивных излучений наблюдают за перемещением введенного изотопа. Меченые атомы позволяют успешно изучать такие важные для сельскохозяйственного производства вопросы, как фотосинтез, рациональное применение удобрений, усвоение различных минеральных удобрений растениями, внекорневая подкормка растений, питание животных, синтез молочного жира и мышечных белков, движение воды и ее пара в почве, миграция насекомых и др..

Метод меченых атомов позволяет изучать механизм и скорость протекания химических реакций, особенно если нужно проследить за поведением очень малого количества вещества. Этот метод позволил определить объем крови человека, исследовать механизм функционирования внутренних органов, измерить скорость перемещения вещества сквозь клеточные мембраны и т. д.. Например, если выпить глоток соленой воды, в которую добавлен радиоактивный изотоп натрия  $^{24}_{11}\text{Na}$ , то уже через две минуты его можно выявить в пальцах рук, через час изотоп распределиться по всему телу, а через три часа начнет выводиться из организма. Оказалось, что полный цикл кровообращения занимает всего 23 с, при этом клетки человеческого тела непрерывно обновляются. Весь цикл такой замены тянется около года, это значит, что каждый год человек почти полностью обновляется, сохраняя при этом свою индивидуальность

и целостность. Если ввести меченые атомы в материал деталей машин, то по радиоактивности смазочного масла, которое контактирует с деталями можно контролировать их износ. Используя меченые атомы можно проследить движение грунтовых вод и выявить разрывы трубопроводов. Меченые атомы в типографской краске позволяют непрерывно контролировать качество печати.

В результате исследований было установлено, что каждую секунду через площадку  $1 \text{ м}^2$  земной атмосферы проходит примерно 4000 космических протонов, которые после множества превращений приводят к возникновению примерно двух радиоактивных ядер изотопа  $^{14}_6\text{C}$  в  $1 \text{ см}^3$ . Этому процессу соответствует реакция взаимодействия ядер атмосферного азота с нейтронами вторичных космических лучей:

$^{14}_7\text{N} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{14}_6\text{C} + {}^1_1\text{p}$ . Изотопы  $^{14}_6\text{C}$  соединяются с кислородом и в виде углекислого газа усваиваются растениями, животными и человеком.

Использование радиоактивных изотопов  $^{14}_6\text{C}$  (радиоуглеродный анализ), позволяет определить возраст археологических находок. Установлено, что 1 г углерода органического происхождения (древесина, трава, кости, бактерии) удерживает около 70 млрд. атомов  $^{14}_6\text{C}$ , причем каждую минуту 15 из них распадается. Период полураспада изотопа  $^{14}_6\text{C}$  равен  $T = 5730$  лет. Поэтому, чтобы определить возраст археологической находки, нужно подсчитать число распадов за 1 мин в 1 г углерода, взятого из исследуемого образца. Широкое применение в различных областях техники и в медицине имеет *активационный анализ*, который по наведенной радиоактивности позволяет найти количество исследуемого элемента в образце и выявить наличие примесей, определить содержание малого количества микроэлементов или ядов в разных тканях организма. Так, следы мышьяка легко выявляются в волосах и ногтях.

## 5.9. Классификация элементарных частиц

В соответствии с принципом дискретного строения вещества на микроскопическом уровне материю невозможно дробить безгранично. Существуют микроскопические порции материи, которые в своих комбинациях создают разнообразие материальных объектов природы. Эти микропорции материи называют *элементарными частицами*.

У большинства частиц, которые до недавнего времени считались элементарными, выявлена внутренняя структура. К их числу относятся, например, нуклоны и  $\pi$  – мезоны (пионы). Все элементарные частицы могут взаимопревращаться, в результате чего одни частицы рождаются,

другие распадаются, это является основным условием их существования. Если до 1932 г. были известны всего три элементарные частицы: электрон, протон и фотон, то в настоящее время их уже более 350. Практически все элементарные частицы оказались нестабильными, время жизни большинства из них  $\sim 10^{-24} - 10^{-22}$  с. Для всех элементарных частиц характерны исключительно малые размеры и масса. Так, линейные размеры нуклона и пиона  $\sim 1$  фм, а согласно теории размер электрона должен быть  $\sim 1 \cdot 10^{-19}$  м. Массы элементарных частиц имеют широкий диапазон: от 0,511 МэВ у электрона до 1672 МэВ у омега–минус–гиперона.

Элементарные частицы характеризуются массой покоя, электрическим зарядом, средним временем жизни, видом взаимодействия, спином и некоторыми другими величинами. В зависимости от вида взаимодействия, спина и других характеристик элементарные частицы подразделяются на три класса: *фотоны, лептоны и адроны* (табл. 5.3).

Первый класс образуется всего одной частицей – фотоном, который подчиняется электромагнитному взаимодействию. Вторым класс образуют лептоны ("лептон" в переводе с греческого "легкий"). Эти частицы испытывают слабое взаимодействие, а те из них, которые обладают электрическим зарядом, еще и электромагнитное.

Третий класс, наиболее многочисленный, носит название адронов. Класс адронов состоит из двух подклассов – *мезонов и барионов*. Термин "адрон" в переводе с греческого означает "массивный, тяжелый". Адроны участвуют в сильных взаимодействиях. Нестабильные адроны с целым спином называются мезонами ("мезон" в переводе с греческого "средний"). В отличие от лептонов мезоны испытывают не только слабое и электромагнитное, (если они заряжены), но и сильное взаимодействие. Барионы объединяют нуклоны и нестабильные частицы, масса которых больше массы нуклонов (эти частицы называют гиперонами). Все барионы испытывают сильное взаимодействие, имеют полуцелый спин и за исключением протона являются нестабильными.

При превращениях элементарных частиц выполняются законы сохранения массы, электрического заряда, энергии, импульса, момента импульса и др.. Для лептонов и барионов выполняется закон сохранения числа частиц, а фотоны и мезоны этому закону не подчиняются, поэтому они могут возникать и исчезать в любом количестве. Все типы взаимодействия между элементарными частицами носят обменный характер. Переносчиками каждого из видов фундаментальных взаимодействий являются соответствующие этому взаимодействию частицы: **сильное** – пионы, **слабое** – промежуточные бозоны, **электромагнитное** – фотоны, **гравитационное** – гравитоны.

Таблица 5.3

| Название частицы     | Частица        | Анти частица    | Масса (m, МэВ) | Время жизни (τ, с)                   | Схема распада                                                                                                                                                               |
|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Фотон                | γ              |                 | 0              | стабилен                             |                                                                                                                                                                             |
| ЛЕПТОНЫ              |                |                 |                |                                      |                                                                                                                                                                             |
| Электрон             | e <sup>−</sup> | e <sup>+</sup>  | 0,511          | стабилен                             |                                                                                                                                                                             |
| Мюон                 | μ <sup>−</sup> | μ <sup>+</sup>  | 106            | 2,2·10 <sup>−6</sup>                 | e <sup>−</sup> + ν̃ <sub>e</sub> + ν <sub>μ</sub>                                                                                                                           |
| Электронное нейтрино | ν <sub>e</sub> | ν̃ <sub>e</sub> | 0              | стабильно                            |                                                                                                                                                                             |
| Мюонное нейтрино     | ν <sub>μ</sub> | ν̃ <sub>μ</sub> | 0              | стабильно                            |                                                                                                                                                                             |
| МЕЗОНЫ               |                |                 |                |                                      |                                                                                                                                                                             |
| Пи-плюс-мезон        | π <sup>+</sup> | π <sup>−</sup>  | 140            | 2,6·10 <sup>−8</sup>                 | μ <sup>+</sup> + ν <sub>μ</sub>                                                                                                                                             |
| Пи-нуль-мезон        | π <sup>0</sup> |                 | 135            | 0,8·10 <sup>−16</sup>                | γ + γ<br>e <sup>+</sup> + e <sup>−</sup> + γ                                                                                                                                |
| Ка-плюс-мезон        | K <sup>+</sup> | K <sup>−</sup>  | 494            | 1,2·10 <sup>−8</sup>                 | μ <sup>+</sup> + ν <sub>μ</sub><br>π <sup>+</sup> + π <sup>0</sup><br>π <sup>+</sup> + π <sup>+</sup> + π <sup>−</sup>                                                      |
| Ка-нуль-мезон        | K <sup>0</sup> | Ḳ <sup>0</sup>  | 498            | 10 <sup>−10</sup> – 10 <sup>−8</sup> | π <sup>+</sup> + π <sup>−</sup><br>π <sup>0</sup> + π <sup>0</sup><br>π <sup>+</sup> + e <sup>−</sup> + ν̃ <sub>e</sub><br>π <sup>−</sup> + e <sup>+</sup> + ν <sub>e</sub> |
| Эта-мезон            | η              |                 | 549            | 2,4·10 <sup>−19</sup>                | γ + γ<br>π <sup>+</sup> + π <sup>−</sup> + π <sup>0</sup><br>π <sup>0</sup> + π <sup>0</sup> + π <sup>0</sup>                                                               |

| БАРИОНЫ             |            |                    |       |                      |                                                       |
|---------------------|------------|--------------------|-------|----------------------|-------------------------------------------------------|
| Протон              | $p^-$      | $\tilde{p}$        | 938,2 | стабилен             |                                                       |
| Нейтрон             | $n$        | $\tilde{n}$        | 939,6 | $0,9 \cdot 10^3$     | $p + e^- + \tilde{\nu}_e$                             |
| Лямбда–гиперон      | $\Lambda$  | $\tilde{\Lambda}$  | 1116  | $2,5 \cdot 10^{-10}$ | $p + \pi^-$<br>$n + \pi^0$                            |
| Сигма–плюс–гиперон  | $\Sigma^+$ | $\tilde{\Sigma}^+$ | 1189  | $0,8 \cdot 10^{-10}$ | $p + \pi^0$<br>$n + \pi^+$                            |
| Сигма–нуль–гиперон  | $\Sigma^0$ | $\tilde{\Sigma}^0$ | 1192  | $< 10^{-14}$         | $\Lambda + \gamma$                                    |
| Сигма–минус–гиперон | $\Sigma^-$ | $\tilde{\Sigma}^-$ | 1197  | $1,5 \cdot 10^{-10}$ | $n + \pi^-$                                           |
| Кси–нуль–гиперон    | $\Xi^0$    | $\tilde{\Xi}^0$    | 1315  | $3 \cdot 10^{-10}$   | $\Lambda + \pi^0$                                     |
| Кси–минус–гиперон   | $\Xi^-$    | $\tilde{\Xi}^-$    | 1321  | $1,7 \cdot 10^{-10}$ | $\Lambda + \pi^-$                                     |
| Омега–минус–гиперон | $\Omega^-$ | $\tilde{\Omega}^-$ | 1672  | $1,3 \cdot 10^{-10}$ | $\Xi^0 + \pi^-$<br>$\Xi^- + \pi^0$<br>$\Lambda + K^-$ |

Согласно теории Гел–Мана и Цвейга (1964 г.), все адроны состоят из частиц, которые получили название *кварков*. Каждый кварк существует в трех разновидностях – цветах. Условно цвета кварков называют желтым, синим, красным. В современный момент теория предсказывает существование шести кварков (*u, d, s, c, b, t*), каждому из которых соответствует антикварк. Цветами антикварков являются фиолетовый, оранжевый и зеленый. Частицами – переносчиками взаимодействия между кварками считаются глюоны (от английского glue – клей). Они переносят цвет от одного кварка к другому, в результате чего кварки удерживаются вместе внутри адрона.

## 5.10. Античастицы

Теория и множество экспериментальных фактов свидетельствуют о том, что кроме элементарных частиц в природе существуют и *античастицы*. Существование античастиц было предсказано в 1928 г. английским физиком Дираком при решении релятивистского квантовомеханического уравнения для электрона. Из уравнения Дирака получается, что полная энергия электрона может принимать не только положительные, но и отрицательные значения.

Согласно теории Дирака вакуум есть такое состояние, в котором все уровни отрицательной энергии заселены электронами, а уровни с положительной энергией свободны. Если одному из электронов сообщить энергию  $E \geq 2m_e c^2$ , то он должен перейти в состояние с положительной энергией и вести себя как частица с положительной массой и отрицательным зарядом. Дырка, которая образовалась при этом переходе, будет вести себя как электрон с положительным зарядом. На самом деле отсутствие частицы, обладающей отрицательной массой и зарядом, воспринимается как наличие частицы с положительными значениями массы и заряда. Эта частица была названа *позитроном*.

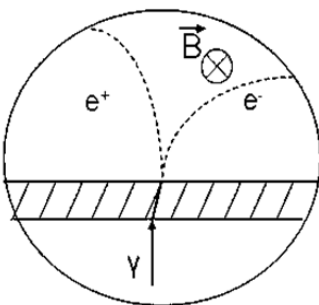


Рис. 5.18

В 1933 г. Фредерик и Ирен Жолио–Кюри выяснили, что гамма-квант с энергией, большей энергии покоя электрона и позитрона  $E = 2m_e c^2 \approx 1,02 \text{ МэВ}$ , при прохождении вблизи атомного ядра превращается в пару электрон – позитрон  $\gamma + {}^A_Z X \rightarrow {}^A_Z X + e^- + e^+$ .

Возникновение пары электрон – позитрон можно наблюдать с помощью камеры Вильсона, которая помещена в магнитное поле. При прохождении жесткого гамма-излучения сквозь свинцовую перегородку наблюдаются треки электронов и позитронов (рис. 5.18).

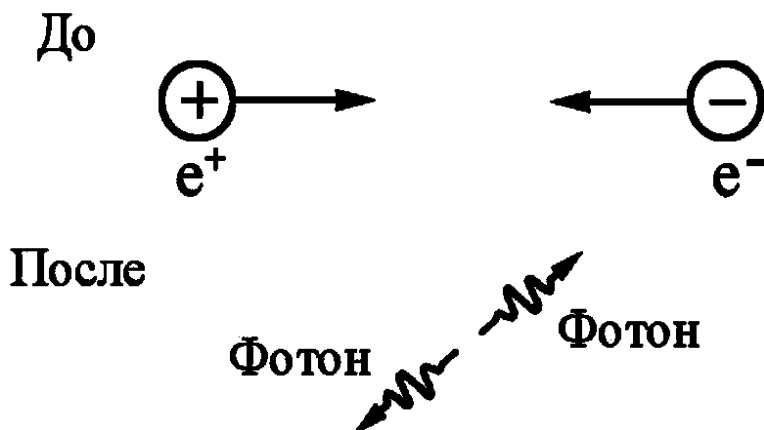
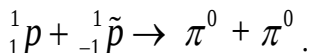


Рис. 5.19

При столкновении электрон с позитроном аннигилируют. В сущности, происходит не исчезновение частиц, а их превращение в другие:  $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ . В процессе аннигиляции пары электрон–позитрон, образуется два (если спины частиц направлены в противоположные стороны) или три (если спины частиц сонаправлены) фотона (рис. 5.19).

Примером аннигиляции пар может служить также процесс превращения протона и антипротона в пи–нуль–мезоны:



После предсказания, открытия и изучения свойств позитрона было высказано суждение о существовании зарядовой симметрии. Согласно этой гипотезе, каждая частица должна иметь античастицу, массы и среднее время жизни которых строго одинаковы. Если частица обладает электрическим зарядом, то античастица также имеет заряд, противоположного знака. Античастица электрически нейтральной частицы отличается от нее знаками других зарядов (барионного, лептонного и др., которые не рассматриваются в элементарном курсе физики).

Открытие антинуклонов указывает на возможность существования в природе антивещества, ядра атомов которого состоят из антипротонов и антинейтронов, а атомную оболочку образуют позитроны. В 1969 г. в России был синтезирован антигелий, но антивещество в природе пока не выявлено.

## Методические указания по решению задач

В ядерной физике рассматриваются особенности, механизм и закономерности взаимодействий, связанных с ядерными реакциями, радиоактивным распадом атомных ядер и взаимными превращениями элементарных частиц. Перечисленные явления и процессы невозможно удовлетворительно объяснить, пользуясь понятиями и законами классической физики. Поэтому в процессе анализа конкретных ситуаций в задачах по этой теме особое внимание необходимо обратить на раскрытие механизма рассматриваемых явлений или процессов и их физическую интерпретацию на основе соответствующих физических теорий.

Решение задач, в которых рассматриваются явления и процессы, происходящие в микромире, невозможно (за исключением самых простых) без использования таких фундаментальных физических законов как законы сохранения полной энергии, импульса, электрического заряда и числа нуклонов.

В зависимости от вида рассматриваемых физических систем, задачи по данной теме условно можно разделить на следующие группы:

1. Задачи, в которых необходимо определить физические величины, характеризующие конкретное ядро, как правило, это дефект массы, полная или удельная энергии связи ядра конкретного изотопа.

Энергия связи ядра  $\Delta E = \Delta mc^2$ , где  $\Delta m = \left[ Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} \right]$  – дефект массы ядра,  $Z$  – атомный номер,  $A$  – массовое число,  $m_p, m_n, m_{\text{я}}$  – массы протона, нейтрона и ядра соответственно.

2. Задачи, в которых необходимо определить физические величины, характеризующие конкретную ядерную реакцию (энергетический выход реакции, энергии исходных и (или) конечных частиц, направления их движения и др.). Процессы, рассматриваемые в задачах этой группы, происходят под действием ядерных сил, радиус действия которых мал, а интенсивность велика, поэтому физические системы, рассматриваемые в этих задачах, можно считать замкнутыми и описывать законами сохранения. Законы сохранения полной энергии и импульса дают возможность определить кинематические, динамические и энергетические характеристики частиц, участвующих в реакции (или образующихся при радиоактивном распаде). Закон сохранения энергии для ядерных реакций необходимо записывать в релятивистской форме:

$\sum mc^2 + \sum E_{\text{к}} = \sum m'c^2 + \sum E'_{\text{к}}$ , где  $\sum mc^2$  – сумма собственных

энергий частиц, вступающих в реакцию,  $\Sigma E_k$  – сумма их кинетических энергий,  $\Sigma m'c^2$ ,  $\Sigma E'_k$  – суммы соответствующих величин для продуктов реакции.

При использовании закона сохранения полной энергии необходимо иметь в виду, что ядерные реакции могут идти как с выделением, так и с поглощением энергии. Энергетический выход ядерной реакции  $Q = c^2(\Sigma m_i - \Sigma m_k)$ , где  $\Sigma m_i$  – сумма масс исходных ядер и частиц, вступающих в реакцию,  $\Sigma m_k$  – сумма масс ядер и частиц после реакции. Если  $\Sigma m_i > \Sigma m_k$ , то реакция идет с выделением энергии, если же  $\Sigma m_i < \Sigma m_k$ , то реакция идет с поглощением энергии. Поэтому энергетический выход ядерной реакции, может быть как положительным, так и отрицательным. Причем, в первом случае ( $Q > 0$ ) реакция может идти при любых значениях кинетических энергий частиц, вступающих в реакцию (экзотермическая реакция).

Во втором случае ( $Q < 0$ ), реакция является эндотермической, т. е. существует минимальная кинетическая энергия сталкивающихся частиц, начиная с которой реакция становится энергетически возможной (порог реакции). Пороговая энергия реакции равна сумме энергии, поглощаемой во время реакции и кинетической энергии промежуточного ядра, которое образуется после поглощения ядром-мишенью налетающих частиц. Если перед столкновением ядро-мишень покоится, то пороговая энергия определяется по формуле:  $E_{\text{пор}} = |Q| \left( 1 + \frac{m_1}{m_2} \right)$ , где  $m_1$  – масса

налетающей частицы,  $m_2$  – масса ядра-мишени. При решении некоторых задач этой группы необходимо дополнительно использовать законы сохранения полной энергии и импульса для физической системы «частица–ядро».

3. Задачи, в которых необходимо определить физические величины, характеризующие процесс радиоактивного распада ядра. Согласно закону

радиоактивного распада  $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ , где  $N_0$  – число радиоактивных ядер в момент времени  $t_0 = 0$ ,  $N$  – их число по истечении промежутка времени  $t$ ,  $\lambda$  – постоянная радиоактивного распада,  $T_{1/2}$  – период полураспада.

Период полураспада  $T_{1/2}$  и постоянная распада  $\lambda$  связаны соотношением:  $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$ . Число распадов в единицу времени называют активностью радиоактивного препарата  $A = \lambda N$

### Примеры решения задач:

**Задача 1.** Определите полную  $E_{\text{св}}$  и удельную  $E_{\text{уд}}$  энергию связи ядра  ${}^4_2\text{He}$ .

**Дано:**  ${}^4_2\text{He}$

**Найти:**

$E_{\text{св}} - ?$ ,  $E_{\text{уд}} - ?$

**Решение.** Энергия связи ядра  $E_{\text{св}} = \Delta mc^2$ , где  $\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]$  – дефект массы ядра,  $Z$  – атомный номер,  $A$  – массовое число,  $m_p, m_n, m_{\text{я}}$  – массы протона, нейтрона и ядра соответственно. В справочных таблицах приводятся не значения масс ядер  $M_{\text{я}}(A, Z)$ , а значения масс соответствующих атомов  $M(A, Z)$ . Если не учитывать энергию связи электронов атома, то  $M(A, Z) = M_{\text{я}}(A, Z) + Zm_e$  ( $m_e$  – масса электрона). Поэтому формулу для расчета энергии связи можно записать в следующем виде:

$E_{\text{св}} = (ZM({}^1_1\text{H}) + (A - Z)m_n + M(A, Z))c^2$ , где  $M({}^1_1\text{H})$  – масса атома водорода. Удельной энергией связи называют энергию связи, которая приходится на один нуклон ядра:  $E_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}$ . В нашем случае

$Zm({}^1_1\text{H}) = 2 \cdot 1,007825 \text{ а.е.м.} = 2,01565 \text{ а.е.м.}$ ; общая масса нейтронов –  $(A - Z)m_n = 2 \cdot 1,008665 \text{ а.е.м.} = 2,01733 \text{ а.е.м.}$ ; масса ядра гелия  $m({}^4_2\text{He}) = 4,002603 \text{ а.е.м.}$ .

Следовательно,

$\Delta m = 2,01565 \text{ а.е.м.} + 2,01733 \text{ а.е.м.} - 4,002603 \text{ а.е.м.} = 0,030377 \text{ а.е.м.}$

Энергия связи ядра  $E_{\text{св}} = \frac{931,5 \text{ МэВ}}{c^2} \cdot 0,030377 \text{ а.е.м.} \cdot c^2 = 28,296 \text{ МэВ}$ .

С учетом этого, удельная энергия связи ядра:

$$E_{\text{уд}} = \frac{28,96 \text{ МэВ}}{4} \approx 7,1 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}.$$

Подставив числовые значения физических величин, получим

**Ответ:**  $E_{\text{св}} = 28,296 \text{ МэВ}$ .  $E_{\text{уд}} = 7,1 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$ .

**Задача 2.** Составьте уравнение ядерной реакции, происходящей при облучении ядер изотопа бора  $^{11}_5\text{B}$   $\alpha$  – частицами и сопровождающейся испусканием нейтронов.

**Дано:**  $^{11}_5\text{B}$ ,  $^4_2\text{He}$

**Найти:**  $^A_Z\text{X} - ?$

**Решение.** Принимая во внимание, что  $\alpha$  – частицы являются ядрами гелия  $^4_2\text{He}$ , уравнение ядерной реакции имеет вид:

$^{11}_5\text{B} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^1_0\text{n} + ^A_Z\text{X}$ , где  $^A_Z\text{X}$  – неизвестное ядро. Для определения массового числа и атомного номера неизвестного ядра воспользуемся законом сохранения числа нуклонов (массового числа) и законом сохранения электрического заряда, согласно которым должны выполняться следующие равенства:  $11+4=1+A$  и  $5+2=0+Z$ .

Следовательно массовое число искомого ядра  $A = 14$ , а его атомный номер  $Z = 7$ . Атомному номеру  $Z = 7$  в Периодической системе химических элементов соответствует ядро азота. Таким образом, уравнение ядерной реакции имеет вид:  $^{11}_5\text{B} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^1_0\text{n} + ^{14}_7\text{N}$ .

**Ответ:**  $^{11}_5\text{B} + ^4_2\text{He} \rightarrow ^1_0\text{n} + ^{14}_7\text{N}$ .

**Задача 3.** При облучении ядер изотопа фтора  $^{19}_9\text{F}$  протонами образуется ядро изотопа кислорода  $^{16}_8\text{O}$ . Определите энергетический выход этой реакции.

**Дано:**  $^{19}_9\text{F}$ ,  $^1_1\text{p}$ ,  $^{16}_8\text{O}$ .

**Найти:**

$Q - ?$

**Решение.** Для определения количества энергии, выделившейся или поглощенной в ядерной реакции необходимо сравнить сумму масс частиц, вступающих в реакцию с суммой масс продуктов реакции. Если сумма масс частиц, вступающих в реакцию больше суммы масс

продуктов реакции, то реакция идет с выделением энергии. Если сумма масс частиц вступающих в реакцию меньше суммы масс продуктов реакции, то реакция идет с поглощением энергии.

Уравнение ядерной реакции имеет вид:  ${}^{19}_9\text{F} + {}^1_1\text{p} = {}^{16}_8\text{O} + {}^A_Z\text{X}$ , где  ${}^A_Z\text{X}$  – неизвестная частица. Из закона сохранения числа нуклонов (массового числа) и закона сохранения электрического заряда, следует, что этой частицей является ядро изотопа гелия  ${}^4_2\text{He}$ . Следовательно, уравнение ядерной реакции имеет вид  ${}^{19}_9\text{F} + {}^1_1\text{p} = {}^{16}_8\text{O} + {}^4_2\text{He}$ . Общая масса исходных ядер:

$$M_1 = m({}^{19}_9\text{F}) + m({}^1_1\text{p}) = 18,99840 \text{ а.е.м.} + 1,00783 \text{ а.е.м.} = 20,00623 \text{ а.е.м.}$$

Общая масса продуктов реакции:

$$M_2 = m({}^{16}_8\text{O}) + m({}^4_2\text{He}) = 15,99491 \text{ а.е.м.} + 4,00260 \text{ а.е.м.} = 19,99751 \text{ а.е.м.}$$

Следовательно, дефект массы в данной ядерной реакции положителен и составляет

$$\Delta m = M_1 - M_2 = 20,00623 \text{ а.е.м.} - 19,99751 \text{ а.е.м.} = 0,00872 \text{ а.е.м.}$$

Энергетический выход этой реакции  $Q = \Delta mc^2$ , где  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  – скорость света в вакууме. Подставив числовые значения, получим:

$$Q = 0,00872 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \left( 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 = 1,3 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}.$$

**Ответ:**  $Q = 1,3 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$ .

**Задача 4.** Покажите, что ядро изотопа бериллия  ${}^8_4\text{Be}$  (с массой 8,005308 а.е.м.) нестабильно и распадается на две  $\alpha$ -частицы.

**Дано:**  ${}^8_4\text{Be}$ ,  ${}^4_2\text{He}$ .

**Найти:**  $\Delta m$  – ?

**Решение.** Самопроизвольный распад атомного ядра возможен при условии, что масса исходного ядра больше суммы масс продуктов реакции, поскольку в этом случае реакция распада ядра идет с выделением энергии. Если масса исходного ядра меньше суммы масс продуктов реакции, то его самопроизвольный (без подвода энергии извне) распад невозможен. Масса исходного ядра  $M_1 = 8,005308 \text{ а.е.м.}$ . Общая масса продуктов предполагаемого самопроизвольного распада  $M_2 = 2m({}^4_2\text{He}) = 2 \cdot 4,002608 \text{ а.е.м.} = 8,005216 \text{ а.е.м.}$

Следовательно,  $\Delta m = M_1 - M_2 > 0$ , поэтому самопроизвольный распад  ${}^8_4\text{Be} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$  возможен и сопровождается выделением энергии  $E = \Delta mc^2$ , где  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  – скорость света в вакууме.

Подставив числовые значения физических величин, получим  $\Delta m = 8,05308 \text{ а.е.м.} - 8,005216 \text{ а.е.м.} = 0,000092 \text{ а.е.м.}$

$$E = 0,000092 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \left( 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

**Ответ:** При самопроизвольном распаде ядра  ${}^8_4\text{Be}$  на две  $\alpha$  – частицы выделяется энергия  $E = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$ .

**Задача 5.** При облучении ядер изотопа марганца  ${}^{55}_{25}\text{Mn}$  неизвестными частицами образуются ядра изотопа железа  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  и нейтроны – по одному на каждый акт превращения. Определите, какие частицы вызвали данную реакцию и составьте уравнение этой реакции.

**Дано:**  ${}^{55}_{25}\text{Mn}$ ,  ${}^{54}_{26}\text{Fe}$ ,  ${}_0^1\text{n}$ .

**Найти:**  ${}_Z^AX$  – ?

**Решение.** Для определения неизвестной частицы запишем уравнение ядерной реакции в виде:  ${}^{55}_{25}\text{Mn} + {}_Z^AX \rightarrow {}^{56}_{26}\text{Fe} + {}_0^1\text{n}$ , где

${}_Z^AX$  – неизвестная частица. Из закона сохранения числа нуклонов (массового числа) следует, что массовое число искомой частицы  $A = 2$ .

Согласно закону сохранения электрического заряда, атомный номер частицы  $Z = 1$ . Следовательно, искомой частицей должно быть ядро дейтерия  ${}_1^2\text{H}$ .

**Ответ:** искомой частицей является ядро изотопа дейтерия  ${}_1^2\text{H}$ .

**Задача 6.** При взаимодействии очень медленного нейтрона с ядром изотопа бора  ${}^{10}_5\text{B}$  образуются  $\alpha$  – частица и ядро неизвестного изотопа. Составьте уравнение реакции и определите: ядро неизвестного изотопа, энергетический выход реакции и кинетические энергии её продуктов.

**Дано:**  ${}^{10}_5\text{B}$ ,  ${}_0^1\text{n}$ ,  ${}_2^4\text{He}$ .

**Найти:**  ${}_Z^AX$  – ?  $Q$  – ?  $E_3$  – ?  $E_4$  – ?

**Решение.** Систему отсчета свяжем с лабораторией, и будем считать её инерциальной. Предположим, что в рассматриваемой системе отсчета ядро–мишень (ядро бора) покоится. В качестве физической системы рассмотрим систему, состоящую «из ядер  $^{10}_5\text{B}$ ,  $^4_2\text{He}$ , нейтрона и ядра неизвестного изотопа». Можно выделить два состояния этой системы: начальное – непосредственно перед поглощением нейтрона ядром бора; конечное – сразу после распада промежуточного ядра, которое образуется при поглощении нейтрона ядром – мишенью.

Интенсивность взаимодействия рассматриваемой системы с окружающей средой пренебрежительно мала по сравнению с взаимодействиями внутри самой системы, поэтому её можно считать замкнутой и описать законами сохранения электрического заряда, суммарного числа нуклонов, полной энергии и импульса.

В соответствии с законом сохранения заряда общий заряд системы до и после взаимодействия должен быть одинаковым, т.е.  $Q_{\text{нач}} = Q_{\text{кон}}$ . Начальный заряд системы равен сумме зарядов ядра–мишени и нейтрона, т.е.  $q_{\text{нач}} = (5 + 0)e = 5e$ , где  $e$  – заряд протона.

Конечный заряд системы равен сумме зарядов ядра гелия и ядра неизвестного изотопа, т.е.  $q_{\text{кон}} = (2 + Z)e$ , где  $Z$  – порядковый номер неизвестного изотопа в таблице химических элементов. Откуда  $(2 + Z)e = 5e$ , т.е.  $Z = 3$ . В соответствии с законом сохранения числа нуклонов сумма массовых чисел на входе и выходе ядерной реакции одинакова, т.е.  $A_{\text{нач}} = A_{\text{кон}}$ .  $A_{\text{нач}} = 10 + 1 = 11$ ;  $A_{\text{кон}} = 4 + x$ , где  $x$  – число нуклонов в искомом ядре. Откуда  $x = 7$ . Следовательно, искомым ядром является ядро изотопа лития  $^7_3\text{Li}$ , а реакция имеет вид:  $^{10}_5\text{B} + ^1_0\text{n} \rightarrow (^{11}_5\text{B})^* \rightarrow ^7_3\text{Li} + ^4_2\text{He}$ . Для определения кинетических энергий ядер изотопов  $^7_3\text{Li}$  и  $^4_2\text{He}$  воспользуемся законами сохранения полной энергии и полного импульса рассматриваемой физической системы, в соответствии с которыми:

$$\begin{cases} W_{\text{нач}} = W_{\text{кон}} \\ \vec{p}_{\text{нач}} = \vec{p}_{\text{кон}} \end{cases}$$

Начальная энергия системы  $W_{\text{нач}} = m_1 c^2 + m_2 c^2 + \frac{m_1 v^2}{2}$ , где  $m_1 c^2$  и  $m_2 c^2$  – собственные энергии нейтрона и ядра  $^{10}_5\text{B}$ ,  $\frac{m_1 v_0^2}{2}$  –

кинетическая энергия нейтрона, которая по условию задачи мала. Следовательно,  $W_{нач} = m_1c^2 + m_2c^2$ . Полная энергия системы в конечном состоянии  $W_{кон} = m_3c^2 + m_4c^2 + E_3 + E_4$ , где  $m_3c^2$  и  $m_4c^2$  – собственные, а  $E_3$  и  $E_4$  – кинетические энергии ядер  ${}^7_3\text{Li}$  и  ${}^4_2\text{He}$ , соответственно. Начальный импульс системы  $\vec{p}_н = m_1\vec{v}_0 \approx 0$ , а её конечный импульс  $\vec{p}_{кон} = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$ , где  $\vec{p}_3$  и  $\vec{p}_4$  – импульсы ядер  ${}^7_3\text{Li}$  и  ${}^4_2\text{He}$ , соответственно. Следовательно,

$$\begin{cases} m_1c^2 + m_2c^2 = m_3c^2 + m_4c^2 + E_3 + E_4 \\ \vec{0} = \vec{p}_3 + \vec{p}_4 \end{cases}$$

Энергетический выход реакции по определению равен разности собственных энергий её начальных и конечных продуктов, т.е.  $Q = (m_1 + m_2 - m_3 - m_4)c^2$ . Заменяя массы ядер массами атомов соответствующих изотопов, после вычислений получим:  $Q = 2,8$  МэВ. Переходя к скалярной форме записи закона сохранения импульса для модулей импульсов, получим:  $p_3 = p_4$ .

$$\text{Следовательно, } \begin{cases} Q = E_3 + E_4 \\ p_3 = p_4 \end{cases}$$

Принимая во внимание, что энергетический выход реакции мал по сравнению с собственными энергиями её продуктов, т.е.  $Q \ll m_3c^2; Q \ll m_4c^2$  (проверьте это самостоятельно), для расчета кинетических энергий и импульсов продуктов реакции можно воспользоваться классическими формулами. Поэтому  $E_3 = \frac{m_3v_3^2}{2} = \frac{p_3^2}{2m_3}$ ,

откуда  $p_3 = \sqrt{2m_3E_3}$ . Аналогично  $p_4 = \sqrt{2m_4E_4}$ . С учетом полученных значений для модулей импульсов ядер  ${}^7_3\text{Li}$  и  ${}^4_2\text{He}$  последняя система уравнений может быть записана в виде:

$$\begin{cases} E_3 + E_4 = Q \\ m_3E_3 = m_4E_4 \end{cases}, \text{ откуда } E_3 = \frac{Qm_4}{m_3 + m_4}; E_4 = \frac{Qm_3}{m_3 + m_4}.$$

Округлив, значения масс ядер до целых чисел получим:  $E_3 = \frac{4}{11}Q$ ;  $E_4 = \frac{7}{11}Q$ . Численно:  ${}^A_Z\text{X} = {}^7_3\text{Li}$ ,  $Q = 2,8$  МэВ,  $E_3 = 1,02$  МэВ,  $E_4 = 1,78$  МэВ.

**Задача 7.** Ядро изотопа тория  ${}^{230}_{90}\text{Th}$  превратилось в ядро изотопа радия  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ . Какую частицу испустило ядро тория?

**Дано:**  ${}^{230}_{90}\text{Th}$ ,  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ .

**Найти:**  ${}^A_Z\text{X} - ?$

**Решение.** Для определения неизвестной частицы запишем уравнение ядерной реакции в виде:  ${}^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra} + {}^A_Z\text{X}$ , где  ${}^A_Z\text{X}$  – неизвестная частица. Для определения массового числа и атомного номера неизвестного ядра воспользуемся законами сохранения числа нуклонов и электрического заряда. Из закона сохранения числа нуклонов (массового числа) следует, что  $230 = 226 + A$ . Откуда массовое число искомой частицы  $A = 4$ . Согласно закону сохранения электрического заряда, должно выполняться равенство:  $90 = 88 + Z$ . Следовательно, атомный номер частицы  $Z = 4$ . Атомному номеру  $Z = 4$  в Периодической системе химических элементов соответствует ядро гелия  ${}^4_2\text{He}$ . Таким образом, уравнение ядерной реакции имеет вид  ${}^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra} + {}^4_2\text{He}$ .

**Ответ:** Ядро тория испустило  $\alpha$  – частицу.

**Задача 8.** Какая доля атомов радиоактивного образца изотопа германия  ${}^{68}_{32}\text{Ge}$  с периодом полураспада  $T_{1/2} = 270$  суток сохранится через промежуток времени  $t = 4,5$  года?

**Дано:**  ${}^{68}_{32}\text{Ge}$ ,  $T_{1/2} = 270$  суток,  $t = 4,5$  года.

**Найти:**  $\frac{N}{N_0} - ?$

**Решение.** Если в момент времени  $t_0 = 0$  количество радиоактивных ядер германия  $N_0$ , а в момент времени  $t$  их количество –  $N$ , то согласно закону радиоактивного распада  $N = N_0 \cdot 2^{t/T_{1/2}}$ . Следовательно, доля не распавшихся атомов германия  $\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ .

Подставив числовые значения физических величин, получим

$$\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{4,5 \cdot 365}{270}} = 2^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-2}$$

**Ответ:** Сохранится 1,5% исходного образца германия.

**Задача 9.** Для измерения периода полураспада радиоактивного вещества был использован счетчик импульсов. В течение промежутка  $\Delta t = 1,0$  мин было зарегистрировано  $n_1 = 250$  импульсов, а спустя промежуток времени  $t = 60$  мин. после начала первого измерения зарегистрировано  $n_2 = 92$  импульса за минуту. Определите период полураспада  $T_{1/2}$ .

**Дано:**  $\Delta t = 1,0$  мин,  $n_1 = 250$ ,  $n_2 = 92$ ,  $t = 60$  мин.

**Найти:**  $T_{1/2} - ?$

**Решение.** Естественный радиоактивный распад атомных ядер происходит самопроизвольно, без всякого воздействия извне. В нем одновременно участвует большое количество ядер, поэтому этот процесс носит статистический характер. Если радиоактивное вещество содержит  $N$  атомов, то количество атомов  $\Delta N$ , распадающихся за промежуток времени  $\Delta t$ , прямо пропорционально количеству атомов, то есть  $\Delta N = -\lambda N \Delta t$ . Коэффициент пропорциональности  $\lambda$  называют постоянной распада. Пусть в момент начала первого отсчета числа импульсов количество радиоактивных ядер составляло  $N_0 \gg n_1$ . Если считать, что число распавшихся ядер равно числу регистрируемых импульсов, то  $\Delta N = n_1 = -\lambda N_0 \Delta t$ . Через промежуток времени  $t = 60$

мин. после первого измерения осталось  $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$  радиоактивных атомов. В этом случае число зарегистрированных импульсов  $n_2 = -\lambda N \Delta t = -\lambda N_0 \Delta t \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ . Следовательно,  $n_2 = n_1 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ . Прологарифмировав последнее выражение, получим  $\lg \frac{n_1}{n_2} = \frac{t}{T_{1/2}} \lg 2$ .

Откуда искомый период полураспада  $T_{1/2} = \frac{t \cdot \lg 2}{\lg \frac{n_1}{n_2}}$ . Подставив числовые

значения физических величин, получим

$$T_{1/2} = \frac{3600 \text{ с} \cdot 0,3010}{\lg \frac{250}{92}} = \frac{3600 \text{ с} \cdot 0,3010}{0,4346} = 2,49 \cdot 10^3 \text{ с}.$$

**Ответ:** Период полураспада радиоактивного вещества  $T_{1/2} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ с}$ .

**Задача 10.** В микрокалориметре теплоемкостью

$C = 1,0 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$  находится  $m = 100 \text{ мг}$  изотопа  ${}^{61}_{27}\text{Co}$ . При распаде одного ядра кобальта выделяется энергия  $Q = 2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . Через промежуток времени  $\Delta t = 50 \text{ мин.}$  температура калориметра повысилась на  $\Delta T = 0,06 \text{ К}$ . Определите период полураспада ядер изотопа  ${}^{61}_{27}\text{Co}$ .

**Дано:**  $C = 1,0 \frac{\text{кДж}}{\text{К}}$ ,  $m = 100 \text{ мг}$ ,  $t = 50 \text{ мин}$ ,  $\Delta T = 0,06 \text{ К}$ .

**Найти:**  $T_{1/2} - ?$

**Решение.** Систему отсчета свяжем с лабораторией, и будем считать ее инерциальной. Предположим, что микрокалориметр по отношению к рассматриваемой системе отсчета покоится. Ядро  ${}^{61}_{27}\text{Co}$  является  $\beta$ -радиоактивным и после испускания электрона превращается в стабильное ядро  ${}^{61}_{28}\text{Ni}$ , причем процесс радиоактивного распада исходного ядра сопровождается испусканием электронного антинейтрино.

Испускаемые ядром электрон и антинейтрино возникают в результате превращения одного из нейтронов ядра в протон. В качестве первой физической системы рассмотрим “радиоактивный препарат кобальта”. Эта система может быть описана законом радиоактивного распада. Во вторую физическую систему включим микрокалориметр и радиоактивный препарат кобальта. Если пренебречь энергией, уносимой антинейтрино через стенки микрокалориметра и потерями энергии в окружающую среду, вследствие теплопроводности стенок, то рассматриваемую физическую систему можно считать замкнутой и описать законом сохранения полной энергии, в соответствии с которым  $W = \text{const}$ , т.е.  $\Delta W = 0$ .

В качестве начального состояния обеих систем выберем состояние в момент времени  $t_0 = 0$ . В этот момент времени радиоактивный препарат (первая из выделенных физических систем) содержал  $N_0$  не распавшихся ядер  ${}^{61}_{27}\text{Co}$ . Причем  $N_0 = \frac{m}{M} N_A$ , где  $M = 61 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$  молярная масса исходного изотопа,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  – постоянная Авогадро,  $m$  – масса препарата. В качестве конечного состояния обеих систем выберем состояние через  $t = 50 \text{ минут}$ . К этому моменту в микрокалориметре осталось  $N$  нераспавшихся радиоактивных ядер. Причем, в соответствии с законом радиоактивного распада

$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$ , где  $T_{1/2}$  – искомый период полураспада. Следовательно, число распавшихся ядер

$$N_p = N_0 - N = N_0 \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \right) = \frac{m}{M} N_A \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \right).$$

Изменение полной энергии второй физической системы при ее переходе изначального состояния в конечное  $\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2$ , где  $\Delta W_1$  – изменение энергии микрокалориметра,  $\Delta W_2$  – изменение энергии радиоактивного препарата. Если пренебречь изменением объема микрокалориметра в результате повышения его температуры, то  $\Delta W_1 = \Delta U_1 = C \Delta T$ , где  $\Delta U$  – изменение внутренней энергии микрокалориметра,  $C$  – его теплоемкость.

$\Delta W_2 = \Delta U_2 + \Delta E$ , где  $\Delta U_2 = cm \Delta T$  – изменение внутренней энергии препарата,  $c$  – удельная теплоемкость кобальта,  $\Delta E$  – изменение внутриядерной энергии распавшихся ядер. При радиоактивном  $\beta^-$  – распаде одного ядра кобальта энергия связи возрастает с  $E_1 = 534,1 \text{ МэВ}$  до  $E_2 = 534,7 \text{ МэВ}$ , поэтому изменение внутренней энергии препарата  $\Delta E = (E_1 - E_2) N_p = -\Delta E_0 N_p$ , т.е.

$$\Delta E = -\Delta E_0 \frac{m}{M} N_A \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \right). \text{ Следовательно, } \Delta W_2 = cm \Delta T - \Delta E_0 \frac{m}{M} N_A \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \right).$$

$$\text{Поскольку } \Delta W_1 + \Delta W_2 = 0, \text{ то } \Delta W_2 = cm \Delta T - \Delta E_0 \frac{m}{M} N_A \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \right).$$

Откуда  $e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} = \left( 1 - \frac{(C + cm) M \Delta T}{m N_A E_0} \right)$ . Логарифмируя последнюю формулу

по основанию  $e$  получим:  $-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t = \ln \left( 1 - \frac{(C + cm) M \Delta T}{m N_A E_0} \right)$ . Отсюда

$$T_{1/2} = - \frac{t \ln 2}{\ln \left[ 1 - \frac{(C + cm) M \Delta T}{m N_A E_0} \right]}.$$

Подставив числовые значения величин, входящих в последнюю формулу, получим:  $T = 2t = 100$  мин.

Заметим, что для упрощения расчетов можно учесть, что  $cm = C$  и потерями энергии на нагревание самого активного препарата пренебречь. Кроме того, для определения числа нераспавшихся ядер можно пользоваться формулой закона радиоактивного распада, приведенной в школьном учебнике  $N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$ . Покажите самостоятельно, что в этом случае формула для расчета периода полураспада имеет вид:

$$T = -\frac{t}{\log_2 \left( 1 - \frac{MC\Delta T}{mN_A \Delta E_0} \right)},$$

а числовое значение  $T$  получается тем же.

**Задача 11.** Альфа-распад радиоактивного ядра плутония  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$  сопровождается испусканием  $\gamma$ -кванта с энергией  $E_\gamma = 90$  кэВ. Определите скорость  $\alpha$  – частицы, испускаемой ядром плутония.

**Дано.**  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ ,  ${}^4_2\text{He}$ ,  $E_\gamma = 90$ кэВ.

**Найти:**  $v_\alpha$  – ?

**Решение.** Предположим, что ядро  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$  по отношению к системе отсчета, связанной с лабораторией, покоится. В качестве физической системы рассмотрим систему “исходное ядро – продукты распада”. Можно выделить два состояния этой физической системы: начальное – в момент непосредственно перед испусканием  $\alpha$  – частицы и конечное – в момент непосредственно после вылета из образовавшегося дочернего ядра  $\gamma$  – кванта. Выделенную физическую систему можно считать замкнутой, поскольку силы, обусловленные ее взаимодействием с окружающей средой пренебрежительно малы по сравнению с внутренними (ядерными) силами, и использовать для ее описания законы сохранения электрического заряда, числа нуклонов, полной энергии и импульса. Заряд системы в начальном состоянии равен заряду ядра плутония  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ , т.е.  $q_{\text{нач}} = 94e$ , где  $e$  – заряд протона, а ее заряд в конечном состоянии – сумме зарядов ядра  ${}^4_2\text{He}$  и неизвестного ядра, которое образовалось в результате распада, т.е.  $q_{\text{кон}} = (2 + Z)e$ , где  $Z$  – порядковый номер образовавшегося ядра. Принимая во внимание, что

$q_{нач} = q_{кон}$ , получим:  $94e = (2 + Z)e$ , откуда  $Z = 92$ .

Число нуклонов в образовавшемся ядре определим из закона сохранения числа нуклонов, согласно которому  $A_{нач} = A_{кон}$ , т.е.  $239 = 4 + x$ , с учетом этого  $x = 235$ . Следовательно, при  $\gamma$ -распаде ядра  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$  образуется ядро  ${}_{92}^{235}\text{U}$ . Заметим, что этот результат можно было получить непосредственно из правила смещения для  $\alpha$ -распада, которое является следствием рассмотренных выше законов сохранения.

Для определения скорости  $\alpha$ -частицы воспользуемся законом сохранения энергии и законом сохранения полного импульса системы, в соответствии с которыми  $W_{нач} = W_{кон}$ ;  $\vec{p}_{нач} = \vec{p}_{кон}$ . Полная энергия системы в начальном состоянии, при сделанных выше допущениях, равна собственной энергии ядра плутония, т.е.  $W_{нач} = m_1c^2$ , а ее импульс в этом состоянии  $\vec{p}_{нач} = \vec{0}$ . Полная энергия системы в конечном состоянии является суммой, собственных и кинетических энергий ядер  ${}_{92}^{235}\text{U}$  и  ${}_2^4\text{He}$ , и энергии  $\gamma$ -кванта, а ее импульс равен векторной сумме импульсов  $\gamma$ -кванта и этих ядер. Следовательно,  $W_{кон} = m_2c^2 + m_3c^2 + E_2 + E_3 + E_0$ , где  $m_2c^2$  и  $m_3c^2$  – собственные энергии, а  $E_2$  и  $E_3$  – кинетические энергии ядер  ${}_{92}^{235}\text{U}$  и  ${}_2^4\text{He}$ , соответственно,  $E_0$  – энергия  $\gamma$ -кванта.

$$p_{кон} = m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 + \vec{p}_0,$$

$$\text{где } p_0 = \frac{h\nu}{c} = \frac{E_0}{c} = 4,8 \cdot 10^{-28} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \quad - \quad \text{импульс } \gamma\text{-кванта,}$$

который очень мал и в дальнейшем мы его не будем учитывать. Приравнявая начальные и конечные значения энергий и импульсов, получим:

$$\begin{cases} m_1c^2 = m_2c^2 + m_3c^2 + E_2 + E_3 + E_0 \\ m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 = \vec{0} \end{cases}$$

Энергия, выделившаяся в процессе распада исходного ядра, равна разности собственных энергий исходного ядра и продуктов распада, т.е.  $(m_1 - m_2 - m_3)c^2 = Q$ . Поэтому закон сохранения энергии можно записать в виде:  $E_2 + E_3 = Q - E_0$ . Переходя к скалярной форме записи закона сохранения импульса (без учета импульса  $\gamma$ -кванта), получим:

$$m_3v_3 = m_4v_4.$$

Заменив массы ядер массами атомов соответствующих изотопов и сделав вычисления, получим:  $Q = 5,24 \text{ МэВ}$  (проверьте этот результат самостоятельно, взяв значения масс из таблиц). Так как энергетический выход реакции  $Q$  значительно меньше собственных энергий продуктов распада, то можно использовать классические выражения для кинетических энергий продуктов распада. Следовательно,  $E_3 = \frac{m_3 v_3^2}{2}$ ,

$$E_4 = \frac{m_4 v_4^2}{2}.$$

Поэтому аналитические выражения законов сохранения полной энергии и импульса запишутся в виде:

$$\begin{cases} \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_3 v_3^2}{2} = Q - E_0 \\ m_2 v_2 = m_3 v_3 \end{cases}$$

Решив эту систему относительно  $v_3$ , получим:

$$v_3 = \sqrt{\frac{2(Q - E_0)}{m_3} \frac{m_2}{(m_2 + m_3)}}.$$

Численно:  $v_3 = 1,56 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Импульс  $\alpha$ -частицы  $p_3 = m_3 v_3 = 1,04 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$  во много раз больше импульса  $\gamma$ -кванта, поэтому предположение о том, что импульсом  $\gamma$ -кванта можно пренебречь является обоснованным.

**Задача 12.** Для осуществления термоядерной реакции  ${}^2_1\text{He} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$  ядра дейтерия, ускоренные до энергии  $E = 2 \text{ МэВ}$ , направляют на мишень из трития. Детектор регистрирует нейтроны, вылетающие под углом  $\alpha = 90^\circ$  к направлению движения ядер дейтерия. Определите энергию регистрируемых нейтронов, если энергетический выход реакции равен  $Q = 14 \text{ МэВ}$ .

**Дано:**  $E = 2,0 \text{ МэВ}$ ,  $\alpha = 90^\circ$   $Q = 14 \text{ МэВ}$ .

**Найти:**  $E_4 - ?$

**Решение.** Систему отсчета свяжем с лабораторией и будем считать, что относительно её ядро-мишень (ядро  ${}^3_1\text{H}$ ) покоится. Кроме того, будем

считать, что ядро дейтерия обладает кинетической энергией, приобретенной им в результате ускорения, например, в электрическом поле. В качестве физической системы рассмотрим систему, состоящую из ядер дейтерия, трития, гелия и нейтрона. Её можно считать замкнутой и описать законами сохранения энергии и импульса, в соответствии с которыми  $W_{нач} = W_{кон}$  и  $\vec{p}_{нач} = \vec{p}_{кон}$ .

В качестве начального состояния системы выберем состояние в момент непосредственно перед взаимодействием ядра дейтерия с ядром трития, а в качестве конечного – состояние после образования ядра гелия и нейтрона. Кинетическая энергия ядра дейтерия мала по сравнению с его собственной энергией, т.е. его скорость мала по сравнению со скоростью света. Поэтому можно пользоваться классическими выражениями для кинетической энергии. Предположим, что эти же выражения применимы к ядру гелия и к нейтрону. Следовательно, начальная энергия системы  $W_{нач}$

$$= m_1 c^2 + m_2 c^2 + \frac{m_1 v_1^2}{2}, \text{ где } m_1 c^2 \text{ и } m_2 c^2 - \text{собственные энергии}$$

ядер дейтерия и трития,  $\frac{m_1 v_1^2}{2} = E$  – кинетическая энергия ядра дейтерия. Конечная энергия системы:

$$W_{кон} = \frac{m_3 v_3^2}{2} + \frac{m_4 v_4^2}{2} + m_3 c^2 + m_4 c^2, \text{ где } \frac{m_3 v_3^2}{2} \text{ и } \frac{m_4 v_4^2}{2} -$$

кинетические энергии ядра гелия и нейтрона, а  $m_3 c^2$  и  $m_4 c^2$  – их собственные энергии. Приравнивая начальное и конечное значения энергии, получим:

$$E + (m_1 c^2 + m_2 c^2) = \frac{m_3 v_3^2}{2} + \frac{m_4 v_4^2}{2} + (m_3 c^2 + m_4 c^2).$$

Принимая во внимание, что энергия, выделившаяся в результате ядерной реакции, равна разности собственных энергии её исходных и конечных продуктов, т.е.  $Q = (m_1 + m_2)c^2 - (m_3 + m_4)c^2$ , получим

$$E + Q = \frac{m_3 v_3^2}{2} + \frac{m_4 v_4^2}{2}.$$

Начальный импульс системы равен импульсу ядра дейтерия, т.е.  $\vec{p}_{нач} = m_1 \vec{v}_1$ ; конечный – векторной сумме импульсов ядра гелия и нейтрона, т.е.  $\vec{p}_{кон} = m_3 \vec{v}_3 + m_4 \vec{v}_4$ . С учетом этого, математическая модель исходной задачи имеет вид:

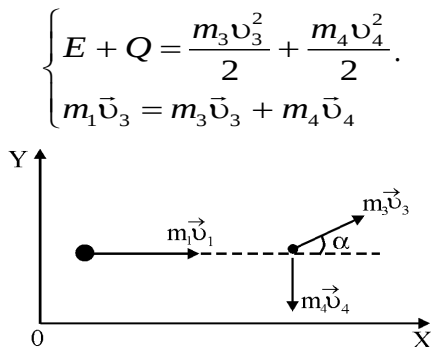


Рис.5.20

Проецируя векторные величины на ось  $OX$  и  $OY$  (рис. 5.20.) получим:

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_3 v_3 \cos \alpha \\ 0 = m_3 v_3 \sin \alpha - m_4 v_4 \end{cases}.$$

Следовательно,

$$(m_3 v_3)^2 = (m_1 v_1)^2 + (m_4 v_4)^2.$$

$$\text{Отсюда } v_3^2 = \left( \frac{m_1 v_1}{m_3} \right)^2 + \left( \frac{m_4 v_4}{m_3} \right)^2.$$

Подставив значение квадрата скорости ядра гелия  $v_3^2$  в аналитическое выражение закона сохранения энергии получим:

$$E \left( 1 - \frac{m_1}{m_3} \right) + Q = E_4 \left( 1 + \frac{m_4}{m_3} \right), \text{ где } E_4 = \frac{m_4 v_4^2}{2} - \text{искомая энергия}$$

нейтрона. Откуда  $E_4 = \frac{m_3}{m_4 + m_3} \left( Q + \frac{m_3 - m_1}{m_3} E \right)$ . Принимая во

внимание, что  $m_3 \approx 4m_4$ , а  $m_1 \approx 2m_4$  получим окончательно:

$$E_4 = \frac{4}{5} \left( Q + \frac{1}{2} E \right). \text{ Численно: } E_4 = 12 \text{ МэВ.}$$

Полученное значение кинетической энергии нейтрона мало по сравнению с его собственной энергией ( $m_4 c^2 = 931 \text{ МэВ.}$ ). Поэтому сделанное в процессе решения задачи предположение о возможности использования классических выражений для кинетических энергий и импульсов является вполне обоснованным.

**Задача 13.** Нейтральный  $\pi$ -мезон, который двигался со скоростью  $v=0,8c$ , распадается на два фотона. Определите минимальный угол разлета этих фотонов.

**Дано:**  $v=0,8c$ .

**Найти:**  $\alpha_0 - ?$

**Решение.** В качестве физической системы рассмотрим систему « $\pi$ -мезон — два фотона». Если пренебречь взаимодействием выделенной физической системы с окружающей средой, то ее можно считать замкнутой и описать законами сохранения энергии и импульса.

Скорость исходной частицы сравнима со скоростью света, поэтому необходимо использовать релятивистские выражения для энергии и импульса. В качестве начального выберем состояние системы непосредственно перед распадом  $\pi$ -мезона, а в качестве конечного — состояние в момент сразу после распада. Тогда начальная энергия системы

$W_{нач} = \gamma mc^2$ , а ее начальный импульс  $\vec{p}_{нач} = \gamma m \vec{v}$ , где  $m$  — масса  $\pi$ -мезона,  $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1}$ . Конечная энергия системы  $W_{кон} = h\nu_1 + h\nu_2$ , где

$h\nu_1$  и  $h\nu_2$  — энергии первого и второго фотонов, соответственно. Конечный импульс системы равен векторной сумме импульсов первого и второго фотонов, т.е.  $\vec{p}_{кон} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ , где  $p_1 = \frac{h\nu_1}{c}$ ,  $p_2 = \frac{h\nu_2}{c}$ .

В соответствии с законами сохранения  $W_{нач} = W_{кон}$  и  $\vec{p}_{нач} = \vec{p}_{кон}$ .

Следовательно, 
$$\begin{cases} \gamma mc^2 = h(\nu_1 + \nu_2) \\ \gamma m \vec{v} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \end{cases}$$

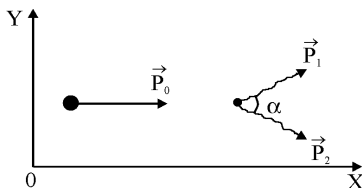


Рис.5.21.

Так как вектор  $\vec{p}_0 = \gamma m \vec{v}$  является суммой векторов  $\vec{p}_1$  и  $\vec{p}_2$ , то модуль этого вектора можно определить по теореме косинусов, согласно которой  $p_0^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 \cos(180 - \alpha)$  (рис. 5.21.).

Подставляя значения модулей импульсов обоих фотонов и принимая во внимание, что  $\cos(150 - \alpha) = -\cos \alpha$ , получим

$$(\gamma m v)^2 = (h v_1 / c)^2 + (h v_2 / c)^2 + 2 \frac{h^2 v_1 v_2}{c^3} \cos \alpha.$$

Умножив последнее уравнение на  $c$ , с учетом того, что  $v = 0,8c$ , получим математические выражения законов сохранения, описывающих рассматриваемую физическую систему в виде:

$$\begin{cases} \frac{5mc^2}{3} = h v_1 + h v_2 \\ \frac{16m^2 c^4}{9} = (h v_1)^2 + (h v_2)^2 + 2h^2 v_1 v_2 \cos \alpha \end{cases}.$$

Выразив  $h v_1$  из первого уравнения и подставив во второе, после несложных преобразований получим:  $\cos \alpha = 1 - \frac{3m^2 c^4}{2h v_2 (5mc^2 - 3h v_2)}$ .

Из последней формулы видно, что  $\cos \alpha$  является функцией только от  $V_2$ , поскольку остальные величины, входящие в неё, постоянные. Таким образом,  $\cos \alpha = f(v_2)$ . В точке максимума производная этой функции по частоте  $V_2$  обращается в нуль, т.е.  $(\cos \alpha_0)' = 0$ .

Следовательно,

$$(\cos \alpha_0)' = \left( 1 - \frac{3m^2 c^4}{2h v_2 (5mc^2 - 3h v_2)} \right)' = \frac{3m^2 c^4 (-12h^2 v_2 + 10mc^2 h)}{4h^2 v_2^2 (5mc^2 - 3h v_2)^2} = 0.$$

Откуда частота второго фотона, соответствующая минимальному углу разлета,  $v_2 = \frac{5mc^2}{6h}$ . Подставив полученное значение  $v_2$  в формулу для

$$\cos \alpha_0, \quad \text{получим} \quad \cos \alpha_0 = 0,28. \quad \text{Следовательно,} \\ \alpha_0 = \arccos 0,28 \approx 47^\circ.$$

Заметим, что определить минимальное значение угла разлета фотонов можно и без вычисления производной. Для этого исходную систему уравнений надо преобразовать к виду  $\cos \alpha = 1 - \frac{m^2 c^4}{2h^2 v_1 v_2}$ . Для того, чтобы угол  $\alpha$  был минимальным нужно, чтобы  $\cos \alpha$  был

максимальным, а это соответствует случаю, когда произведение  $v_1 v_2$  – максимально. Из математики известно, что произведение двух положительных чисел, сумма которых постоянна, является максимальным, если эти числа равны (постоянство суммы  $(v_1 + v_2)$  следует из закона сохранения энергии). Следовательно, если  $v_1 = v_2$ , то

$$2hv_1 = 2hv_2 = h(v_1 + v_2) = 5/3mc^2, \quad \text{откуда} \quad v_1 = v_2 = \frac{5mc^2}{6h}.$$

Тогда  $v_1 \cdot v_2 = \frac{25m^2c^4}{3h^2}$ . Подставив произведение  $v_1 v_2$  в формулу, определяющую угол разлета, получим:  $\cos \alpha_0 = 0,28$ , (тот же результат, что и в первом случае).

### **Задания для самостоятельной работы**

#### **Вопросы:**

1. Сравните основные физические характеристики протона и нейтрона.
2. Охарактеризуйте силы, действующие между нуклонами в ядре.
3. Какую энергию называют энергией связи; удельной энергией связи?
4. Почему энергия связи легких ядер сравнительно мала?
5. При каких ядерных процессах выделяется энергия? Почему?
6. Какую физическую величину называют дефектом массы?
7. Выведите формулу для расчета энергии связи.
8. Постройте график зависимости энергии связи от числа нуклонов в атомном ядре.
9. Выведите формулу для расчета энергетического выхода ядерной реакции.
10. В чем состоит явление радиоактивного распада?
11. Какой радиоактивный распад называют  $\alpha$ -распадом;  $\beta$ -распадом?
12. Назовите радиоактивные семейства.
13. Объясните правила смещения.
14. Выведите формулу закона радиоактивного распада.
15. В чем состоит принципиальное отличие закона радиоактивного распада от законов классической механики?
16. Что называют периодом полураспада?

17. Каков физический смысл постоянной радиоактивного распада?
18. В каких единицах измеряется активность?
19. Постройте график зависимости количества распавшихся радиоактивных ядер от времени.
20. В чем состоит радиоактивный метод, используемый для определения возраста ископаемых образцов?
21. Какие реакции называют ядерными?
22. На примере конкретной ядерной реакции, проиллюстрируйте законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов.
23. По каким причинам термоядерные реакции могут осуществляться только в плазме?
24. Докажите, что энергетически выгодным является синтез легких и распад тяжелых ядер.
25. Какую реакцию называют цепной реакцией деления ядер урана?
26. Что такое критическая масса урана? Чему она равна?
27. Назовите основные компоненты ядерного реактора.
28. Какая величина характеризует размножение нейтронов? Как будет протекать реакция деления при  $k \geq 1$ ;  $k < 1$ ?
29. Поясните схему преобразования ядерной энергии в электрическую.
30. Каковы преимущества атомных электростанций по сравнению с электростанциями других типов? В чем состоят основные проблемы атомной энергетики?
31. Как определяют дозу поглощенного излучения? В каких единицах она измеряется?
32. Что характеризует коэффициент относительной биологической активности (коэффициент качества)?
33. Дайте определение эквивалентной дозы поглощенного излучения. В каких единицах она измеряется?
34. Чему равно среднее значение эквивалентной дозы поглощенного излучения, обусловленной естественным радиационным фоном?
35. Охарактеризуйте процентный вклад различных источников ионизирующего излучения в естественный радиационный фон.
36. Как можно осуществить термоядерную реакцию?
37. Почему реакции синтеза легких ядер могут протекать лишь при температурах порядка миллиона градусов?
38. Объясните принцип действия Токамака.
39. Какие реакции называют ядерными?
40. Какие из реакций – деления тяжелых ядер или синтез легких – являются энергетически более выгодными в практических целях?

41. Как определяют дозу поглощенного излучения? В каких единицах она измеряется?
42. Что характеризует коэффициент относительной биологической активности (коэффициент качества)?
43. Дайте определения поглощенной, экспозиционной и эквивалентной доз. Назовите их единицы.
44. Чему равно среднее значение эквивалентной дозы поглощенного излучения, обусловленной естественным радиационным фоном?
45. Какие частицы называют элементарными?
46. Назовите основания, по которым осуществляют классификацию элементарных частиц.
47. В чем заключается явление аннигиляции частицы и античастицы?
48. Какую частицу называют позитроном? В чем ее отличие от электрона?
49. Какие взаимодействия относятся к числу фундаментальных взаимодействий? Назовите особенности каждого взаимодействия.

### Задачи:

1. Определите удельную энергию связи  $E_{\text{уд}}$  для ядра  ${}^4_2\text{He}$ , если масса атома гелия  $m({}^4_2\text{He}) = 4,002603$  а.е.м, масса атома водорода  $m({}^1_1\text{H}) = 1,007825$  а.е.м, масса нейтрона  $m_n = 1,008665$  а.е.м.

2. Определите полную  $E$  и удельную энергии связи  $E_{\text{б\ddot{a}}}$  для ядра  ${}^6_3\text{Li}$ , если масса атома лития  $m({}^6_3\text{Li}) = 6,015123$  а.е.м, масса атома водорода  $m({}^1_1\text{H}) = 1,007825$  а.е.м, масса нейтрона  $m_n = 1,008665$  а.е.м.

3. Определите частицу, обозначенную символом  $X$ , которая образуется в результате ядерной реакции  ${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{24}_{11}\text{Na} + {}^A_Z X$ .

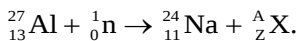
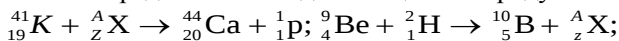
4. Число нейтронов в ядре некоторого изотопа  $N = 30$ , а удельная энергия связи  $E_{\text{уд}} = 8,8$  МэВ/нуклон. Определите атомный номер  $Z$  этого изотопа, если энергия связи нуклонов в ядре этого изотопа  $E_{\text{св}} = 493$  МэВ.

5. Запишите уравнение ядерной реакции, происходящей при облучении атомов изотопа бора  ${}^{11}_5\text{B}$   $\alpha$ -частицами и сопровождающейся испусканием нейтронов.

6. Ядро азота  ${}^{14}_7\text{N}$  захватило  $\alpha$ -частицу и испустило протон. Определите массовое число  $A$  и зарядовое число  $Z$  образовавшегося

в результате этого процесса ядра. Укажите, изотопу какого элемента принадлежит это ядро.

7. Определите недостающие продукты ядерных реакций:



8. При облучении ядер изотопа марганца  ${}_{25}^{55}\text{Mn}$  частицами образуются ядра изотопа железа  ${}_{26}^{56}\text{Fe}$  и нейтроны – по одному на каждый акт превращения. Определите, какие частицы вызвали данную реакцию и запишите ее уравнение.

9. Энергии связи ядер изотопов дейтерия  ${}^2_1\text{H}$  и  ${}^4_2\text{He}$  составляют  $E_1 = 2,2$  МэВ и  $E_2 = 7,7$  МэВ, соответственно. Определите энергетический выход  $Q$  ядерной реакции  ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} = {}^4_2\text{He}$ .

10. Удельные энергии связи ядер: изотопа  ${}^7_3\text{Li}$  –  $E_{\text{уд.1}} = 5,61$  МэВ, изотопа  ${}^2_1\text{H}$  –  $E_{\text{уд.2}} = 1,11$  МэВ, изотопа  ${}^8_4\text{Be}$  –  $E_{\text{уд.3}} = 7,06$  МэВ. Определите энергию  $E$ , выделяющуюся в реакции  ${}^7_3\text{Li} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + {}^1_0\text{n}$ .

11. При облучении ядер изотопа фтора  ${}^{19}_9\text{F}$  протонами образуется ядро изотопа кислорода  ${}^{16}_8\text{O}$ . Определите энергетический выход этой реакции, если:  $m({}^{19}_9\text{F}) = 18,99840$  а.е.м.,  $m({}^1_1\text{p}) = 1,00783$  а.е.м.,  $m({}^{16}_8\text{O}) = 15,99491$  а.е.м.,  $m({}^4_2\text{He}) = 4,00260$  а.е.м.

12. Определите энергетический выход  $Q$  ядерной реакции  ${}^7_3\text{Li} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + {}^1_0\text{n}$ , если удельные энергии связи ядер: изотопа лития  ${}^7_3\text{Li}$  –  $E_1 = 5,61 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$ , изотопа дейтерия  ${}^2_1\text{H}$  –  $E_2 = 1,11 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$ , изотопа бериллия  ${}^8_4\text{Be}$  –  $E_3 = 7,06 \frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}$ .

13. Покажите, что самопроизвольный распад ядра изотопа углерода  ${}^{11}_6\text{C}$  сопровождающийся испусканием протона  ${}^1_1\text{p}$  невозможен.

14. Покажите, что ядро изотопа бериллия  ${}^8_4\text{Be}$  нестабильно и распадается на две  $\alpha$  – частицы. Определите энергетический выход этой реакции, если  $m({}^8_4\text{Be}) = 8,005308$  а.е.м.,  $m({}^4_2\text{He}) = 4,002608$  а.е.м.

15. Определите минимальное значение энергии, которую нужно сообщить ядру изотопа  ${}^{12}_6\text{C}$  для того, чтобы разделить его на три  $\alpha$  – частицы.

16. В результате взаимодействия протона с покоящимся ядром изотопа лития  ${}^7_3\text{Li}$ , образуются две  $\alpha$  – частицы, кинетические энергии которых одинаковые. Определите кинетическую энергию  $E_1$  одной  $\alpha$ – частицы, если кинетическая энергия протона  $E_0 = 5 \text{ МэВ}$ .

17. При взаимодействии ядра дейтерия  ${}^2_1\text{H}$ , кинетическая энергия которого  $E_0 = 2,5 \text{ МэВ}$ , с покоящимся ядром трития  ${}^3_1\text{H}$ , образуется ядро гелия  ${}^4_2\text{He}$  и нейтрон  ${}^1_0\text{n}$ , вылетающий под углом  $\alpha = 90^\circ$  к направлению движения ядра дейтерия. Определите кинетическую энергию  $E$  нейтрона, если энергетический выход этой реакции  $Q = 15 \text{ МэВ}$ .

18. Определите, какую частицу испустило ядро тория  ${}^{230}_{90}\text{Th}$ , если в результате радиоактивного распада оно превратилось в ядро изотопа радия  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ .

19. В ядре изотопа кремния  ${}^{27}_{14}\text{Si}$  один из протонов превратился в нейтрон ( $\beta^+$ –распад). Определите, ядро, какого изотопа получилось в результате такого превращения.

20. После двух  $\beta^-$  – распадов и нескольких  $\alpha$  – распадов ядро изотопа урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$  превращается в ядро  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ . Определите число  $\alpha$  –распадов  $n$  ядра исходного изотопа.

21. Ядро изотопа некоторого радиоактивного элемента после испускания одной  $\alpha$  – частицы и двух электронов превратилось в ядро урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$ . Определите ядро исходного радиоактивного изотопа.

25. Ядро изотопа,  ${}^{235}_{92}\text{U}$  захватив один нейтрон, разделилось на два ядра –осколка и четыре нейтрона. Определите число нейтронов в ядре второго осколка, если первый из них является ядром изотопа цезия  ${}^{137}_{55}\text{Cs}$ .

22. Ядро изотопа,  ${}^{235}_{92}\text{U}$  захватив один нейтрон, разделилось на два ядра – осколка. Один из осколков оказался ядром изотопа стронция  ${}^{94}_{38}\text{Sr}$ , а вторым ядро изотопа ксенона  ${}^{140}_{54}\text{Xe}$ . Определите число нейтронов испущенных при делении.

23. Определите период полураспада  $T_{1/2}$  ядер радиоактивного элемента, если за промежуток времени  $\Delta t = 8$  суток, исходное число ядер уменьшилась в четыре раза.

24. Период полураспада ядер радиоактивного изотопа кобальта  ${}^{62}_{27}\text{Co}$  составляет  $T_{1/2} = 14$  минут. Определите отношение числа

радиоактивных ядер, которые не распались, к их первоначальному числу, спустя промежуток времени  $\Delta t = 28$  минут.

25. В начальный момент времени масса препарата полония  $m_0 = 64,0$  мг. Определите промежуток времени  $\Delta t$  необходимый для распада  $\Delta m = 2,0$  мг полония, если период полураспада радиоактивного полония  ${}^{204}_{84}\text{Po}$  составляет  $T_{1/2} = 3,6$  часа.

26. Определите число  $\alpha$  – распадов  $n$  ядра изотопа урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$ , если после двух  $\beta^-$  – распадов и нескольких  $\alpha$  – распадов исходное ядро превратилось в ядро изотопа  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ .

27. В результате радиоактивного распада изотопа полония  ${}^{210}_{84}\text{Po}$ , начальная масса препарата которого  $m_0 = 2,1$  г, за промежуток времени  $\Delta t = T_{1/2}$  образовалось  $V = 8,3\text{см}^3$  изотопа гелия  ${}^4_2\text{He}$ . Определите давление  $p$  гелия, если его температура  $T = 300\text{K}$ .

28. В результате радиоактивного распада изотопа полония  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  ( $T_{1/2} = 138$  суток) образуется стабильный изотоп свинца  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ . Определите массу  $m$  свинца образовавшегося в результате распада за промежуток времени  $\Delta t = 69$  суток, если масса исходного препарата  $m_0 = 1,0$  мг.

29. Определите период полураспада  $T_{1/2}$  радиоактивного изотопа, если за промежуток времени  $\Delta t = 96$  суток распадается  $n = 75\%$  первоначального количества ядер этого изотопа.

30. Определите число  $N$  не распавшихся атомов иридия через промежуток времени  $\Delta t = 15$  суток, если начальная масса радиоактивного препарата изотопа таллия  ${}^{172}_{73}\text{Tl}$  ( $T_{1/2} = 15$  суток) составляет  $m_0 = 1,37$  г.

31. Ядра радиоактивного изотопа натрия  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  в результате  $\beta^-$  – распада превращаются в ядра изотопа магния  ${}^{24}_{12}\text{Mg}$ . Определите энергию,  $W$  выделившуюся в результате распада за промежуток времени  $\Delta t = 2T_{1/2}$ , где  $T_{1/2}$  период полураспада, если начальное число ядер натрия  $N_0 = 1,0 \cdot 10^{12}$ , а масса атома  ${}^{24}_{12}\text{Mg}$  меньше массы атома  ${}^{24}_{11}\text{Na}$  на  $\Delta m = 0,99$  а.е.м.

32. При радиоактивном распаде ядра изотопа радия  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$  образуется ядро изотопа радона  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ . Определите модуль скорости ядра радона, если перед распадом ядро радия покоилось.

33. При радиоактивном распаде из ядра изотопа радона  ${}_{86}^{222}\text{Rn}$  вылетает  $\alpha$  – частица. Определите долю полной энергии освобождаемой при распаде, уносимой  $\alpha$  – частицей, если перед распадом ядро радона покоилось.

34. Изотоп свинца,  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$  содержащийся в урановой руде является конечным продуктом радиоактивного распада ядер изотопа урана. Определите возраст руды, если в руде на  $m_1 = 1,00$  кг  ${}_{92}^{238}\text{U}$  приходится  $m_2 = 320$  г  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$ .

35. Когда ядро изотопа бора  ${}_{5}^{11}\text{B}$  захватывает быстро движущийся протон, в камере Вильсона, где протекает этот процесс, образуются три одинаковых трека, расходящихся веером. Каким частицам принадлежат эти треки?

36. Ядро изотопа  ${}_{92}^{235}\text{U}$ , захватив один нейтрон, разделилось на два ядра – осколка и четыре нейтрона. Определите число нейтронов в ядре второго осколка, если первый осколок является ядром изотопа цезия  ${}_{55}^{137}\text{Cs}$ .

37. При облучении ядер изотопа  ${}_{92}^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами образуются ядра изотопов  ${}_{56}^{142}\text{Ba}$  и  ${}_{36}^{91}\text{Kr}$ . При делении промежуточного ядра  ${}_{92}^{236}\text{U}$  освобождается энергия  $E = 200$  МэВ, 84% которой приобретают осколки. Определите энергию ядра изотопа  ${}_{56}^{142}\text{Ba}$ , если модули импульсов обоих осколков одинаковые.

38. В результате термоядерной реакции  ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}$ , синтезировано  $m_0 = 2,0$  г гелия. Выделившуюся в результате реакции энергию используют для нагревания воды взятой при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$  до температуры кипения. Определите массу  $m$  кипятка, если КПД преобразования энергии  $\eta = 10\%$ .

39. Для осуществления термоядерной реакции  ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ , ядра дейтерия, ускоренные до энергии  $E = 2$  МэВ, направляют на мишень из трития. Детектор регистрирует нейтроны, вылетающие под углом  $\alpha = 90^\circ$  к направлению движения ядер дейтерия. Определите энергию регистрируемых нейтронов, если энергетический выход реакции  $Q = 14$  МэВ.

40. При делении одного ядра  ${}_{92}^{235}\text{U}$  на два осколка выделяется энергия 200 МэВ. Какая энергия выделится при «сжигании» в ядерном реакторе

$m = 1$  г этого изотопа? Сколько каменного угля нужно сжечь для получения такой энергии?

41. При делении одного ядра  ${}_{92}^{235}\text{U}$  под действием тепловых нейтронов выделяется энергия,  $E = 200$  МэВ. Определите количество энергии, освобождающейся при делении всех ядер, содержащихся в 1 г урана.

42. При делении одного ядра изотопа  ${}_{92}^{235}\text{U}$  на два осколка выделяется энергия  $E = 200$  МэВ. Определите массу  $m$  каменного угля, который нужно сжечь для получения энергии выделившейся при «сжигании» в ядерном реакторе изотопа  ${}_{92}^{235}\text{U}$  массой  $m = 1,0$  г.

43. При аннигиляции медленно движущихся электрона и позитрона образуется два  $\gamma$  – кванта. Под каким углом друг к другу они разлетаются? Какова частота возникшего излучения?

Для заметок

Для заметок

Для заметок

Учебное издание

**Луцевич** Александр Александрович  
**Малишевский** Виктор Феликсович

**ОПТИКА И КВАНТОВАЯ ФИЗИКА**

Пособие

Ответственный за выпуск *Л. М. Корневская*  
Издается в авторской редакции  
Компьютерная верстка *А. В. Емельянова*  
Техническое редактирование *М. Ю. Мошкова*  
Корректор *К. В. Батурицкая*

Подписано в печать  
Формат 60×90 1/16. Бумага офсетная.  
Усл. печ. л. 15,0. Уч.-изд. л. 7,42.  
Тираж 100 экз. Заказ №

Республиканское унитарное предприятие  
«Информационно-вычислительный центр  
Министерства финансов Республики Беларусь».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/161 от 27.01.2014, № 2/41 от 29.01.2014,  
ул. Кальварийская, 17, 220004, г. Минск.