УДК 621.372.8

А. Д. ТИТОВ, А. П. ХАПАЛЮК

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТОКА ЭНЕРГИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ МОД СИММЕТРИЧНОГО ПЛОСКОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ПОТЕРЯМИ

Поверхностные волны, как особый случай комплексных волн, играют важную роль в теории и технике диэлектрических волноводов и антенн при исследовании поверхности твердого тела. Известно, что в регулярных диэлектрических волноводах без потерь направляемые моды не имеют потока энергии через границы и представляют собой поверхностные волны [1, 2]. Учет поглощения, реально присущего всем диэлектрикам, существенно усложняет волноводную задачу, решения которой теперь ищутся в виде комплексных волн [1]. Это усложнение, в частности для плоского диэлектрического волновода (ПДВ), обусловлено наличием составляющих потока энергии, перпендикулярных к волноведущему слою [2]. При этом не существует простого и однозначного соответствия между направляемыми и поверхностными волнами [3].

Целью данной работы является анализ распределения потока энергии поверхностных волн симметричного ПДВ при учете поглощения в материалах и гибридности решений, когда структура поля определяется аналитически точно с учетом комплексности всех параметров волноводной задачи [4]. Исследуются интегральные энергетические характеристики — фактор оптического ограничения (ФОО) и фактор делокализации (ФД) мод, равные соответственно относительным долям продольного потока энергии, заключенного в среднем волноведущем слое и в крайних слоях.

Рассмотрим симметричный ПДВ с дискретным изменением комплексной диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}_j=\varepsilon_j-i\sigma_j$ на границах $x=\pm d/2$ (ось x декартовой прямоугольной системы координат нормальна к границам, вдоль оси z имеет место режим бегущей волны). Индекс $j=1$ проставляется у всех величин, характеризующих средний волноведущий слой с $\hat{\varepsilon}_1$, а индекс $j=2$ — у величин, относящихся к крайним слоям с $\hat{\varepsilon}_2$. Воспользовавшись составляющими полей гибридных мод [4] и условиями существования собственных поверхностных решений [3], ФОО поверхностных мод можно аналогично [5] представить в виде:

$$\Gamma_1=\frac{\sqrt{\Delta\varepsilon-h^2}\,[kdh\pm\sin(kdh)]}{\sqrt{\Delta\varepsilon-h^2}\,[kdh\pm\sin(kdh)]+\varepsilon h[1\pm\cos(kdh)]},\qquad(1)$$

где верхний знак отвечает симметричным, нижний — антисимметричным решениям; $\varepsilon=1$ для HE- и $\varepsilon=\varepsilon_1/\varepsilon_2$ для EH-мод; $\Delta\varepsilon=\varepsilon_1-\varepsilon_2$; $k=w/c$ — волновое число в вакууме; $h<\sqrt{\Delta\varepsilon}$ — вещественная часть нормальной к границам компоненты вектора рефракции парциальных плоских неоднородных волн в среднем слое. ФД определяется из соотношения $\Gamma_2=1-\Gamma_1$. Зависимость (1) получена для HE-мод при условиях $\varepsilon_1>\varepsilon_2$, $\sigma_1=\sigma_2$ [3, 4]. Для несобственных мод ФОО и ФД не имеют смысла, поскольку поля этих мод не удовлетворяют условию излучения Зоммерфельда при $|x|\to\infty$ [1] и, следовательно, интеграл от продольной компоненты вектора Умова — Пойнтинга по поперечному сечению расходится. Искомые величины трехмерной волноводной задачи связаны дисперсионным уравнением гибридных мод [3, 4]:

$$kdh=2\operatorname{arctg}\left(\varepsilon\frac{\sqrt{\Delta\varepsilon-h^2}}{h}\right)+m\pi,\qquad(2)$$

где $m=0, 1, 2, \ldots$, — модовое число. В частном двухмерном случае отсутствия вариаций поля по оси y: $\partial/\partial y=0$ соотношения (1), (2) справедливы для поперечных Н- и Е-мод; поля гибридных НЕ- и ЕН-мод (5 ненулевых компонент) [4] в этом случае трансформируются в поля известных поперечных Н- и Е-мод (3 ненулевых компоненты) [2].

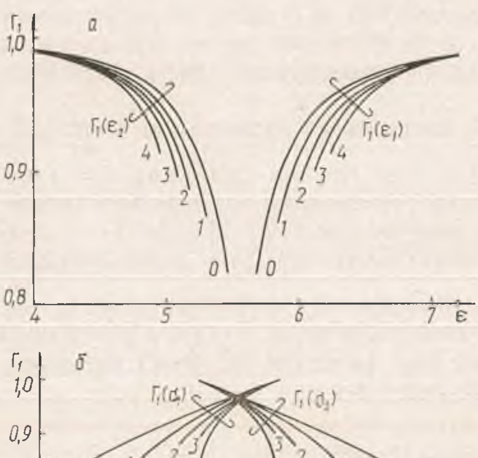
В [3] показано, что для НЕ-(Н-) волн в ПДВ с поглощением понятия поверхностных (чисто мнимые внешние поперечные волновые числа [1]) и направляемых (нет потока энергии через границы раздела сред [4]) мод эквивалентны. Графические зависимости ФОО поверхностных направляемых НЕ-(Н-) мод от нормированной частоты волновода $V=kd\sqrt{\Delta\varepsilon}$ приведены в [5].

В случае ЕН-(Е-) волн существует два типа решений [3]: поверхностные квазинаправляемые и квазиповерхностные направляемые моды. Для них выражение (1) получено при условиях $\varepsilon_1>\varepsilon_2$, $|\sigma_1|$, $|\sigma_2|\ll\varepsilon_1$, ε_2, $\Delta\varepsilon$. Кроме этого, в отличие от НЕ-(Н-) мод, для ЕН-(Е-) мод приведенная частота kd в (1), (2) однозначно выражается через h. Для поверхностных квазинаправляемых мод

$$kd=\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2\sqrt{\Delta\varepsilon-h^2}\,[2h^2(\sigma_2/\varepsilon_2-\sigma_1/\varepsilon_1)+\Delta\sigma]}{\Delta\sigma\Delta\varepsilon\,[h^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)-\varepsilon_1^2]}>0, \tag{3}$$

где $\Delta\sigma=\sigma_1-\sigma_2$. Для квазиповерхностных направляемых мод

$$kd=\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2\sqrt{\Delta\varepsilon-h^2}\,[2\sigma_2(\Delta\varepsilon-h^2)/\varepsilon_2-\Delta\sigma+2\sigma_1h^2/\varepsilon_1]}{\Delta\varepsilon\,[h^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)-\varepsilon_1^2]\,[2\sigma_2(\Delta\varepsilon-h^2)/\varepsilon_2-\Delta\sigma]}>0. \tag{4}$$



Фактор оптического ограничения поверхностных квазинаправляемых ЕН-(Е-) мод как функция параметров материалов ε_1 и ε_2 (*а*), σ_1 и σ_2 (*б*). Цифры соответствуют номерам мод

Поэтому для ЕН-(Е-) мод, в отличие от НЕ-(Н-) мод, нельзя построить универсальные зависимости $\Gamma_1(V)$ и $\Gamma_2(V)$, не зависящие от параметров сред. Для этих мод ФОО и ФД (1) однозначно определяются комплексными диэлектрическими проницаемостями материалов посредством формул (2)—(4). Рисунок иллюстрирует зависимости $\Gamma_1(\varepsilon_1)$, $\Gamma_1(\varepsilon_2)$, $\Gamma_1(\sigma_1)$, $\Gamma_1(\sigma_2)$ при фиксированных трех остальных соответствующих параметрах сред для четырех низших поверхностных квазинаправляемых ЕН-(Е-) мод на примере материалов стекло С88-1 (волноведущий слой) — стекло С47-1 (окружение): $\varepsilon_1=6{,}1$; $\sigma_1=0{,}04575$; $\varepsilon_2=5{,}1$; $\sigma_2=0{,}0459$ на частоте 10 ГГц [6]. Сравнение с аналогичными зависимостями ФОО для квазиповерхностных направляемых ЕН-(Е-) мод [5] показывает, что в отличие от них для поверхностных квазинаправляемых ЕН-(Е-) мод при $\sigma_1\to\sigma_2$ или $\sigma_2\to\sigma_1$ имеет место не делокализация, а полная локализация мод. Увеличение $\Delta\varepsilon$ также не ухудшает, а улучшает концентрацию энергии в среднем слое. Таким образом, по характеру зависимости от параметров материалов волновода энергетические характеристики поверхностных квазинаправляемых и квазиповерхностных направляемых ЕН-(Е-) мод прямо противоположны друг другу. Численный анализ показывает, что эти два вида ЕН-(Е-) мод не имеют общих областей существования по параметрам диэлектриков, т. е., если в ПДВ с поглощением существуют

ЕН-(Е-) волны, то это могут быть либо поверхностные квазинаправляемые, либо квазиповерхностные направляемые моды. Утверждение справедливо только по отношению к собственным решениям.

Список литературы

1. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах.— М., 1969.
2. Гончаренко А. М., Карпенко В. А. Основы теории оптических волноводов.— Минск, 1983.
3. Рудницкий А. С., Титов А. Д., Хапалюк А. П. // Труды Респ. науч.-техн. совещ.: Функциональные оптоэлектронные элементы и устройства для аппаратуры средств связи.— Минск, 1984.— С. 104.
4. Титов А. Д., Хапалюк А. П. // Изв. вузов. Радиофизика.— 1983.— Т. 26.— № 4.— С. 455; № 5.— С. 593.
5. Рудницкий А. С., Титов А. Д., Хапалюк А. П. // Радиотехника.— 1985.— С. 68.
6. Справочник по элементам радиоэлектронных устройств / Под ред. В. Н. Дулина, М. С. Жука.— М., 1977.— С. 429.

Поступила в редакцию 13.05.85.

УДК 517.51

Л. И. ШЛОМА

ОБ ОЦЕНКАХ УКЛОНЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ ОТ ПОЛИНОМОВ ИЗ НЕКОТОРОГО СЕМЕЙСТВА

Обозначим $T_k(x)=\cos k \arccos x$, $S_k(x)=\sin k \arccos x$, $k=0, 1, \dots$; $a_k^{(r)}=a_k(f^{(r)})$ — коэффициенты Фурье — Чебышева функции $f^{(r)}(x)$; $w(f;\ \delta)$ — модуль непрерывности $f(x)$; $\bar{f}(\varphi)=f(\cos\varphi)$ — функция, индуцированная по отношению к $f(x)$; $\Phi(f;\ \varphi,\ \theta)=\bar{f}(\theta+\varphi)-2\bar{f}(\varphi)+\bar{f}(\theta-\varphi)$. Имеет место

Лемма. Пусть $f(x)\in C^r[-1, 1]$, $r\in N$. Тогда для любого $x\in[-1, 1]$ справедливо разложение

$$f(x)\sim P_{2r}(x)+\sum_{m=0}^{\left[\frac{r}{2}\right]} x^{r-2m}(1-x^2)^m\tau^{(r)}(2m,\ x)+ \\ +\sum_{m=1}^{\left[\frac{r+1}{2}\right]} x^{r-2m+1}(1-x^2)^{m-\frac{1}{2}}\tau^{(r)}(2m-1,\ x), \tag{1}$$

где $P_{2r}(x)$ — алгебраический многочлен степени $2r$, $\tau^{(r)}(2m,\ x)=$ $=\sum_{k=r+1}^{\infty} p_{2m}^{(r)}(k)\, a_k^{(r)} T_k(x)$, $\quad \tau^{(r)}(2m-1,\ x)=\sum_{k=r+1}^{\infty} p_{2m-1}^{(r)}(k)\, a_k^{(r)} S_k(x)$.

Множители $p_j^{(r)}(k)$ вычисляются по следующим рекуррентным формулам:

$$p_0^{(1)}(k)=-\frac{1}{k^2-1},\quad p_1^{(1)}(k)=-\frac{k}{k^2-1}; \tag{2}$$

$$p_j^{(r+1)}(k)=\frac{1}{2}\left\{\frac{p_j^{(r)}(k+1)}{k+1}-\frac{p_j^{(r)}(k-1)}{k-1}+\right. \\ \left.+(-1)^j\left[\frac{p_{j-1}^{(r)}(k+1)}{k+1}+\frac{p_{j-1}^{(r)}(k-1)}{k-1}\right]\right\},$$

$$j=\overline{0,\ r+1};\qquad p_{-1}^{(r)}(k)=p_{r+1}^{(r)}(k)=0.$$