$$\delta(t) = -\int_t^{2\pi} [\cos(\tau - t) - \sin(\tau - t)]\, v(\tau)\, d\tau, \quad t \in [0;\, 2\pi].$$

Начальное двойственное управление $v(t) \equiv 1/2\pi$, $t \in [0;\, 2\pi]$, $\varphi_1(v(\cdot)) = \frac{\pi + 4}{2\pi}$. Подходящее направление $\Delta v(\cdot) = 3/2\pi$, $0 \leqslant t \leqslant \pi/2$; $= -1/2$, $\pi/2 < t \leqslant 2\pi$ (скорость $\alpha(0) = -\frac{1}{2\pi}(8 - \pi)$), шаг $\Theta = \frac{1}{5}$. Для нового двойственного управления $\bar{v}(\cdot) = v(\cdot) + \Theta \Delta v(\cdot)$ имеем $\varphi_1(\bar{v}(\cdot)) \approx 0{,}982$.

Поступила в редакцию 16.11.84.

УДК 517.925.6

А. И. ЯБЛОНСКИЙ, А. Ф. КОРЗЮК, С. А. МЫЗГАЕВА

ХАРАКТЕР ВЕТВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ПОДВИЖНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКИ В СЛУЧАЕ АППЕЛЬРОТА

Рассмотрим известную задачу движения твердого тела вокруг неподвижной точки, решение которой сводится к исследованию системы дифференциальных уравнений вида [1]:

$$
\begin{gathered}
A\,\frac{dp}{dt} = (B - C)qr + Mg(y_0\gamma'' - z_0\gamma'),\\
B\,\frac{dq}{dt} = (C - A)rp + Mg\,(z_0\gamma - y_0\gamma''),\\
C\,\frac{dr}{dt}\,(A - B)\,pq + Mg\,(x_0\gamma' - y_0\gamma),\\
\frac{d\gamma}{dt} = r\gamma' - q\gamma'',\quad \frac{d\gamma'}{dt} = p\gamma'' - r\gamma,\quad \frac{d\gamma''}{dt} = q\gamma - p\gamma',
\end{gathered}
\tag{1}
$$

где A, B, C — главные оси эллипсоида инерции рассматриваемого тела относительно неподвижной точки; M — масса тела; g — ускорение свободного падения; x_0, y_0, z_0 — координаты центра тяжести рассматриваемого тела в системе координат, начало которой находится в неподвижной точке и направление осей которой совпадает с направлением осей эллипсоида инерции.

В настоящей работе выясняется характер ветвления решений в окрестности подвижных особенностей при условии Аппельрота:

$$y_0 = 0,\ x_0\sqrt{A(B - C)} + z_0\sqrt{C(A - B)} = 0, \quad A > B > C. \tag{2}$$

Решения системы (1) ищем в виде

$$
\begin{aligned}
p(t) &= t^{-1}(p_0 + u_1(t)), & \gamma &= t^{-1}(f_0 + u_4(t)),\\
q(t) &= t^{-1}(q_0 + u_2(t)), & \gamma' &= t^{-1}(g_0 + u_5(t)),\\
r(t) &= t^{-1}(r_0 + u_3(t)), & \gamma'' &= t^{-1}(h_0 + u_6(t)).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

После подстановки (3) в (1) с учетом условий (2) получаем систему:

$$
\begin{aligned}
-Ap_0 &= (B - C)\,q_0 r_0, & -f_0 &= r_0 g_0 - q_0 h_0,\\
-Bq_0 &= (C - A)\,r_0 p_0, & -g_0 &= p_0 h_0 - r_0 f_0,\\
-Cr_0 &= (A - B)\,p_0 q_0, & -h_0 &= q_0 f_0 - p_0 g_0,
\end{aligned}
\tag{4}
$$

решая которую, находим коэффициенты представления (3):

$$
\begin{gathered}
p_0 = \frac{i\sqrt{BC}}{\sqrt{(A - B)(A - C)}},\quad f_0 = \mu\sqrt{A(B - C)},\\
q_0 = -\frac{\sqrt{AC}}{\sqrt{(A - B)(B - C)}},\quad g_0 = i\mu\sqrt{B(A - C)},
\end{gathered}
\tag{5}
$$

$$r_0=-\frac{i\sqrt{AB}}{\sqrt{(A-C)(B-C)}},\ h_0=-\mu\sqrt{C(A-B)}.$$

Используя три известных первых интеграла [1] и третье, пятое, шестое уравнения из системы (1), с помощью разложений (3) получаем систему уравнений Брио и Буке:

$$\begin{gathered}
Ap_0u_1+Bq_0u_2+Cr_0u_3=F_1,\\
Af_0u_1+Bg_0u_2+Ch_0u_3+Ap_0u_4+Bq_0u_5+Cr_0u_6=F_2,\\
t\frac{du_3}{dt}=\frac{A-B}{C}q_0u_1+\frac{A-B}{C}p_0u_2+u_3+F_3,\\
f_0u_4+g_0u_5+h_0u_6=F_4,\\
t\frac{du_5}{dt}=h_0u_1-f_0u_3-r_0u_4+u_5+p_0u_6+F_5,\\
t\frac{du_6}{dt}=-g_0u_1+f_0u_2+q_0u_4-p_0u_5+u_6+F_6.
\end{gathered}$$

Проделав соответствующие вычисления, можно убедиться, что числа -1, 0, 1 являются корнями характеристического уравнения системы (6). Согласно теореме Хорна [2], при таких характеристических корнях в разложениях решений могут появиться логарифмы.

Если мы будем искать разложения $u_i(t)$ $(i=\overline{1,6})$ по степеням t, то можно показать, что в результате вычислений получим несовместную систему. Значит, на основании [2] $u_i(t)$ $(i=\overline{,1\ 6})$ могут быть представлены степенными рядами по степеням t и $t_1=t\ln t$, равномерно и абсолютно сходящимися внутри конечного сектора с вершиной в точке $t=0$.

Замечание 1. Кроме (5), система (4) имеет второе решение:

$$\begin{gathered}
P_0=-i\sqrt{BC}/\sqrt{(A-B)(A-C)},\ q_0=\sqrt{AC}/\sqrt{(A-B)(B-C)},\\
r_0=-i\sqrt{AB}/\sqrt{(A-C)(B-C)},\ f_0=\mu\sqrt{A(B-C)},\ g_0=i\mu\sqrt{B(A-C)},\\
h_0=\mu\sqrt{C(A-B)}.
\end{gathered}$$

Приведенные рассуждения справедливы и для этого решения системы (4).

Замечание 2. В силу автономности системы (1) все рассуждения справедливы и для особых точек $t_0\neq 0$.

Список литературы

1. Голубев В. В. Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки.— М., 1953.
2. Horn J. // J. für Mahtematik — Bd. CXVII.— Heft 4.— 1896.— S. 265.

Поступила в редакцию 28.12.84.