

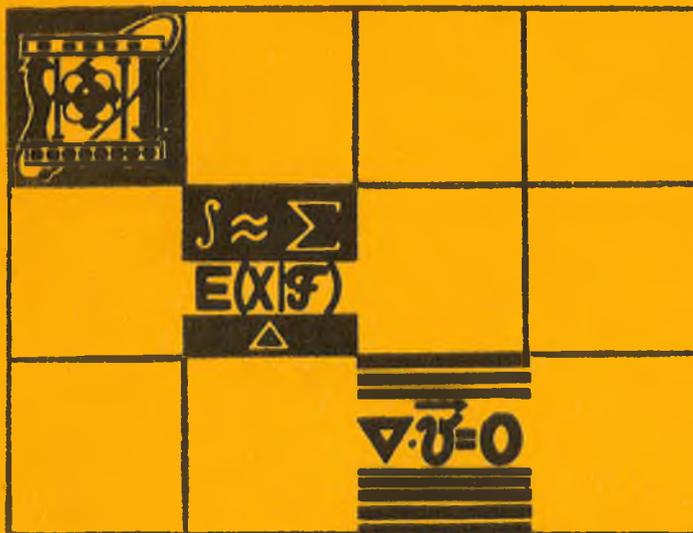
1

СЕРИЯ 1, 1989

ВЕСТНИК

Белорусского государственного
университета имени В.И. Ленина

Физика
Математика
Механика



ЯНВАРЬ

1

СЕРИЯ 1, 1989

ВЕСТНИК

Белорусского государственного
университета имени В.И. Ленина

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с 1969 года
один раз в четыре месяца

Физика
Математика
Механика



МИНСК
ИЗДАТЕЛЬСТВО
„УНИВЕРСИТЕТСКОЕ“
1989

Главный редактор В. Г. РУДЬ
Ответственный секретарь П. Н. БАРАНОВСКИЙ

Редакционная коллегия серии:

А. И. КОМЯК (ответственный редактор),
Л. М. БАРКОВСКИЙ (зам. ответственного редактора), В. В.
БОБКОВ (зам. ответственного редактора), А. М. БЕЛЬСКИЙ
(ответственный секретарь), Е. С. ВОРОПАИ, Р. Ф. ГАБА-
СОВ, В. А. ГАЙСЕНКО, В. В. ГРУЗИНСКИЙ, Э. И. ЗВЕРО-
ВИЧ, В. И. КОРЗЮК, Л. Н. КИВАЧ, Н. А. ЛЕПЕШИНСКИЙ,
Н. А. ЛУКАШЕВИЧ, Г. А. МЕДВЕДЕВ, В. И. МИРОНЕН-
КО, И. А. ПРУСОВ, В. Ф. СТЕЛЬМАХ, А. Ф. ЧЕРНЯВСКИЙ,
А. М. ШИРОКОВ, С. С. ШУШКЕВИЧ, Н. И. ЮРЧУК

ВЕСТНИК БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени В. И. ЛЕНИНА

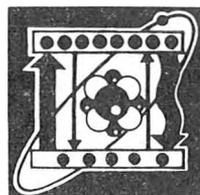
Серия 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1

Редактор И. П. Стрельчена
Младший редактор Г. М. Добыш
Художественный редактор С. В. Баленок
Технический редактор и корректор Г. И. Хмарун

Сдано в набор 05.10.88. Подписано в печать 03.01.89. АТ 13961. Формат
70×108¹/₁₆. Бумага тип. № 1. Высокая печать. Усл. печ. л. 7,0. Усл.
кр.-отт. 7,35. Уч.-изд. л. 7,4. Тираж 775 экз. Заказ 1230. Цена 95 к.

Издательство «Университетское». 220048, Минск, проспект Машерова, 11.
Адрес редакции: 220080, Университетский городок, тел. 20-65-42.

Ордена Трудового Красного Знамени типография издательства ЦК КП
Белоруссии. 220041, Минск, Ленинский пр., 79.



УДК 539.189.1

Л. А. БОРИСОГЛЕБСКИЙ, Е. Е. ТРОФИМЕНКО

ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ ЛЕГКОГО ПИОННОГО АТОМА С ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИМ ПИОН-ЯДЕРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Для описания эффектов сильного взаимодействия в пионных атомах обычно численно решают уравнение Клейна — Фока — Гордона с потенциалом, учитывающим как электромагнитное, так и сильное взаимодействие пиона с ядром [1]. Отправной точкой в таких расчетах служит оптический потенциал Кисслинджера — Эриксонов, который в общем случае содержит девять вещественных параметров. Численное решение уравнения Клейна — Фока — Гордона — сложная задача, а исследование при этом зависимости получаемых результатов от параметров потенциала в значительной степени удлинит расчеты. Известно [2], что, если представить ядро как равномерно заряженный по объему шар радиусом R , а потенциал пион-ядерного взаимодействия выбрать в виде потенциальной ямы глубиной V и радиусом, равным радиусу распределения заряда ядра, можно, несмотря на значительное несовершенство такой модели, правильно описать основные черты пионных атомов и с достаточной степенью точности получить сдвиги уровней вследствие сильного взаимодействия. Цель предлагаемой статьи, которая является продолжением работы [3], состоит в вычислении волновой функции $1s$ -состояния легкого пионного атома в рамках сформулированной модели.

Для легких атомов релятивистские поправки малы, поэтому воспользуемся уравнением Шредингера [2]: $H\psi = E\psi$, где

$$H = -\frac{1}{2\mu^2} \nabla^2 + V_h + V_c, \quad (1)$$

$$V_h(r) = -\frac{Z\alpha}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right) \theta(R-r) - \frac{Z\alpha}{r} \theta(r-R);$$

$V_c(r) = V\theta(R-r)$; μ — приведенная масса; α — постоянная тонкой структуры; $\theta(x)$ — тэта-функция. В работе [3] показано, что волновые функции легких пионных атомов можно рассчитать, используя стандартную теорию возмущений (ТВ) Релея — Шредингера. Она в данном случае эквивалентна борновскому приближению искаженных волн в теории рассеяния, и условием ее применимости является выполнение неравенства $\beta = \mu VR^2 \ll 1$.

Таким образом, волновую функцию основного состояния легкого пионного атома находим с помощью предложенного в [4, 5] аналитического метода учета эффектов короткодействующих потенциалов в водородоподобных системах. Выделим в (1) гамильтониан водородоподобного атома с кулоновским потенциалом и будем рассматривать оставшуюся часть как возмущение. Тогда, воспользовавшись результатом работ [4, 5], получаем, что с точностью до членов порядка β^2 , $\beta\lambda$ (здесь ZR/a_0 , a_0 — борровский радиус) волновая функция $\psi(r)$ при $Zr/a_0 \ll 1$:

$$\begin{aligned} \psi(r) = & \left\{ 1 + \left[\beta \left(-1 + \frac{x^2}{3} \right) + \lambda \left(-\frac{3}{4} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20} \right) + \right. \right. \\ & + \beta \lambda \left(\frac{107}{180} + \frac{x^2}{4} - \frac{3x^4}{20} - \frac{13x^6}{1260} + \frac{4}{3} \ln 2\lambda \right) + \beta^2 \left(\frac{5}{6} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{30} \right) \right] \theta(R-r) + \left[-\beta \frac{2}{3x} - \lambda \left(\frac{1}{5x} + x \right) + \beta \lambda \left(-\frac{2}{3} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{48}{35x} + \frac{4}{3} \ln 2\lambda \right) \right] \theta(r-R) + \left(\frac{4}{3} \gamma - 2 \right) \beta \lambda \left. \right\} \psi^{(h)}(0), \quad (2) \end{aligned}$$

где $x=r/R$; γ — постоянная Эйлера; $\psi^{(h)}(0)$ — значение нерелятивистской кулоновской волновой функции 1s-состояния при $r=0$. Из (2) следует, что сильное взаимодействие и конечные размеры ядра «исправляют» поведение функции $\psi(r)$ на малых расстояниях: при $r < R$ в ней отсутствуют нечетные степени r , которые присутствуют в разложении кулоновской волновой функции из-за сингулярности кулоновского потенциала.

Приведем также выражение для вероятности нахождения пиона внутри ядра

$$P = 4\pi \int_0^R dr r^2 |\psi(r)|^2.$$

С помощью (2) легко показать, что

$$\begin{aligned} P = & \frac{4}{3} \lambda^3 \left\{ 1 - \frac{72}{35} \lambda - \frac{8}{5} \beta + \frac{8}{3} \left(\ln 2\lambda + \frac{8}{3} \gamma - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{136}{135} \right) \beta \lambda + \frac{204}{105} \beta^2 \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Сравнение значений $\psi(0)$ (в единицах $\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2}$) и P

Ядра	R (Ф)	$\psi(0)$ [2]	$\psi(0)$ [6]	$\psi(0)$ [8]	P (3)	P [6, 7]	P [8]
${}^6\text{Li}$	2,36	1,43	1,46	1,53	0,0035	0,0035	0,0038
	2,97	1,53	1,53	1,62	0,0073	0,0075	0,0083
${}^7\text{Li}$	2,49	1,37	1,42	1,49	0,0038	0,0038	0,0043
	2,97	1,44	1,42	1,53	0,0068	0,0068	0,0076
${}^9\text{Be}$	2,70	1,36	1,39	1,49	0,0107	0,0110	0,0132
	2,84	1,35	1,39	1,52	0,0125	0,0135	0,0157
${}^{10}\text{B}$	2,80	1,25	1,35	1,47	0,0202	0,023	0,0276
	3,07	1,24	1,32	1,49	0,0259	0,0304	0,0369
${}^{11}\text{B}$	2,89	1,19	1,29	1,42	0,0207	0,023	0,0289
	3,29	1,24	1,30	1,50	0,0311	0,365	0,0455
${}^{12}\text{C}$	2,98	1,30	1,41	1,53	0,0473	0,049	0,0606
	3,12	1,32	1,36	1,54	0,0516	0,0565	0,0697
${}^{14}\text{N}$	3,13	1,14	1,30	1,46	0,0592	0,078	0,102
	3,16	1,14	1,23	1,46	0,0608	0,0789	0,104
${}^{16}\text{O}$	3,28	1,16	1,33	1,51	0,0966	0,134	0,179
	3,41	1,18	1,26	1,50	0,1109	0,150	0,199
${}^{19}\text{F}$	3,47	0,96	1,20	1,43	0,1005	0,182	0,269
	3,57	0,97	1,13	1,43	0,1077	0,200	0,290
${}^{23}\text{Na}$	3,70	0,74	1,08	1,38	0,0835	0,307	0,523
${}^{24}\text{Mg}$	3,75	0,85	1,12	1,43	0,1416	0,438	0,733

В таблице даны значения $\psi(0)$, P , рассчитанные по формулам (2), (3) и найденные в [6, 7] численным решением уравнения Шредингера. Для каждого атома результаты в первой и второй строках получены соответственно при значениях R , вычисленных по формуле $R=1,3 A^{1/3}F$ и определенных из экспериментов по рассеянию электронов на ядрах. Значения V взяты из работ [6, 7]. Для атомов с $A \leq 16$ результаты расчетов, проведенных с помощью аналитических выражений (2), (3), хорошо согласуются с результатами численных расчетов. С ростом A увеличиваются β и λ , и, следовательно, эффективность применения ТВ уменьшается, так как при этом необходимо учитывать все большее количество членов ряда ТВ. Тем не менее, даже в случае ^{16}O первые два порядка ТВ дают значение $\psi(0)$ с точностью до $\sim 10\%$.

Приведенные в таблице значения $\psi(0)$ и \bar{P} получены Мандельцвейгом [8] в рамках предложенной им в качестве альтернативы численным расчетам «теории возмущений по радиусу». Согласно [8],

$$|\psi\rangle = |\psi^{(k)}\rangle - \frac{\langle \psi^{(k)} | \bar{V} | \varphi_0 \rangle}{\Delta E} + G_0 \bar{V} | \varphi_0 \rangle, \quad (4)$$

где φ_0 — волновая функция свободной частицы с нулевой энергией; G_0 — функция Грина свободной частицы; ΔE — разность между точным и кулоновским значениями энергии пионного атома; \bar{V} — короткодействующий внутренний потенциал (кор). Для пионных атомов роль кора играют эффекты конечных размеров ядра и сильного взаимодействия.

Если пренебречь поправками второго порядка ТВ к величине энергетического сдвига ΔE , можно показать, что, в силу короткодействующего характера потенциала \bar{V} , соотношение (4) есть уравнение для нахождения волновой функции по стандартной ТВ с точностью до членов первого порядка по параметрам β и λ . Поскольку уравнение (4) не учитывает отрицательного вклада в $\psi(0)$ и P членов, пропорциональных $\beta\lambda$, в частности оно не содержит характерного для кулоновского потенциала логарифмического слагаемого, то значения $\psi(0)$ и P по величине больше, чем значения $\psi(0)$ и P , найденные по формулам (2), (3) и определенные численно. Стандартная ТВ имеет ряд преимуществ перед «ТВ по радиусу». Она позволяет получать простые выражения для волновых функций с учетом всех характеризующих взаимодействие параметров, в то время как уравнение (4) содержит энергетический сдвиг ΔE , который должен быть определен независимо.

В заключение отметим, что рассмотренный в работе метод расчета волновой функции 1s-состояния легких пионных атомов может быть использован для учета влияния сильного взаимодействия мезонов на свойства $(\pi\pi)$, (πK) -димезоатомов, в частности для вычисления значения $\psi(0)$, которое играет важную роль при определении времени жизни этих атомов [9].

Список литературы

1. Ким Е. Мезонные атомы и ядерная структура. М., 1975.
2. Кириллов-Угрюмов В. Г., Никитин Ю. П., Сергеев Ф. М. Атомы и мезоны. М., 1980.
3. Борисоглебский Л. А., Кужир П. Г., Трофименко Е. Е. // Докл. АН БССР. 1981. Т. 25. № 2. С. 132.
4. Borisoglebsky L. A., Trofimenko E. E. // Phys. Lett. 1979. V. 81B. N 2. P. 175.
5. Trofimenko E. E. Ibid. V. 73A. N 5. 6. P. 383.
6. Fulcher L. P., Eisenberg J. M., Le Tourneux J. // Canad. Journ. Phys. 1967. V. 45. N 10. P. 3313.
7. Seki R., Cromer A. H. // Phys. Rev. 1967. V. 156. N 1. P. 93.
8. Mandelzweig V. B. // Nucl. Phys. 1977. V. A292. N 3. P. 333.
9. Неменов Л. Л. // ЯФ. 1985. Т. 41. № 4. С. 980.

Поступила в редакцию 09.12.86.

3274у. Введение в резонатор прокачной кюветы с красителем приводит к синхронизации мод и модуляции добротности, в результате излучение лазера представляет последовательность цугов пикосекундных импульсов с частотой повторения 2—5 кГц (в зависимости от мощности накачки). Длительность одиночного импульса в цуге — 30 пс; интервал между импульсами — 15 нс; ширина огибающей цуга по высоте — 0,25 мкс. Средняя мощность излучения — 3 Вт. Благодаря высокой пиковой мощности импульсов частота излучения удваивается внерезонаторно в кристалле LiIO_3 с эффективностью 30 % при помещении кристалла в область перетяжки пучка вблизи выходного зеркала. Мощность излучения второй гармоники в наших условиях лимитировалась лучевой прочностью нелинейного кристалла, который во избежание повреждений приходилось удалять от перетяжки: в рабочем режиме средняя мощность излучения ($\lambda_2=532$ нм) составляла обычно 400 мВт. Примерно 30 % мощности этого излучения использовалось для накачки лазера на красителе (родамин 6Ж, родамин В и родамин 640). Резонатор образован выходным зеркалом 12 ($R \sim 0,8$) и глухим 18. В качестве спектрального селектора применен блок из трех призм 7. Линзы 8 ($F=230$ мм) и 10 ($F=58$ мм) образуют конфокальную часть резонатора, в перетяжке располагается прокачная кювета 9 с толщиной слоя 1 мм. Комбинация линз 8 и 10 одновременно выполняет функцию телескопа, расширяющего пучок, падающий на призменный селектор. Накачка осуществляется почти коллинеарно с помощью зеркала 11 и линзы 10. Измерения спектральной ширины излучения, выполненные с использованием монохроматора ДФС-12, показали, что она не превышает 2 см^{-1} . Область перестройки (по уровню 25 % максимальной мощности) составила 560—610 нм для родамина 6Ж, 580—620 нм для родамина В и 600—630 нм для родамина 640. ЛК работает в режиме синхронной накачки. При согласовании базы резонатора ЛК с базой лазера накачки (225 см) с точностью до 1 мм достигаются длительности импульсов ЛК порядка 40—45 пс (оценено путем смещения излучения ЛК с излучением $\lambda_1=1,06$ мкм лазера накачки на кристалле КДР с варьруемой оптической задержкой). Таким образом, в нашем варианте длительность импульсов ЛК несколько превышает длительность импульсов лазера накачки, что вполне объясняется тем, что накачка значительно превышает пороговую (порог ~ 20 мВт) и осуществляется не непрерывным цугом, а короткими цугами импульсов. Последнее объясняет и сниженную критичность системы к точности согласования баз резонаторов. Максимальная средняя выходная мощность ЛК составляет 2,5 мВт, столь низкий КПД (~ 2 %) определяется потерями на внутрирезонаторных элементах. Для повышения общей выходной мощности системы используется однокаскадный усилитель на красителе с продольной накачкой. Зеркалом 3 пропускается 70 % мощности излучения лазера накачки, которое после прохождения линии задержки 4 зеркалами 5 и 16 направляется в кювету 14 усилителя. Зеркало 16 — селективное (полностью отражает излучение накачки и пропускает более 90 % излучения ЛК). Мощность усиленного излучения составляет 40 мВт; таким образом, общая эффективность преобразования излучения накачки в переизлучаемое излучение составляет 10 %.

Для получения перестройки в УФ области усиленное излучение ЛК складывается коллинеарно в кристалле КДР 20 с излучением основной частоты лазера накачки. Для пространственного совмещения пучков и согласования времен прихода импульсов в кристалл установлены селективное зеркало 17 и линия задержки 6. Используется стандартный кристалл КДР для генерации третьей гармоники АИГ: Nd^{3+} с угловой подстройкой (*оee* — синхронизм). Для получения непрерывной перестройки в УФ области одновременно с поворотом зеркала 18 осуществляется доворот кристалла шаговым двигателем. Средняя мощность излучения — 2 мВт; область перестройки — 367—388 нм при работе с родамином 6Ж; 375—392 нм — с родамином В и 384—396 нм — с родамином 640; спектральная ширина не превышает $2,5 \text{ см}^{-1}$.

Таким образом, простота конструкции, малая спектральная ширина, достаточно высокая частота следования импульсов и средняя мощность, в том числе и в УФ области, делают источник пикосекундных импульсов с перестройкой в широкой области спектра удобным для использования в широком круге лазерноспектроскопических исследований, требующих сочетания временного и спектрального разрешений.

Список литературы

1. Yasa Z. A., Teschke O. // Opt. Commun. 1975. V. 15. N 2. P. 169.
2. Adams M. C., Bradley D. J., Sibbett W., Taylor J. R. // Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1980. V. A298. N 1439. P. 217.
3. Millar D. P., Zewail A. H. // Chem. Phys. 1982. V. 72. N 3. P. 381.
4. McDonald D. B., Waldeck D., Fleming G. R. // Opt. Commun. 1980. V. 34. N 1. P. 127.
5. Frigo N., Hemenway C., Mahr H. // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 37. N 11. P. 981.
6. Ruddock I. S., Illingworth R., Reekil L. // Appl. Phys. 1982. V. B23. N 3. P. 177.
7. Moore C. A., Goldberg L. S. // Opt. Commun. 1976. V. 16. N 1. P. 21.
8. Sundstrom V., Gillbro T. // Appl. Phys. 1981. V. 24. N 3. P. 233.
9. Херман И., Вильгельми Б. Лазеры сверхкоротких световых импульсов / Под ред. П. Г. Крюкова. М., 1986.

Поступила в редакцию 21.04.87.

УДК 539.12.04

В. Г. БАРЫШЕВСКИЙ, И. В. ПОЛИКАРПОВ

ВОЗДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ НА СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ КРИСТАЛЛА

Для возникновения параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) необходимо, чтобы показатель преломления среды был больше единицы [1, 2]. В произвольном случае это условие не выполняется. Однако в условиях динамической дифракции для рентгеновских фотонов с волновым вектором \vec{k} при $(\vec{k} + \vec{\tau})^2 \simeq k^2$ показатель преломления существенно модифицируется ($\vec{\tau}$ — вектор обратной решетки кристалла). Внутри кристалла возникают два волновых поля: слабо- и сильнопоглощающиеся. Для одного из них, слабопоглощающегося, показатель преломления может быть большим единицы и, следовательно, становится возможным возникновение ПРИ. В \vec{k} -пространстве этому полю отвечает верхняя ветвь дисперсионной поверхности [3].

Показано [4, 5], что воздействие ультразвуковой волны на дифракцию рентгеновского излучения приводит к возникновению дополнительных ветвей дисперсионной поверхности (ДП) или, что то же самое, волн с новыми показателями преломления. Наиболее существенное влияние на характер дифракции оказывает область вблизи точек пересечения ветвей ДП. Очевидно, что модификация показателя преломления кристалла, испытывающего воздействие ультразвуковой волны (УЗВ), не может не сказаться на характеристиках ПРИ.

Целью данной работы является анализ изменения спектрально-угловых и интегральных характеристик ПРИ кристалла под воздействием УЗВ.

Спектрально-угловое распределение ПРИ может быть записано в виде [1, 2]:

$$W_{n, \omega} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^3} - \sum_k \left| \int \vec{E}_k^{s(-)*}(\vec{r}, \omega) \vec{j}(\vec{r}, \omega) d^3r \right|^2, \quad (1)$$

$$\vec{E}_k^{s(-)*} = \vec{E}_{-k}^{s(+)},$$

где $\vec{E}_k^{s(+)}$ — решение дифракционной задачи; $\vec{j}(\vec{r}, \omega)$ — фурье-образ тока $\vec{j}(\vec{r}, t)$, падающего на кристалл:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = e v \delta(\vec{r} - v\vec{t}); \quad (2)$$

v — скорость электрона; ω — частота кванта ПРИ, излученного в направлении n .

Для решения задачи о дифракции рентгеновского излучения на нестационарном кристалле удобно перейти в систему координат, связанную с колеблющимся атомом [6]. В этой системе координат двухволновая дифракция на решетке нестационарного кристалла сводится к многоволновой. Решая получающуюся систему уравнений в квазистатическом приближении для случая Лауэ-дифракции рентгеновского излучения на кристалле, находящемся под воздействием поперечной УЗВ, с волновым вектором, перпендикулярным к поверхности, получаем:

$$\vec{E}_k^{s(+)} = \sqrt{\frac{\beta g_{\tau}^s}{g_{\tau}^s}} \sum_{m=0}^1 \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} (-1)^m}{4 \sqrt{y^2 + 1}} \left\{ \left(\frac{\Delta y + \sqrt{(\Delta y)^2 + \xi^2}}{\sqrt{(\Delta y)^2 + \xi^2}} + \frac{(-1)^m e^{i\varphi} \xi (y + \sqrt{y^2 + 1})}{\sqrt{(\Delta y)^2 + \xi^2}} \right) e^{i \frac{k}{4} \sqrt{r_s} \sqrt{(\Delta y)^2 + \xi^2} z} + \frac{\sqrt{(\Delta y)^2 + \xi^2} - \Delta y - (-1)^m e^{i\varphi} \xi (y - \sqrt{y^2 + 1})}{\sqrt{(\Delta y)^2 + \xi^2}} e^{-i \frac{k}{4} \sqrt{r_s} \sqrt{(\Delta y)^2 + \xi^2} z} \right\},$$

где $\vec{r} = (\vec{r}_{\perp}, z)$; $x = \alpha\beta - g_0(1 + \beta)$, $y = \frac{x + 2g_0}{2\sqrt{\beta r_s}}$,

$$\Delta y = \frac{\sqrt{(x + 2g_0)^2 + 4\beta r_s} - 2 \frac{z}{k} \gamma_0}{2\sqrt{\beta r_s}}; \quad r_s = g_{\tau}^s g_{\tau}^s,$$

$\xi = \frac{1}{2} \tau a$; $a(\varphi)$ — амплитуда (фаза) ультразвуковой волны; $\beta = \gamma_0/\gamma_1$; $\gamma_0(\gamma_1)$ — косинусы угла между нормалью к поверхности, направленной в глубь кристалла, и волновым вектором падающего (дифрагированного) излучения; $g_0, g_{\tau}^s, g_{\tau}^s$ — коэффициенты диэлектрической восприимчивости кристалла в рентгеновском диапазоне; s — поляризация. Слагаемые и волны, соответствующие резонансно не смешивающимся уровням, при получении (3) не учитывались.

Из (3) ясно, что вблизи точек пересечения ветвей ДП возникают дополнительные щели ДП, зависящие от величины амплитуды УЗВ.

В стационарном монокристалле условие возникновения ПРИ может быть записано в виде:

$$\text{Re}(2(\vartheta^2 + \gamma^{-2}) + x - \sqrt{(x + 2g_0)^2 + 4\beta r_s}) = 0, \quad (4)$$

где $\gamma = \frac{E}{mc^2}$; $E(m)$ — энергия (масса) падающей на кристалл частицы; ϑ — угол между направлением излученного кванта и углом Брэгга.

Подставляя (3) в (1), для рассматриваемой ситуации ультразвукового воздействия на ПРИ получаем:

$$\text{Re}(q_p) = \text{Re}(2(\vartheta^2 + \gamma^{-2}) + x - 2 \frac{z}{k} \gamma_0 \pm$$

$$\pm \sqrt{\left(\sqrt{(x + 2g_0)^2 + 4\beta r_s} - 2 \frac{\kappa}{k} \gamma_0 \right)^2 + 4\xi^2 \beta r_s}. \quad (5)$$

Очевидно, что условие возникновения ПРИ существенно модифицируется. Соответствующим выбором волнового вектора УЗВ $\kappa = \kappa \text{Re} \sqrt{(x_p + 2g_0)^2 + 4\beta r_s}$, где x_p определяется равенством (4), возможна генерация ПРИ на обоих подуровнях, возникающих вблизи точки пересечения верхней ветви ДП. Отсюда ясно, что угловые характеристики ПРИ должны зависеть от амплитуды и частоты УЗВ.

В самом деле, спектрально-угловое распределение ПРИ малопоглощающего (тонкого) кристалла, усредненное по фазе УЗВ на поверхности кристалла вблизи точки пересечения верхней ветви ДП, имеет вид

$$N_{n, \omega}^s = \frac{(\vec{e}_s \vec{v})^2 r_s \sum_{p=\pm 1}}{16\pi^2 \hbar c^3 \omega \beta (y^2 + 1)} \left[\left(\left(1 + p \frac{\Delta y}{\sqrt{(\Delta y)^2 + \xi^2}} \right)^2 + \xi^2 \frac{(-y + \sqrt{y^2 + 1})^2}{(\Delta y)^2 + \xi^2} \right) \frac{\sin^2 \frac{kL}{2} q_p}{(q_p)^2} + 2 \left(\frac{\xi^2}{(\Delta y)^2 + \xi^2} - \frac{\xi^2 (-y + \sqrt{y^2 + 1})}{(\Delta y)^2 + \xi^2} \right) \frac{\sin \frac{kL}{2} q_1}{q_1} \cdot \frac{\sin \frac{kL}{2} q_{-1}}{q_{-1}} \cos \frac{kL}{2} (q_1 - q_{-1}) \right]. \quad (6)$$

Сомножитель, стоящий перед квадратной скобкой в выражении (6), описывает спектрально-угловое распределение ПРИ стационарного кристалла [2, 7]. Таким образом, интенсивность ПРИ кристалла, подверженного воздействию УЗВ, вблизи угла θ_p , определяемого условием (4), осциллирует с изменением амплитуды УЗВ. Глубина осцилляции задается соотношением величин $\sqrt{\beta r_s}$ и $\theta_p^2 + \gamma^{-2} - g_0$ и различается для π и σ -поляризации. Это в принципе позволяет регулировать параметрами УЗВ поляризацию и интенсивность ПРИ вблизи данного направления.

Заметим, что приведенные формулы справедливы в случае пренебрежимо малого многократного рассеяния заряженных частиц в кристалле. В случае существенного многократного рассеяния необходимо заменить γ^{-2} на $\gamma^{-2} + \bar{\Theta}_s^2$, где $\bar{\Theta}_s^2$ — угол многократного рассеяния [7].

В случае толстого кристалла [2, 7] когерентная длина ПРИ определяется величиной, обратной мнимой части уравнения (4), т. е. мнимой части показателя преломления верхней ветви ДП. В условиях эффекта аномального прохождения мнимая часть показателя преломления верхней ветви ДП существенно меньше мнимой части величины g_0 , определяющей поглощение излучения вне условий дифракции (ПРИ). Это обстоятельство позволяет существенно увеличить когерентную длину ПРИ в условиях аномального прохождения. При резонансном смешивании УЗВ точек различных ветвей ДП, что соответствует рассмотренной ситуации, вблизи точки резонансного смешивания когерентная длина определяется величиной, обратной мнимой части уравнения (5). В пределе малых амплитуд колебаний $\frac{\tau \vec{a}}{2} \ll 1$ последняя стремится к мнимой части величины g_0 . Очевидно, что когерентная длина, а следовательно, и интенсивность ПРИ существенно уменьшаются. Это приводит к провалам в угловом распределении ПРИ и к уменьшению интегральной интенсивности.

Однако ситуация кардинально меняется при резонансном смешивании точек одной и той же верхней ветви ДП. Например, при воздействии продольной УЗВ с волновым вектором, лежащим вдоль поверхности в плоскости рассеяния на ПРИ в геометрии Лауэ, когерентная длина будет пропорциональна величине ($\beta = 1$):

$$\left[\operatorname{Im} \left(x - \frac{1}{2} \left(\sqrt{(x + 2g_0)^2 + 4r_s} + \sqrt{(x + 2g_0 - 2 \frac{\gamma}{k} \gamma_0)^2 + 4r_s} \right) \pm \sqrt{\left(\sqrt{(x + 2g_0)^2 + 4r_s} - \sqrt{(x + 2g_0 - 2 \frac{\gamma}{k} \gamma_0)^2 + 4r_s} \right)^2 + 4\xi^2 r_s} \right)^{-1} \right]$$

Для верхнего подуровня вблизи точки резонансного пересечения верхней ветви ДП, соответствующего нижнему знаку перед последним слагаемым, когерентная длина возрастает. В результате при равных амплитудах волновых полей обеих подуровней интегральная интенсивность ПРИ увеличивается по сравнению с предыдущим случаем.

Представляет интерес экспериментальное исследование описанных явлений.

Список литературы

1. Барышевский В. Г. // Докл. АН БССР. 1971. Т. 15. С. 306.
2. Барышевский В. Г. Канализование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск, 1982.
3. Пинскер З. Г. Рентгеновская кристаллооптика. М., 1982.
4. Энтин И. Р. // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 26. С. 392.
5. Энтин И. Р. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. Вып. 1 (7). С. 214.
6. Baryshevsky V. G. // Journ. Phys. C. 1985. V. 18. P. 191.
7. Baryshevsky V. G. and Feranchuk I. D. // Journ. Phys. 1983. V. 44. P. 913.

Поступила в редакцию 22.12.86.

УДК 535.372

В. Н. БОЙКОВ, А. Н. КРАСОВСКИЙ, Г. В. ШАЛАХОВСКАЯ

ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПОЛОЖЕНИЯ ФЛУОРЕСЦЕНТНЫХ ЛИНИЙ УРАНИЛОВЫХ КРИСТАЛЛОВ. РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Первостепенную роль в спектроскопии ураниловых соединений играют принципы формирования их электронно-колебательных спектров. На большом числе объектов показано [1], что основополагающий признак группирования флуоресцентных линий этих соединений — комбинационные частот валентных антисимметричных (ν_3) и деформационных (ν_2) колебаний иона UO_2^{2+} лигандных и решеточных ($\nu_{\text{кол}}^l$) колебаний с частотами валентных полностью симметричных (ν_1) колебаний данного иона и их обертонов. Сравнительно мало изучен, однако, вопрос о соотношении величин частот каждого из упомянутых колебаний в различных полосах спектра люминесценции. В данной работе предпринята попытка в определенной мере восполнить указанный пробел.

Изучены спектры свечения основных центров кристаллов $\text{CsUO}_2(\text{NO}_3)_3$ (I) и $\text{UO}_2\text{Cl}_4(\text{PuH})_2$ (II), полученные с помощью спектрометра Spex Ramalog. По условиям записи неперекрывающихся флуоресцентных линий полушириной $\approx 5 \text{ см}^{-1}$ (в преобладающем числе случаев) ошибка определения частот их максимумов составляла $0,5 \text{ см}^{-1}$. Идентификация и исключение линий дефектных центров проводилась посредством сопоставления спектров, зарегистрированных при 5 и 20 К. Исчезающе малая относительная интенсивность люминесценции дефектных центров при большей температуре собственно и послужила критерием выбора объектов.

Выяснилось, что для обоих соединений с увеличением квантового числа n валентного полностью симметричного колебания уранила на единицу частота ν_1 уменьшается примерно на величину $\delta = 2,7 \text{ см}^{-1}$, комбинирующая с ней частота ν_3 — на величину 2δ , а для прочих колебательных частот четко прослеживается закономерность к независимости от n . Значения

$\nu_{\text{кол.}}^i$ указанных частот, найденные как среднее из трех-четырёх наиболее коротковолновых полос спектра, следующие: 22; 55*; 123; 145; 172; 212,5**; 222; 253,5; 270,5; 351*; 435*; 467*; 714,5; 740,5; 751; 806; 1253*; 1278; 1378*; 1402*; 1419*; 1493*; 1506*; 1520 и 1554* см^{-1} (I); 125; 136,5; 196,5; 205; 234,5; 249,5; 269; 289,5; 394,5; 400; 406,5; 410,5; 446; 453; 496,5; 610; 636,5; 680; 739,5; 745; 751; 758; 828; 857,5; 880; 981,5; 987; 999; 1010; 1029; 1048; 1058,5; 1160,5; 1190; 1320; 1481; 1527; 1613; 3031; 3063; 3096; 3098,5; 3108; 3119 и 3134 см^{-1} (II). Для кристаллов II отметим также линии, которые можно отнести к гомологическим ввиду незначительно меняющегося частотного интервала до головных линий в соответствующих полосах: 876; 875; 874 и 872,5 см^{-1} ; 889; 887,5; 886 и 886 см^{-1} (в порядке увеличения n). Однако, если учесть, что в нулевой полосе спектра имеется большое число линий решеточных колебаний кристалла (например, 19; 23; 25; 27; 35; 48; 51; 53; 61; 67; 69; 71; 73; 78; 83; 87; 93; 100; 104; 108 см^{-1}) с относительными интенсивностями того же порядка, что и у линий отмеченных серий, возникают сомнения в индивидуальности последних из-за возможности перекрывания с линиями, обязанными комбинациям $\nu_1(\text{UO}_2^{2+})$ с некоторыми из перечисленных решеточных частот, и проявления взаимодействия колебаний по типу резонанса Ферми ($\nu_{\text{кол.}} \approx \nu_1 + \nu_{\text{кол.}}^{\text{реш.}}$, $\nu_1 + \nu_{\text{кол.}} \approx 2\nu_1 + \nu_{\text{кол.}}^{\text{реш.}}$ и т. д.). Таким образом, не имеется достаточных оснований рассматривать положения линий отмеченных серий как отклонения от правила сохранения значений «неуранильных» колебательных частот при изменении n .

В аналитической форме волновые числа максимумов флуоресцентных линий хорошо описываются выражениями:

$$\nu'(n) = \nu_0 - n\nu_1^{01} + \frac{n-1}{2}n\delta \quad (\text{для переходов с возбуждением колебания}$$

ν_1 и его обертонов);

$\nu''(n) = \nu' - \nu_3^{01} + 2n\delta$ (для переходов с возбуждением колебания ν_3 и его комбинационных тонов с ν_1);

$\nu_i''(n) = \nu' - \nu_{\text{кол.}}^i$ (для переходов с возбуждением прочих колебаний $\nu_{\text{кол.}}^i$ и их комбинационных тонов с ν_1).

Здесь ν_1^{01} и ν_3^{01} (883,5 и 957,5 см^{-1} (I), 840 и 927 см^{-1} (II)) отвечают значениям энергии переходов с нулевого на первый колебательный подуровень в основном электронном состоянии, ν_0 (21093,5 (I) и 19814,0 см^{-1} (II)) — частота линии чисто электронного перехода.

Следует отметить, что в случае соединения I в спектре проявляются две серии линий, которые не отражены в приведенных формулах. Они представляют собой разности вибронных $\nu''(n)$ и колебательных частот 123 и 751 см^{-1} (указанные значения с точностью эксперимента воспроизводятся в каждой проанализированной полосе спектра). Существенное различие ангармонизма антисимметричного и полносимметричного валентных колебаний иона UO_2^{2+} и свойство строгого сохранения величины вибрационной частоты в комбинационных тонах как с ν_1 (аналогичные результаты прослеживаются по данным работы [2] для многоцентровых спектров $\text{RbUO}_2(\text{NO}_3)_3$ и $\text{Na}[\text{UO}_2(\text{CH}_3\text{COO})_3]$), так и с $\nu_3(\text{UO}_2^{2+})$, либо одновременно с ν_1 и $\nu_3(\text{UO}_2^{2+})$, по-видимому, позволят идентифицировать линии составных частот $\nu''(n)$ и $\nu_{\text{кол.}}^i$ уранилового соединения без привлечения факта проявления $\nu_{\text{кол.}}^i$ в комбинации с $\nu'(n)$, поскольку, как это видно из приведенных формул, значения частот серии линий $\nu''(n)$ —

* Частоты определены с точностью 1,5—3 см^{-1} из-за большой ширины, малой интенсивности или (n) перекрывания соответствующих линий.

** В третьей — пятой полосах ввиду сужения линий проявляются частоты 210 и 214 см^{-1} .

— $\nu_{\text{кол.}}^i$ в спектре не могут удовлетворять положениям линий какой-либо серии $\nu'''(n)$.

Ясно также, что, если частота какого-нибудь колебания $\nu_{\text{кол.}}^1$ случайно совпадет с составной частотой $\nu_1^{01} + \nu_{\text{кол.}}^2$ (либо, например, с $3\nu_1^{01} - 3\delta + \nu_{\text{кол.}}^2$), то она может быть выявлена по признаку «разбежки» соседних линий $\nu'(n) - \nu_{\text{кол.}}^1$ и $\nu'(n) - \nu_{\text{кол.}}^2$ при продвижении в длинноволновую сторону спектра. Эта «разбежка» при $n=1, 2, 3$ составит соответственно $\delta, 2\delta, 3\delta$ (либо $3\delta, 6\delta, 9\delta$) и т. д.* В этом состоит преимущество спектрально-люминесцентного метода перед методами спектроскопии КР и ИК поглощения света, в которых для идентификации составной колебательной частоты зачастую прибегают лишь к упомянутому признаку совпадения ее величины с суммой значений известных (фундаментальных) частот.

Другим достоинством этого метода является благоприятная возможность наблюдения резонансных эффектов для оптических переходов на высокие колебательные подуровни-гомологи в основном электронном состоянии. Это можно пояснить на примере линий обертонов ν_1 иона UO_2^{2+} и составных тонов колебания $\nu_{\text{кол.}} = 828 \text{ см}^{-1}$ внешнесферного органического катона PuH^+ кристаллов II (рис. 1). Если компонента серии $\nu'''(n=0)$, обязанная указанному колебанию, составляет $\sim 0,01$ интенсивности наиболее близкой к ней по частоте линии $\nu'(I)$, то относительная интенсивность прочих компонент этой серии быстро возрастает в порядке сокращения расстояния до ближайшей линии ν' и при $n=4$ становится больше единицы. В то же время интенсивности линий ν''' , отвечающих другим внутримолекулярным колебаниям, по отношению к соответствующим линиям ν' находятся в пределах одного порядка и во всех случаях составляют $< 0,1$.

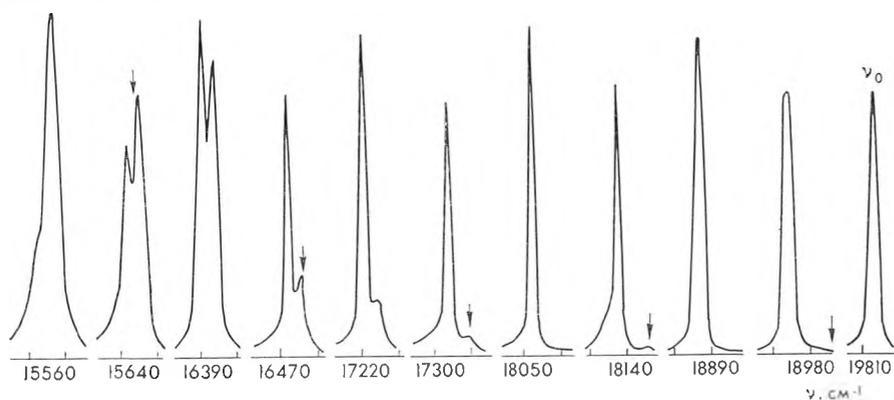


Рис. 1. Спектр люминесценции кристаллов $\text{UO}_2\text{Cl}_4(\text{PuH})_2$ при 5 К в области частот ν' и ν'' . Стрелками отмечен отсчет 828 см^{-1} от максимума ближайшей линии ν' в коротковолновой стороне

Отмеченный резонанс, вероятно, сказывается на линиях $\nu''(2, 3)$, которые также отмечаются интенсивными коротковолновыми спутниками (в пятой полосе, по-видимому, происходит слияние линии и спутника). Если это так, то для соединения II имеет место существенное отклонение от предложенной выше схемы расположения флуоресцентных линий уранилового соединения.

В формировании участков спектра в областях частот $\nu''(n)$ нельзя исключать, однако, определенную роль других резонансов, например, меж-

* В частности, для соединения II при отнесении линии, отстоящей от линии ν^1 ($n=1$) на 160 см^{-1} в низкочастотную сторону, предпочтение отдано комбинации ν^1 с частотой $\nu_{\text{кол.}}^1 = 999 \text{ см}^{-1}$, а не с частотой $\nu_{\text{кол.}}^2 \approx 158 \text{ см}^{-1}$, выявленной из нулевой полосы; частоты ν''' с $\nu_{\text{кол.}}^2$ ($n>1$) так же, как и с преобладающим числом других низких частот, в спектре не прослеживались.

ду колебательными состояниями, обязанными частотам ν_3 и $\nu_{\text{кол.}} \approx \nu_3^{01} - \nu_1^{01}$. Подобному резонансному эффекту соответствуют существенные различия в контурах линий ν'' с разными n кристаллов I и изоструктурных им $\text{RbUO}_2(\text{NO}_3)_3$. Как отмечалось в работе [3], линии ν' этих соединений достаточно индивидуальны, и ширина их при $n=4-7$ примерно одинакова. Напротив, как видно из рис. 2, а, линии ν'' (4-6) характеризуются спутниками с коротковолновой стороны, каждый из которых расположен на расстоянии 55,5 (1) и 54 см^{-1} ($\text{RbUO}_2(\text{NO}_3)_3$) от ближайшей линии ν' и соответствует одной из частот решеточных колебаний кристалла (рис. 2, б). Приближение линии ν'' к ее спутнику с ростом n сопровождается увеличением интенсивности спутника по отношению к линии, а для кристаллов I к тому же — значительным уширением их обеих (результатирующей линии). Для формы линии на частоте ν'' (7) обоих нитратных соединений, по-видимому, существенна роль резонанса с вибронными состояниями, обязанными решеточным колебаниям еще меньшей частоты. При $n < 4$ (и соответственно для больших частот решеточных колебаний), однако, отчетливого проявления резонансов не обнаружено [3].

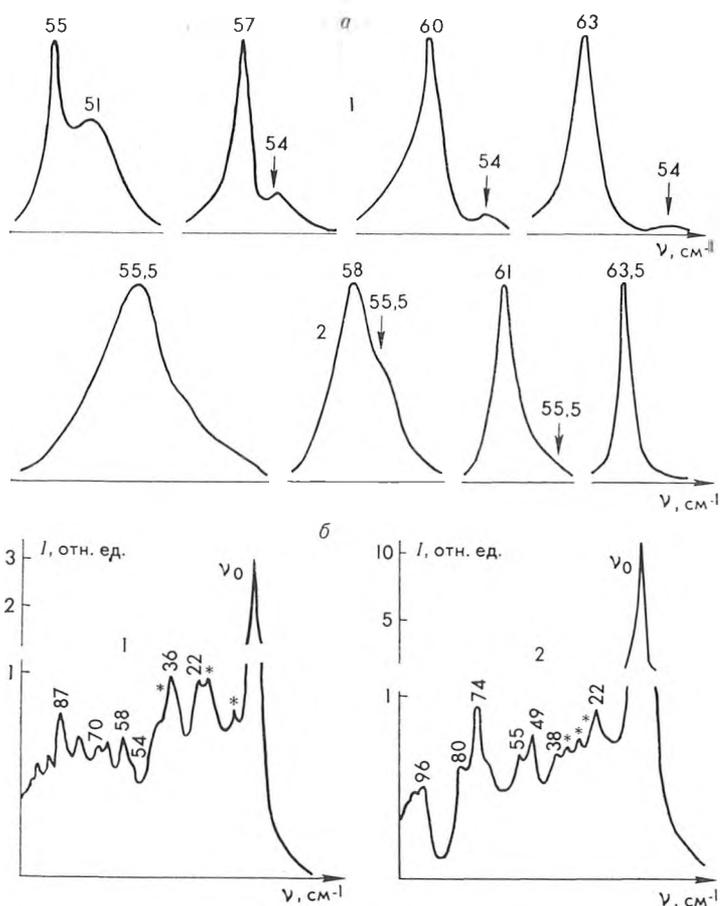


Рис. 2. Участки спектров люминесценции в области частот ν'' (4-7) (а, $T=5$ К) и ν_0 (б, $T=20$ К) рубидий-(1) и цезийуранилнитрата (2). Цифрами отмечены расстояния до ближайших линий ν' , звездочками — положения линий ν_0 дефектных центров

Таким образом, можно, вероятно, говорить об активных и неактивных в резонансе колебаниях кристалла. Расширение числа исследуемых ураниловых соединений вместе с совершенствованием экспериментальной

техники позволят полнее выявить существенные (типичные) спектральные признаки и условия проявления резонансных эффектов как важного момента в понимании механизмов формирования флуоресцентной линии (полосы), диссипации колебательной энергии и т. п.

Список литературы

1. Володько Л. В., Комяк А. И., Умрейко Д. С. // Ураниловые соединения. Минск, 1981. Т. 1.
2. Абрамов А. П., Разумова И. К. // Оптика и спектроскопия. 1975. Т. 38. № 3. С. 823.
3. Шалаховская Г. В., Бойков В. Н., Красовский А. Н., Умрейко Д. С. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1985. № 2. С. 23.

Поступила в редакцию 19.01.87.

УДК 535.375.55÷681.142.4÷546.791.6

А. М. ЛЮДЧИК, Т. Н. ТИМОЩЕНКО, Е. Ф. ТИТКОВ

К ВОПРОСУ О РАЗДЕЛЕНИИ ВКЛАДОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ И ОРИЕНТАЦИОННОЙ РЕЛАКСАЦИИ В КОНТУРЫ ПОЛОС КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ МОЛЕКУЛ В РАСТВОРАХ

Анализ спектров комбинационного рассеяния путем исследования колебательной и ориентационной релаксации позволяет получить информацию о молекулярной динамике жидкостей и газов [1]. Обычно изучение колебательной и ориентационной релаксации молекул в растворах проводят посредством раздельной регистрации изотропной $I_{из.}(\omega)$ и анизотропной $I_{ан.}(\omega)$ составляющих контуров полос спектров КР и последующего выделения вкладов колебательной $I_{кол.}(\omega)$ и ориентационной $I_{ор.}(\omega)$ релаксации. Последние связаны с $I_{из.}(\omega)$ и $I_{ан.}(\omega)$ соотношениями [2]:

$$I_{из.}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega - \omega') J_{кол.}(\omega') d\omega', \quad I_{ан.}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} J_{из.}(\omega - \omega') J_{ор.}(\omega') d\omega'. \quad (1)-(2)$$

Здесь $A(\omega)$ — измеренный при тех же условиях контур возбуждающей лазерной линии.

Задача решения интегральных уравнений (1), (2) относительно $I_{кол.}(\omega)$ и $I_{ор.}(\omega)$ является аналогом задачи редукции к идеальному прибору и относится к разряду некорректных задач математической физики [3]. Для их удовлетворительного решения требуется привлечение дополнительной априорной информации об искомой функции. Содержание этой информации может варьироваться в широких пределах в зависимости от конкретной ситуации, однако должно обеспечивать существование, единственность и устойчивость решения задачи по отношению к ошибкам измерений. Наибольшее распространение получил общий подход к регуляризации некорректных задач, предложенный А. Н. Тихоновым и заключающийся в использовании предположения о гладкости ожидаемого решения, количественная оценка которой согласована с погрешностями в исходных данных [3]. Иными словами, в рамках общего подхода возможность разрешения тонкой структуры в искомом решении ограничивается точностью исходных данных задачи [4]. И хотя в принципе осуществимо как угодно точное восстановление $I_{кол.}(\omega)$ или $I_{ор.}(\omega)$ по мере снижения ошибок измерений, несовершенство используемых приборов не позволяет в полной мере воспользоваться этой возможностью. Фактически, как отмечается в [5], обычно выполняется «...редукция не к идеальному прибору, а к прибору с аппаратной функцией некоторой конечной ширины». Поэтому отнюдь не редка ситуация, когда подобная «редукция» заметно искажает действительный вид контуров $I_{кол.}(\omega)$ и $I_{ор.}(\omega)$.

Распространенный метод получения корреляционных функций коле-

бательной и ориентационной релаксации посредством преобразования фурье-уравнений (1), (2) и последующего деления фурье-образов соответствующих контуров друг на друга с обрезанием части результата, отвечающего временам, большим некоторого граничного значения, представляет собой один из вариантов общего подхода к регуляризации некорректных задач. Таким образом, сказанное выше непосредственно относится и к данному методу. В частности, работа [5] основывается на таком подходе. Предпринятые нами попытки следовать при обработке эксперимента методике, изложенной в [5], не привели к успеху. Во-первых, весьма значительным оказался уровень шумов при измерении малоинтенсивных контуров $I_{ан.}(\omega)$. Во-вторых, идеи, лежащие в основе общего подхода к регуляризации некорректных задач [4], оказываются неэффективными в случае, когда восстанавливаемые контуры имеют ширину, сравнимую с шириной соответствующих «аппаратных функций».

Естественно ожидать, что увеличение объема априорной информации об искомом решении позволит понизить чувствительность к ошибкам измерений существующих методов редукции. При решении уравнений (1), (2) мы использовали сведения о неотрицательности контуров $I_{кол.}(\omega)$ и $I_{ор.}(\omega)$ в совокупности с предположениями о конечной ширине деталей их тонкой структуры. Рассматриваемый подход основывается на идеях, впервые изложенных в [6] в отношении задач редукции к идеальному прибору и использованных в [7] для сглаживания результатов спектроскопических измерений. Наличие подобной информации эквивалентно наложению следующих условий на функцию $I(\omega)$:

$$J(\omega) = \left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega - \omega') i(\omega') d\omega', \quad i(\omega) \geq 0 \\ B(\omega) \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)-(4)$$

Здесь $B(\omega)$ характеризует форму элементарных составляющих, из которых с помощью свертки с неотрицательной функцией $i(\omega)$ строится искомый контур $I(\omega)$. Очевидно, что при выполнении условий (3), (4) $I(\omega)$ не может иметь деталей более узких, чем $B(\omega)$ *.

На полезность информации о неотрицательности решения в задачах восстановления сигналов указывается во многих работах (см., например, [8, 9]). В то же время нам неизвестны другие источники (кроме [6, 7]), где предлагается вводить ограничения на допустимую ширину самых узких деталей в решении. В [10] довольно подробно исследованы вопросы устойчивости при нахождении не самого решения задачи редукции, а свертки восстанавливаемого сигнала с некоторой неотрицательной функцией. Нетрудно заметить, что результаты этой работы могут быть непосредственно применены к нашему случаю, следовательно, удастся сформулировать задачу редукции для функции $i(\omega)$ из (3). Тогда $I(\omega)$ будет представлять собой свертку подобного типа.

Подставляя выражение (3) в уравнение (1) или (2), получаем интегральное уравнение для функции $I_{кол.}(\omega)$ или $I_{ор.}(\omega)$ с новой аппаратной функцией:

$$A'(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega - \omega') B_{кол.}(\omega') d\omega',$$

$$I_{из.}'(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{из.}(\omega - \omega') B_{ор.}(\omega') d\omega'$$

для уравнений (1) и (2) соответственно.

Далее интегральные уравнения заменяются своими дискретными аналогами и с условием неотрицательности находим их приближенное решение, при котором среднеквадратичное отклонение правых частей уравнений от левых минимально.

* Здесь существенно, что функции $i(\omega)$ и $B(\omega)$ неотрицательны. Иначе результат вычисления $I(\omega)$ по (3) может обладать тонкой структурой с характерными размерами, меньшими, чем у функции $B(\omega)$.

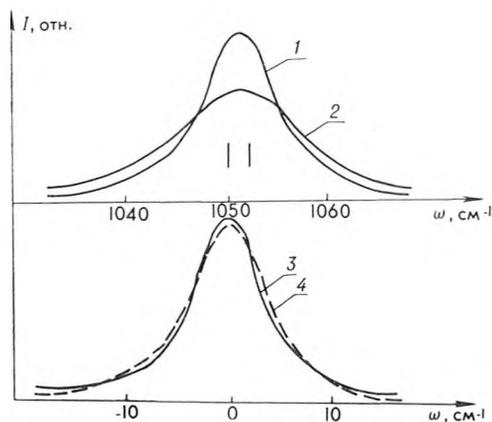


Рис. 1. Контуры полос полностью симметричного колебания группы NO_3 , нормированные к единице площади:

1 — изотропный $I_{\text{из.}}(\omega)$; 2 — анизотропный $I_{\text{ан.}}(\omega)$; 3 — колебательный $I_{\text{кол.}}(\omega)$; 4 — ориентационный $I_{\text{ор.}}(\omega)$

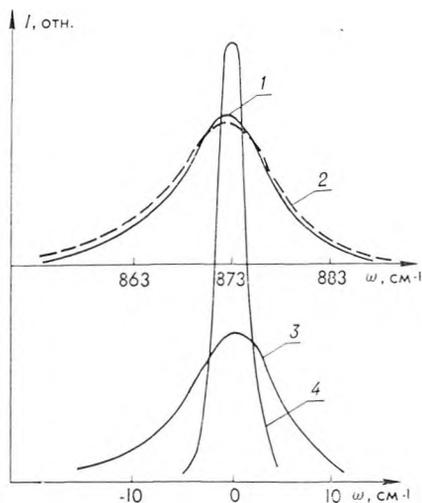


Рис. 2. Контуры полос полностью симметричного колебания группы UO_2 , нормированные к единице площади. Обозначения те же, что и на рис. 1.

В ходе вычислений предполагалось, что $B(\omega)$ имеет форму лоренцевой кривой с полушириной, в три—пять раз меньшей ожидаемой полуширины $I_{\text{кол.}}(\omega)$ или $I_{\text{ор.}}(\omega)$. Результаты численных экспериментов, описанных в [6], показывают, что в таких условиях представление (3) может быть реализовано с весьма высокой точностью. Предусмотрена также возможность дополнительной регуляризации задачи в рамках общего подхода, однако устойчивые решения в описанных ниже случаях получены без использования этой возможности. Этот результат подробно обосновывается в работе [9].

Фурье-преобразование контуров $I_{\text{кол.}}(\omega)$ и $I_{\text{ор.}}(\omega)$, рассчитанных изложенным методом, дает возможность получить корреляционные функции колебательной и ориентационной релаксации. Поскольку первоначально находится удовлетворительное приближение для контуров $I_{\text{кол.}}(\omega)$ и $I_{\text{ор.}}(\omega)$, получаемые корреляционные функции являются информативными и при достаточно больших временах. Это выгодно отличает предложенный метод от метода прямого деления корреляционных функций. Времена колебательной $\tau_{\text{кол.}}$ и ориентационной $\tau_{\text{ор.}}$ релаксации находятся по

формуле: $\tau = \int_0^{\infty} G(t) dt$.

Программа для ЭВМ серии ЕС, реализующая данный подход, применена для анализа механизмов формирования контуров полос полностью симметричных колебаний групп NO_3 ($\nu_1(A_1) = 1051 \text{ см}^{-1}$) и UO_2 ($\nu_1(A_1) = 873 \text{ см}^{-1}$) в водном растворе гексагидрата уранилнитрата ($C = 1 \text{ моль/дм}^3$). На рис. 1, 2 представлены результаты расчетов контуров $I_{\text{кол.}}(\omega)$ и $I_{\text{ор.}}(\omega)$, нормированных к единице площади, для соответствующих колебаний. На рис. 3 показаны кор-

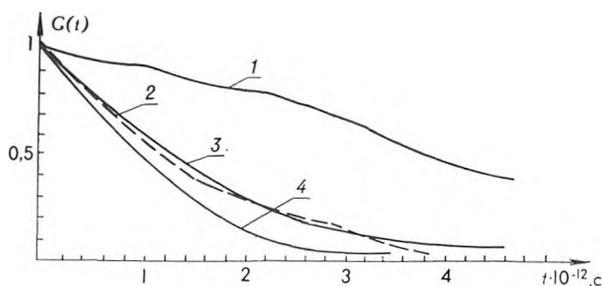


Рис. 3. Корреляционные функции ориентированной $G_{\text{ор.}}(t)$ релаксации:

1 — для группы UO_2 ; 2 — для группы NO_3 и колебательной $G_{\text{кол.}}(t)$ релаксации для группы NO_3 (3) и UO_2 (4)

реляционные функции $G_{\text{кол.}}(t)$ и $G_{\text{ор.}}(t)$, полученные фурье-преобразованием контуров $I_{\text{кол.}}(\omega)$ и $I_{\text{ор.}}(\omega)$. Определяющим механизмом формирования полос группы UO_2 является колебательная релаксация, а для колебания группы NO_3 колебательная и ориентационная релаксация — сравнимые по величине процессы (см. таблицу). Можно заключить, что реориентации главной молекулярной оси группы UO_2 сильно ограничены по сравнению с группой NO_3 .

Полуширины контуров полос и времена релаксации полностью симметричных колебаний групп UO_2 и NO_3 в водном растворе гексагидрата уранилнитрата

Группа	C , моль/дм ³	ν , см ⁻¹	$\Gamma_{\text{из.}}$, см ⁻¹	$\Gamma_{\text{ан.}}$, см ⁻¹	$\Gamma_{\text{кол.}}$, см ⁻¹	$\Gamma_{\text{ор.}}$, см ⁻¹	$\tau_{\text{кол.}}$, пс	$\tau_{\text{ор.}}$, пс
UO_2	1	873	11	11,3	10,8	2,8	1,25	8,8
NO_3	1	1051	8,3	13,6	8	9	1,55	1,4

Таким образом, предложенный подход позволяет изучать процессы колебательной и ориентационной релаксации в системах, где анизотропная компонента характеризуется низким значением отношения сигнал/шум, восстанавливаемые контуры имеют ширину, сравнимую с шириной соответствующих «аппаратных функций», и расширяет возможности спектроскопии комбинационного рассеяния света в исследовании молекулярной динамики жидкостей и газов.

Список литературы

1. Погорелов В. Е. и др. // УФН. 1979. Т. 127. Вып. 4. С. 683.
2. Nafie L. A., Peticolas W. L. // Journ. Chem. Phys. 1972. V. 57. N 8. P. 3145.
3. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М., 1979.
4. Тихонов А. Н. и др. // Астрономич. журн. 1969. Т. 46. № 3. С. 472.
5. Болдескул А. Е., Есьман С. С., Погорелов В. Е. // Оптика и спектроскопия. 1974. Т. 37. Вып. 5. С. 912.
6. Людчик А. М. // ЖПС. 1986. Т. 44. № 5. С. 802.
7. Людчик А. М. Там же. 1987. Т. 46. № 3. С. 461.
8. Фриден Б. // Обработка изображений и цифровая фильтрация / Под ред. Т. Хуанга. М., 1979. С. 193.
9. Турчин В. Ф., Туровцева Л. С. // Оптика и спектроскопия. 1974. Т. 36. № 2. С. 280.
10. Bertolo M., Dovi V. // Opt. Acta. 1981. V. 28. N 12. P. 1635.

Поступила в редакцию 30.03.87.

УДК 535.37

В. А. ГАЙСЕНКО, В. В. ГРУЗИНСКИЙ,
Г. Н. СИЦКО, Л. Ш. АФАНАСИДИ

ОСОБЕННОСТИ КОНЦЕНТРАЦИОННОЙ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ ПРИМЕСНЫХ МОЛЕКУЛ В ПОЛИМЕРНЫХ ПЛЕНКАХ

Решение многих задач спектроскопии сложных молекул и квантовой электроники требует внедрения молекул в жесткие матрицы, в частности в полимерные пленки [1]. Интерес к исследованию спектрально-люминесцентных свойств пленок, активированных красителями, возрос в связи с изучением неоднородного уширения [1, 2]. До недавнего времени в подобных системах изучалась лишь спектральная неоднородность. Нами был обнаружен новый вид неоднородности — спектрально-ориентационная [3, 4]. Как оказалось, при растяжении пленок молекулы, отвечающие за флуоресценцию в длинноволновой области спектра, ориентируются в меньшей степени, чем центры, ответственные за коротковолновую часть свечения. Целью данной работы является выяснение причин подобной не-

однородности на основе изучения поляризационных характеристик флуоресценции профлавина и ряда оксадиазолов.

Измерения проводились на флуорометре, описанном в [5]. Абсолютная статистическая погрешность определения анизотропии испускания (АИ) не превышала $\pm 0,005$.

Прежде всего отметим, что обнаруженная в [3, 4] зависимость АИ по спектру флуоресценции при изотропном возбуждении Ре (определенные см. в [3, 4]) может быть обусловлена электронно-колебательным взаимодействием, направленным переносом энергии (ПЭ) [2] в сочетании со спектрально-ориентационной неоднородностью или ограниченной подвижностью возбужденных молекул.

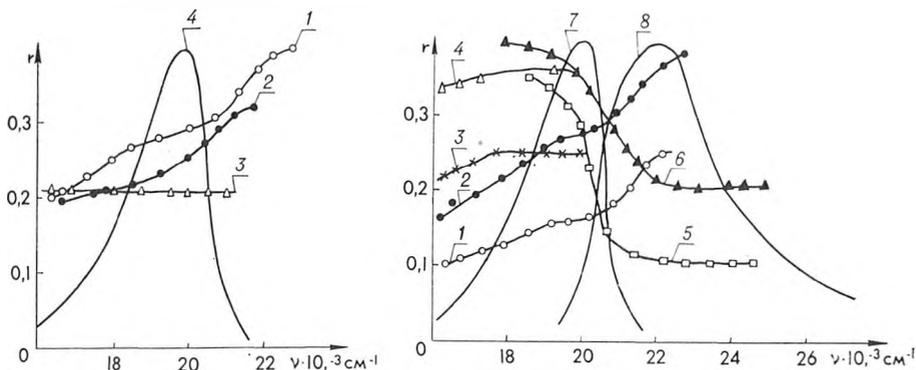


Рис. 1. Зависимость АИ от частоты регистрации для профлавина в нерастянутых пленках ПВС (1), ПВБ (2) и глицериновом растворе (3) при $\nu_{\text{воз.}} = 23\,800\text{ см}^{-1}$ и спектр флуоресценции (4) в пленке ПВС

Рис. 2. Зависимость АИ для профлавина по спектрам флуоресценции (1—4) и возбуждения (5, 6) в ПВС:

$C = 10^{-3}$ (1, 3, 5) и 10^{-4} г/г (2, 4, 6); $\nu_{\text{воз.}} = 23800$ (1, 2) и 20200 см^{-1} (3, 4); $\nu_{\text{рег.}} = 16600\text{ см}^{-1}$ (5, 6); 7 — спектр флуоресценции; 8 — спектр поглощения при $C = 10^{-4}$ г/г

На рис. 1 представлена зависимость АИ по спектру флуоресценции профлавина в различных растворителях — поливинилловом спирте (ПВС), поливинилбутирате (ПВБ) и глицерине при концентрации 10^{-4} г/г и комнатной температуре. Как видно, матрица оказывает существенное влияние на зависимость АИ от частоты, а в случае глицеринового раствора АИ не изменяется по спектру флуоресценции. Аналогичные закономерности наблюдались и для оксадиазолов. Следовательно, наблюдавшуюся в [3, 4] спектрально-поляризационную неоднородность нельзя объяснить только электронно-колебательным воздействием.

Одной из возможных причин обсуждаемого эффекта может быть движение примесных молекул относительно скелета полимера, которое возникает, видимо, за счет случайных возмущений со стороны окружения и в результате переориентации возбужденных молекул в реактивном поле окружения. В первом случае движение будет носить чисто стохастический характер и АИ должна зависеть от температуры. Однако нагревание образцов вплоть до 100°C заметной деполаризации не вызвало. Если даже предположить, что переориентация связана с взаимодействием постоянного дипольного момента молекулы в возбужденном состоянии и реактивного поля окружения, деполаризация будет определяться составом микроокружения центров флуоресценции. В частности, из-за пористости полимера возможно проникновение атмосферной влаги внутрь полимера, что должно сказаться на скорости переориентации молекул. С целью изменения состава микроокружения примесных центров нами проводилось вакуумирование образцов с нагревом, а также последующее длительное вымачивание пленок в толуоле. Ни в первом, ни во втором случае АИ не менялась. Полученные результаты свидетельствуют, что переориентация возбужденных молекул в пленках ПВС за время жизни флуоресценции, по-видимому, отсутствует.

Для доказательства того, что наблюдавшийся в [3, 4] эффект связан с направленным ПЭ, нами проведено исследование зависимости АИ от концентрации для профлавинила и оксадиазолов в нерастянутых пленках ПВС (рис. 2). Для остальных соединений получены аналогичные результаты. Зависимости, представленные на рис. 2, являются типичными для ПЭ в условиях неоднородного уширения [1, 2].

Вместе с тем обращает на себя внимание следующая особенность: АИ сильно меняется по спектру флуоресценции даже при концентрациях порядка 10^{-6} г/г, когда ПЭ должен практически отсутствовать. В стеклюющихся растворителях подобные эффекты не наблюдаются. Если по-прежнему считать, что причина изображенных на рис. 2 спектральных зависимостей — ПЭ, то необходимо предположить, что локальная концентрация молекул активатора в полимере значительно выше средней, что может быть обусловлено особенностями строения полимеров и внедрения в них примесных молекул. Известно [6], что в полимерах можно выделить устойчивые дефекты упаковки, которые сохраняются даже в расплавах и при кристаллизации полимера будут вытесняться в еще не закристаллизовавшиеся аморфные участки, т. е. будут вести себя как частицы растворенного вещества в аморфном компоненте. Можно предположить, что активаторы полимерных пленок будут концентрироваться в узлах дислокаций, как в наименее плотных элементах структур. Тогда истинная концентрация низкомолекулярных веществ в полимере будет определяться количеством устойчивых дефектов и числом молекул, приходящихся на один дефект. Исходя из размеров полимерных цепей, можно утверждать, что расстояние между центрами сорбции значительно превосходит критический радиус ПЭ для диполь-дипольного взаимодействия между молекулами активатора, а концентрация этих центров меньше критической концентрации переноса. В этом случае уже при малых средних концентрациях активатора будут иметь место центры сорбции, содержащие несколько молекул, и ПЭ станет возможным в пределах дефекта, что вызовет деполяризацию флуоресценции.

После заполнения центров сорбции по мере дальнейшего роста концентрации примесные молекулы должны располагаться и за пределами устойчивых дефектов. Если концентрация таких молекул невелика, ПЭ между ними и к другим дефектам будет затруднен и можно ожидать замедления скорости концентрационной деполяризации или даже некоторой реполяризации с ростом концентрации, что наблюдалось нами для профлавина. При концентрации 10^{-4} г/г отмечено возрастание АИ на 0,025 по сравнению с концентрацией 10^{-5} г/г, что превосходит погрешность измерений.

Изложенная схема позволяет объяснить и причины наблюдавшейся ранее [3, 4] спектрально-ориентационной неоднородности растянутых пленок. Различные типы и степени заполнения дефектов приводит, вероятно, не только к неоднородному уширению, но к различной степени упорядочения молекул, сорбированных на различных дефектах при растяжении образца. Сочетанием неоднородного уширения с неоднородностью ориентации, по-видимому, можно объяснить наблюдавшиеся в [3, 4] зависимости R_0 по спектру флуоресценции.

Список литературы

1. Гайсенок В. А., Саржевский А. М. Анизотропия поглощения и люминесценции многоатомных молекул. Минск, 1986.
2. Гулис И. М., Комяк А. П. // ЖПС. 1977. Т. 27. Вып. 5. С. 841.
3. Гайсенок В. А., Сицко Г. Н., Зубко В. И. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1984. № 3. С. 21.
4. Гайсенок В. А., Грузинский В. В., Сицко Г. Н. // ЖПС. 1987. Т. 45. Вып. 5. С. 812.
5. Ветохин С. С., Гайсенок В. А., Грузинский В. В., Сицко Г. Н., Слободянюк А. П. // ЖПС. 1987. Т. 45. Вып. 6. С. 1006.
6. Шляпников Ю. А. // Докл. АН СССР. 1972. Т. 202. № 6. С. 1377.

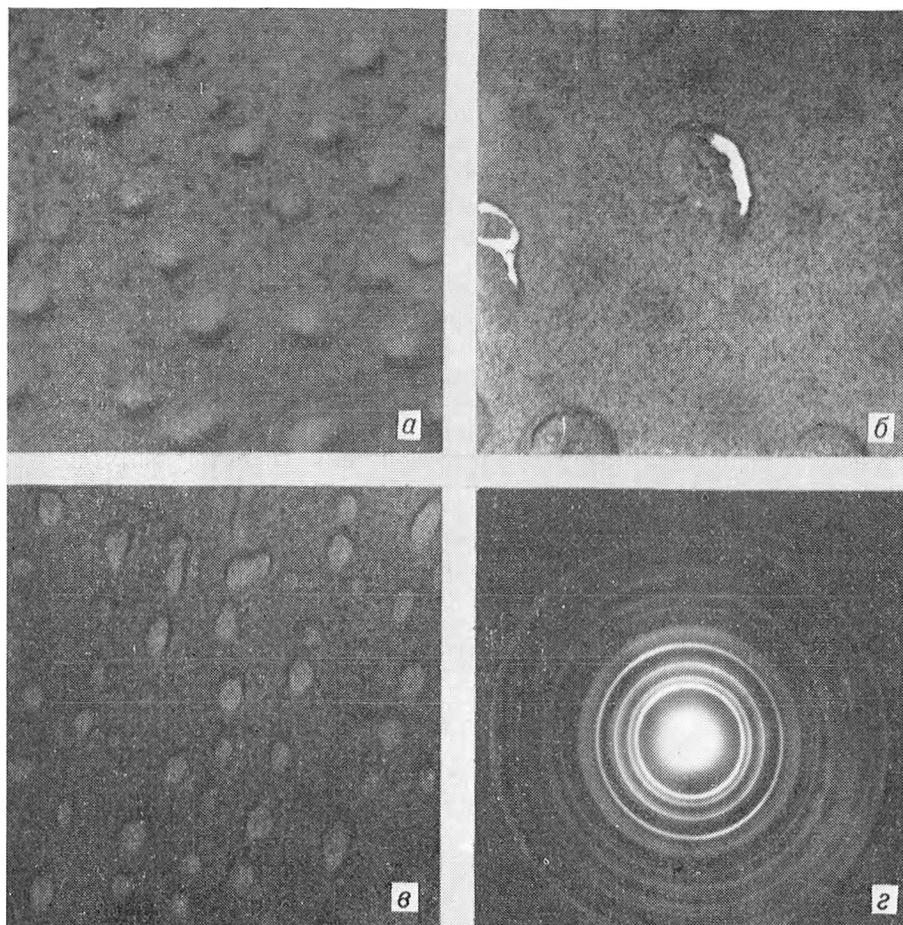
Поступила в редакцию 21.04.87.

СТРУКТУРНЫЕ И ФАЗОВЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ В СПЛАВЕ Fe - 30% Ni ПРИ ОБЛУЧЕНИИ ИОНАМИ ЦИНКА

Одной из актуальных задач радиационной физики твердого тела является исследование процессов взаимодействия ионизирующих излучений с веществом и протекающих при этом структурно-фазовых превращений. Образование и миграция радиационных дефектов решетки металлов и их взаимодействие с имплантированными ионами приводят к развитию таких явлений, как набухание, возникновение блистеров, распыление поверхности, химическая эрозия [1, 2], изучение которых в последнее время находит все большее развитие [3]. Однако процессы, происходящие при взаимодействии поверхности твердого тела с химически активными ионами, выяснены еще не достаточно.

Цель настоящей работы — исследование структуры поверхности никелевых сплавов на основе железа при облучении ионами цинка. При этом учитывалось, что сплавы, содержащие более 20 % никеля и обладающие ОЦК-решеткой, имеют высокую стойкость к радиационному набуханию.

Структурные исследования проводили на тонкопленочных образцах



Структура пленок сплава Fe-30%Ni, облученных ионами цинка:

a — первичные вздутия, доза облучения $4 \cdot 10^{16}$ ион/см², увеличение 20000 X; *б* — первичные разрушающиеся и вторичные зарождающиеся вздутия, доза облучения $6 \cdot 10^{16}$ ион/см², увеличение 10000 X; *в* — вторичные вздутия, сформировавшиеся при дозе облучения 10^{17} ион/см², увеличение 10000 X; *г* — микродифрактограмма, доза облучения $6 \cdot 10^{16}$ ион/см².

железо-никелевого сплава, полученных осаждением на свежие сколы кристаллов NaCl при остаточном давлении не хуже 10^{-4} Па.

Толщина пленок, измеренная с помощью интерференционного микроскопа МИИ-4, 70 ± 20 нм.

Облучение проводилось пучком ионов Zn^{+} с энергией 30 кэВ в интервале доз от 10^{16} до 10^{17} ион/см². Топология поверхности после ионной имплантации исследована на электронном микроскопе ПРЭМ-200. Фазовый состав и тип решетки изучали микродифракционными методами.

При дозе облучения свыше 10^{16} ион/см² на пленках сплава формируются вздутия (см. рисунок, а). Этот процесс протекает в два этапа. Первичные вздутия появляются при дозе $2 \cdot 10^{16}$ ион/см², их концентрация — $4 \cdot 10^7$ см⁻². С ростом дозы облучения до $4 \cdot 10^{16}$ ион/см² концентрация вздутий возрастает до 10^8 см⁻².

При дозе облучения $6 \cdot 10^{16}$ ион/см² на поверхности железо-никелевого сплава наблюдаются уже два вида вздутий: первичные, окончательно сформированные, размером $1,5 \cdot 10^3$ нм, и вторичные в начальной стадии образования (см. рисунок, б). Дальнейшее увеличение дозы до $8 \cdot 10^{16}$ ион/см² вызывает почти полное разрушение облучаемой пленки. При этом разрушение образца начинается с первичных вздутий, на которых при дозе облучения $6 \cdot 10^{16}$ ион/см² появляются трещины, хорошо видимые на представленных фотографиях. Одновременно на сохранившихся участках продолжается формирование вторичных вздутий, концентрация которых при дозе 10^{17} ион/см² достигает $1,1 \cdot 10^8$ см⁻², а характер их расположения имеет направленную ориентацию (см. рисунок, в).

Анализ микродифракционной картины показал, что при облучении дозой до $2 \cdot 10^{16}$ ион/см² тип и параметры кристаллической решетки соответствуют характеристикам решетки исходного образца состава Fe-30% Ni со структурой α -фазы. При дозе облучения $4 \cdot 10^{16}$ ион/см² появляются две дополнительные дифракционные линии, которые могут быть отнесены к фазам со структурой NiZn, NiZn₃ или (NiZn)Fe₂O₄. Концентрация имплантированных ионов цинка при данной дозе облучения достаточна для образования химических соединений в соответствии с диаграммой состояния Fe(Ni)-Zn.

При дозе облучения $6 \cdot 10^{16}$ ион/см² и выше на дифракционной картине появляется значительное количество новых линий (см. рисунок, г). Исходя из близости характеристик атомов железа и никеля и с учетом того, что они могут образовывать ряд химических соединений с цинком, которые изоморфны и имеют сходные значения межплоскостных расстояний, можно предположить образование соединений железа и никеля с цинком в виде ряда твердых растворов типа $(Fe_{0,7}Ni_{0,3})Zn_x$ (см. таблицу).

Межплоскостные расстояния (d) сплава Fe-30% Ni, облученного ионами Zn^{++}

Экспериментальные значения d , нм; при дозах облучения, ион/см ²		Стандартные значения d для фаз, содержащих Fe, Ni, Zn, нм			
6 · 10 ¹⁶	10 ¹⁷	α -Fe	NiZn	NiZn ₃	(Ni, Zn)Fe ₂ O ₄
0,281	0,289	—	—	—	0,297
0,246	0,246	—	—	0,240	0,242
—	0,215	—	—	0,211	0,214
0,206	—	0,201	0,209	—	—
—	0,191	—	0,194	0,191	—
0,159	0,161	—	0,161	0,164	0,162
—	0,151	—	—	0,149	0,148
0,135	0,134	—	0,138	0,136	0,133
0,119	0,118	0,116	0,115	0,119	0,121

Наблюдаемое в нашем случае при ионном облучении пленок формирование вздутый и их разрушение сходно с явлением радиационного блистеринга [4]. Процесс образования блистеров, вызывающих разрушение поверхности, связывается с накоплением внедренного газа (гелий, водород и др.) в приповерхностном слое материала. Однако в нашем случае образование вздутый при облучении твердофазными ионами при качественном подобии с блистерами требует другого объяснения.

При имплантации ионов, атомы которых имеют ограниченную растворимость, согласно [5], образуются метастабильные твердые растворы замещения при концентрациях примесных атомов, значительно выше предела их растворимости, определяемого правилом Юм-Розери.

С другой стороны, облучение может вызывать распад твердых растворов и образование вторых фаз даже при относительно низких температурах за счет эффекта радиационно-стимулированной диффузии. Подобную ситуацию мы, по-видимому, и наблюдаем при облучении железо-никелевого сплава ионами цинка.

При образовании цинкаторов железа и никеля объемная дилатация на границе раздела «матрица — вторая фаза» характеризуется достаточно большими значениями размерных несоответствий. Так, если принять атомные радиусы железа, никеля и цинка равными 0,126, 0,124 и 0,138 нм, относительное несоответствие для химических соединений цинкаторов железа и никеля составит 9,5 и 11,3 %. Расчетные оценки объемной дилатации на границе раздела «матрица—цинкатор никеля» показывают, что средний объем цинката никеля NiZn (ГПУ — решетка), приходящийся на один атом, составляет 0,0244 нм³, тогда как средний объем атома материала матрицы в виде сплава Fe-30%Ni (ОЦК—решетка) — 0,01182 нм³. Следовательно, фактор объемного несоответствия при фазовых превращениях в облученной пленке может достигать 107 %.

Таким образом, увеличение объема железо-никелевого сплава при имплантации ионов цинка, а также при формировании частиц второй фазы в виде цинкаторов приводит к развитию напряженного состояния в пленке, появлению вздутый и в результате — к разрушению материала.

Список литературы

1. Исследование и разработка материалов для реакторов термоядерного синтеза / Под ред. акад. Н. В. Агеева. М., 1981. С. 183.
2. Гусева М. И. // Физика. Химия. Механика. 1982. № 4. С. 27.
3. Ахметова Б. Г., Ачкулаков М. Т., Тауасаров К. и др. // Радиационные эффекты в металлах и сплавах. Алма-Ата, 1985. С. 84.
4. Гусева М. И., Мартыненко Ю. В. // УФН. 1981. Т. 135. Вып. 4.
5. Поут Дж. М. // Ионная имплантация. М., 1985. С. 72.

Поступила в редакцию 09.02.87.

УДК 621.375

В. П. ДОРОШЕВ, А. М. ИЛЬЯНОК, В. Е. ЯМНЫЙ

ШИРОКОПОЛОСНЫЙ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫЙ АППРОКСИМАТОР

В экспериментальной физике, измерительной, вычислительной технике, технике радиоприема и связи для обработки сигналов применяются функциональные (нелинейные) преобразователи, выполненные в виде кусочно-линейных аппроксиматоров заданных характеристик передачи. Однако реализация прецизионных аппроксиматоров в широком диапазоне рабочих частот встречает серьезные трудности прежде всего потому, что большинство устройств аппроксимации выполняется на нелинейных элементах, включенных в цепь обратной связи операционных усилителей [1]. Такие схемы имеют частотный диапазон нескольких десятков кГц, что обусловлено снижением коэффициента передачи операционного усилителя и падением эффективности отрицательной обратной связи с ростом

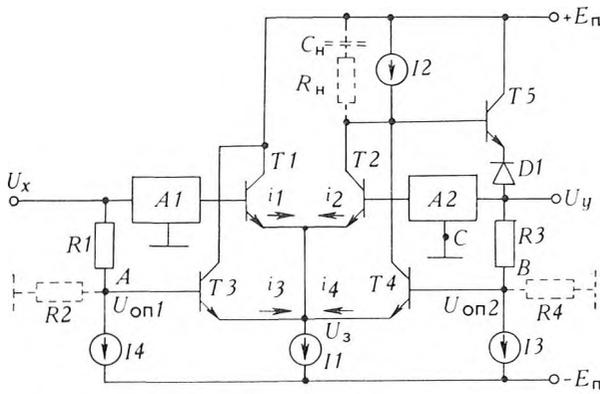


Рис. 1. Схема аппроксиматора. Пояснение см. в тексте

(рис. 1), имеющий на входе две дифференциальные пары транзисторов T1, T2 и T3, T4 с объединенными эмиттерами и коллекторами. Базовые цепи дифференциальных пар соединяются через резистивные аттенюаторы A1, A2 и резисторы R1 и R3, что позволяет входному сигналу u_x переключать ток генератора I_1 из одной дифференциальной пары в другую. Токое переключение обеспечивает высокое быстродействие устройства, а достаточно глубокая отрицательная обратная связь через транслятор уровня (T5, D1) и A2 стабилизирует его статические параметры.

В устройстве реализуются две точки излома характеристики передачи: для положительного и отрицательного значений u_x . Большее количество точек излома может быть получено за счет введения в схему рис. 1 дополнительных дифференциальных пар, включенных аналогично паре T3, T4.

Для аппроксимации характеристик передачи с уменьшающейся производной (компрессорного типа) необходимо установить затухание аттенюатора A1 $\alpha_1=1$ и резистор R2 подключить к точке А, с увеличивающейся производной (экспандерного типа) — затухание A2 $\alpha_2=1$, а резистор R4 подключить к точке В.

Координаты точек излома характеристики передачи аппроксиматора определяются уровнем u_x в моменты совпадения напряжений на базах транзисторов T2 и T4 (u_{x1}) и T1 и T3 (u_{x2}). Они могут быть найдены из следующих соотношений для компрессора:

$$u_{x1} = u_{он2}\alpha_2 = I_3R_3\alpha_2; \quad u_{x2} = -u_{он1} = -I_4R_2; \quad (1)$$

для экспандера:

$$u_{x1} = u_{он1}/\alpha_1 = I_4R_1/\alpha_1; \quad u_{x2} = -u_{он2}/\alpha_1 = -I_3R_4/\alpha_1. \quad (2)$$

Вторые (выходные) координаты точек излома могут быть найдены по углу наклона характеристики передачи β_1 на начальном ее участке для компрессора:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = K_1 = u_y/u_x = 1/\alpha_2; \quad (3)$$

для экспандера:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = K_1 = u_y/u_x = \alpha_1, \quad (4)$$

где K_1 — коэффициент передачи аппроксиматора на начальном участке характеристики передачи.

При $u_x > u_{x1}$ коэффициент передачи $K_2 = \operatorname{tg} \beta_2 = 1$, так как в этом случае операционный усилитель охвачен 100 %-ной отрицательной обратной связью. При $u_x < u_{x2}$ для компрессора имеем

$$K_2' = \frac{1}{\alpha_2} \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right), \quad (5)$$

а для экспандера

частоты [2, 3]. В то же время достаточно широкополосные диодные аппроксиматоры [4] характеризуются низкой температурной стабильностью, сложны в настройке, и применение их ограничено.

С целью расширения частотного диапазона кусочно-линейных аппроксиматоров предлагается новая транзисторная структура [5] — двухкаскадный операционный усилитель

$$K_2' = \alpha_1 (1 + R_3/R_4). \quad (6)$$

Из (5), (6) следует, что для получения симметричной характеристики передачи аппроксиматора ($K_2 = K_2' = 1$) необходимо выбирать $\alpha_2 = R_2/(R_1 + R_2)$ и $\alpha_1 = R_4/(R_3 + R_4)$.

Анализ характеристик передачи аппроксиматора проведем исходя из того, что сумма токов эмиттеров транзисторов Т1 и Т3 не может быть больше тока генератора I_2 (пренебрегая токами баз этих транзисторов), т. е. $i_1 + i_3 = I_2$ и, выбрав $I_2 = 0,5 I_1$, получаем $i_1 + i_3 = i_2 + i_4$.

Поскольку эмиттерные токи транзисторов описываются экспоненциальными функциями, можно записать для компрессора:

$$e^{\bar{u}_x} + e^{\alpha_2(\bar{u}_x - \bar{u}_{оп1})} = e^{\alpha_2 \bar{u}_y} + e^{\bar{u}_y - \bar{u}_{оп2}}; \quad (7)$$

для экспандера:

$$e^{\bar{u}_x/\alpha_1} + e^{\bar{u}_x - \bar{u}_{оп1}} = e^{\bar{u}_y/\alpha_1} + e^{\bar{u}_y - \bar{u}_{оп2}}; \quad (8)$$

где \bar{u}_x , \bar{u}_y , $\bar{u}_{оп1}$, $\bar{u}_{оп2}$ — нормированные относительно температурного потенциала напряжения, действующие в схеме, рис. 1.

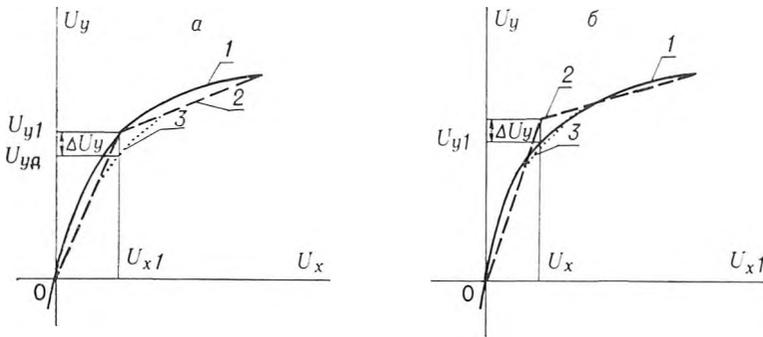


Рис. 2. К выбору координат точек излома:

1 — аппроксимируемая функция; расчетная (2) и действительная (3) характеристики аппроксиматора

Из (7), (8) следует, что вблизи точек излома существует нелинейный переход от одного линейного участка к другому (рис. 2, а). Используя этот переход, можно повысить качество аппроксимации путем поправки выходной координаты u_y точки излома, заданной выражениями (1) — (4), на величину $\Delta u_y = u_y - u_{yд}$ (рис. 2, б). Величина $u_{yд}$ определяется из (7), (8) при известных $u_{x1,2}$; $u_{оп1,2}$; α_1 ; α_2 .

Следует заметить, что структура рис. 1 позволяет успешно реализовать функцию широкополосного одностороннего ограничения (R1, T4 — отсутствуют, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, R2, R4 — подключены) и выпрямления (R1, T4 — отсутствуют, $\alpha_1 = 1$, $u_{оп1} = 0$, точка С соединена со входом схемы). Для этих двух случаев можно получить аналитическое выражение характеристики передачи для ограничителя: $\bar{u}_y = \bar{u}_x + \ln(e^{\bar{u}_{оп1} - \bar{u}_x} + 1)$ и для выпрямителя: $\bar{u}_y = \bar{u}_x + 2 \ln(e^{-\bar{u}_x} + 1)$.

В заключение отметим, что рассмотренный кусочно-линейный аппроксиматор, реализованный на микросхемах КИТ981А ($I_1 = 1,2$ мА, $I_2 = 0,6$ мА, $I_3 = 5$ мА, $I_4 = 10$ мА), позволил получить относительную погрешность установки точек излома не более 0,2 % при u_x , u_y , лежащих в пределах 0,2—5 В в полосе рабочих частот до 1 МГц.

При работе аппроксиматоров без перегрузки входным сигналом возможно расширение рабочих частот до 10 МГц (с сохранением статической погрешности порядка 0,2 %) путем подключения параллельно генератору тока I_2 последовательной цепочки, состоящей из резистора $R_H = 200 \div 300$ Ом и конденсатора $C_H = 50 \div 200$ мкФ.

Использование в предложенной структуре лишь дифференциальных каскадов позволяет реализовать аппроксиматоры полностью в виде полупроводниковых интегральных микросхем.

Список литературы

1. Гутников В. С. Интегральная электроника в измерительных устройствах. Л., 1980. С. 161.
2. Достал И. Операционные усилители. М., 1982. С. 252.
3. Гринберг И. Л., Таранов С. Т. Самоподстраивающиеся измерительные усилители с пробным сигналом. М., 1976. С. 24.
4. Маслов А. А., Сахаров О. И. Синтез диодных функциональных преобразователей. М., 1976.
5. Белоносов Ю. И., Бороздин Б. М., Ильянок А. М., Ямный В. Е. Дифференциальный усилитель: А.с. 897794 СССР // БИ. 1983. № 1.

Поступила в редакцию 26.01.87.

УДК 539.124

АТТИЯ ЭЛЬ САИД, ПИВИ ПЕПЕ,
А. Л. ХОЛМЕЦКИЙ, В. А. ЧУДАКОВ

АНАЛИЗ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КОНВЕРСИОННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

Мёссбауэровская спектроскопия с регистрацией конверсионных электронов (МСКЭ) находит широкое применение в исследовании химического состава и структуры поверхностных слоев твердых тел толщиной от единиц до сотен нанометров [1]. Составной частью метода МСКЭ, необходимой для правильной интерпретации экспериментальных данных, является анализ энергетического распределения электронов, вылетающих из образца, содержащего резонансные ядра, при его облучении мёссбауэровскими γ -квантами. Для решения этой задачи используются достаточно сложные и трудоемкие аналитические или численные методы (лучевое и диффузионное приближения, метод Монте-Карло и т. п.), требующие значительных затрат машинного времени [2]. В то же время, так как длина релаксации γ -квантов в образце во много раз превосходит длину пробега электронов, для экспрессных оценок характеристик вторичного электронного поля можно воспользоваться концепцией объемного квазиисточника с равномерным распределением мощности внутренних излучателей [3] и попытаться решить указанную задачу в приближении точечного источника.

Рассмотрим электроны, инициированные потоком мёссбауэровского излучения в слое dx , расположенном на глубине x_1 образца, и выходящие на его поверхность в некоторой фиксированной точке. В зависимости от места образования электроны с первоначальной энергией E_0 пройдут неодинаковое расстояние x_i и выйдут из образца с различной энергией E_i . В области низких энергий E электронов средняя потеря энергии на единицу пройденного пути $\frac{dE}{dx}$ определяется известной формулой Бете [3]:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi e^4 N Z}{E} \ln \frac{1,16E}{I}, \quad (1)$$

где e — заряд электрона; N , Z и I — атомная плотность, атомный номер и потенциал ионизации вещества соответственно. Связь между энергией E_i и расстоянием x_i , проходимым электроном в веществе образца до точки выхода, можно найти, проинтегрировав выражение (1):

$$x_i(E_0, E_i) = \frac{1}{C_1} \int_{E_i}^{E_0} \frac{EdE}{\ln(C_2 E)}, \quad (2)$$

где $C_1 = 7,85 \cdot 10^4 \frac{Z \cdot \rho}{A}$; $C_2 = \frac{1,16}{l}$; ρ и A — плотность и атомный вес образца. Произведя в (2) замену переменных $y = C_2 E$, получим [4]:

$$x_i(y_0, y_i) = \frac{1}{C_1 C_2^2} [F(y_0) - F(y_i)], \quad (3)$$

где $F(y) = \ln y + 2 \ln y + \frac{(2 \ln y)^2}{2 \cdot 2!} + \frac{(2 \ln y)^3}{3 \cdot 3!} + \dots$

Решив уравнение (3), можно получить зависимость $E_i = f(x_i)$ в аналитическом или графическом виде. Пусть необходимо найти энергетическое распределение электронов в диапазоне энергий $E_1 = f(x_1)$ и $E_n = f(x_n)$. Выберем шаг дискретизации по энергии ΔE из условия $E_1 - E_n = n \Delta E$, где n — целое число, тогда $E_i = E_1 - i \Delta E$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Заменим слой dx на глубине x_i , представляющий собой плоский изотропный квазиисточник электронов, набором из n точечных источников с активностями S_i ($i = 1, 2, \dots, n$), расположенных на расстоянии x_i от поверхности образца и на расстояниях R_i от проекции точки выхода на слой dx , причем расстояние x_i от каждого источника до точки выхода равно:

$$\bar{x}_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}, \text{ а } R_i = \sqrt{\bar{x}_i^2 - x_i^2}. \quad (4)-(5)$$

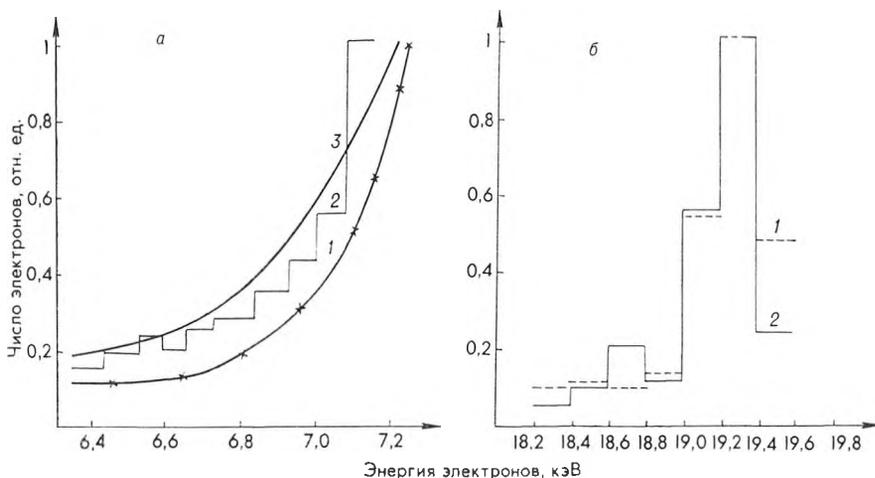
Приравняем активность i -го источника S_i площади кольца с внутренним радиусом $\sqrt{x_{i+1}^2 - x_i^2}$ и внешним $\sqrt{x_{i+1}^2 - x_i^2}$:

$$S_i = \pi (x_{i+1}^2 - x_i^2). \quad (6)$$

Тогда число электронов N_i с энергией E_i в точке выхода на поверхность образца, рассчитанное по закону ослабления для точечного источника:

$$N_i = \frac{S_i}{4\pi x_i^2} e^{-\mu \bar{x}_i}, \quad (7)$$

где $\mu = 4,43 \cdot 10^{-2} \frac{\rho}{E^{3/2}}$, при $5 < E_0 < 25$ кэВ [5]; ρ — плотность вещества образца.



Энергетические распределения конверсионных электронов, выходящих из слоев ^{57}Fe с глубины 12 нм (а) и ^{119}Sn с глубины 16 нм (б):

1 — метод Монте-Карло; 2 — приближение точечного источника; 3 — диффузионное приближение

На рисунке (кривые 2) приведены спектры конверсионных электронов, выходящих из бесконечно тонких слоев ^{57}Fe ($E_0=7,3$ кэВ) с глубины 12 нм и ^{119}Sn ($E_0=19,6$ кэВ) с глубины 16 нм, рассчитанные по предложенной методике. Для сравнения здесь же показаны электронные спектры [6, 7], рассчитанные при тех же условиях по методу Монте-Карло (кривые 1) и в диффузионном приближении (см. рисунок, а, кривая 3). Спектры нормированы к единице в точке максимума. Как видно из приведенных результатов, анализ энергетических распределений конверсионных электронов в приближении точечного источника, несмотря на простоту методики, позволяет получить данные, находящиеся в хорошем соответствии с полученными более сложными методами.

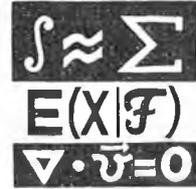
При расчете энергетических спектров конверсионных электронов, выходящих на поверхность образца из слоя конечной толщины x , его следует разбить на слои dx , число которых определяется выбранным шагом дискретизации по энергии ΔE с учетом зависимости $E_i=f(x_i)$. В соответствии с выражением (7) проводится расчет энергетических спектров для отдельных слоев с последующим суммированием числа электронов в каждом энергетическом интервале.

Список литературы

1. Балдохин Ю. В., Голданский В. И., Колотыркин П. Я. // Метрология. 1986. № 8. С. 3.
2. Аккерман А. Ф., Грудский М. Я., Смирнов В. В. Вторичное электронное излучение из твердых тел под действием гамма-квантов. М., 1986.
3. Гусев Н. Г., Машкевич В. П., Суворов А. П. Защита от ионизирующих излучений / Под общ. ред. Н. Г. Гусева. Т. 1: Физические основы защиты от излучений. Изд. 2-е. М., 1980.
4. Грузин П. Л., Евстюхина И. А., Соколов А. Г. // Изотопы в СССР. 1983. Вып. 1 (65), С. 57.
5. Liljequist D., Ekdahe T., Baverstam U. // Nucl. Instr. and Meth. 1978. V. 155. N 1—2. P. 529.
6. Iton J., Toriyama T., Sanevoshi K., Hisataka K. Ibid. 1983. V. 205. N 1—2. P. 279.
7. Проукова А. Ibid. 1980. V. 174. P. 327.

Поступила в редакцию 16.02.87.

Математика и механика



УДК 519.1

М. М. КОВАЛЕВ, А. В. МОЩЕНСКИЙ

ПОИСК ЛОКАЛЬНЫХ МИНИМУМОВ ВЫПУКЛОЙ НА УПОРЯДОЧЕННОМ МНОЖЕСТВЕ ФУНКЦИИ

Постановка задачи. Пусть H — конечное частично упорядоченное отношением $<$ множество и f — действительная выпуклая функция на H . Напомним, что функция f называется выпуклой на упорядоченном множестве H , если $2 \cdot f(y) \leq f(x) + f(z)$ для любых $x, y, z \in H$, обладающих свойством $x < y < z$. Если каждой дуге (x, y) диаграммы Хассе частично упорядоченного множества H приписать вес $f(y) - f(x)$, то очевидно, что для выпуклой функции такие веса будут возрастать вдоль каждой цепи.

Как правило, при оптимизации проектных решений [1] функция f задается не аналитическим выражением, а с помощью алгоритмических процедур. Процедуру вычисления значения $f(x)$ на любом элементе $x \in H$ назовем f -оракулом; процедуру вычисления разности $f(\pi^+(x)) - f(x)$, где $\pi^+(x)$ — элемент непосредственно следующий за x , $\text{grad}f$ -оракулом, а процедуру, определяющую только знак такой разности, $\text{signgrad}f$ -оракулом.

Обобщением проблемы оптимального поиска экстремума унимодальной функции является следующая

Проблема. Построить оптимальный по числу обращений к f -оракулу или $\text{signgrad}f$ -оракулу алгоритм поиска минимума (всех локальных минимумов) выпуклой функции. Под локальным минимумом понимается минимум в порядковой окрестности, определяемой для элемента a правилом $O(a) = \{x \in H : x < a \text{ или } a < x\}$.

Верхняя граница сложности. Подмножество $I_H \subseteq H$ называется идеалом в H , если для всех $x, y \in H$ из условий $y \in I_H$ и $x < y$ вытекает, что $x \in I_H$. Фильтром множества H назовем идеал в двойственном множестве $(H, >)$. Если $S \subseteq H$, то идеал (фильтр), порожденный множеством S , обозначим через $I(S)$, $F(S)$. Идеал в частично упорядоченном множестве $R(H)$ ребер диаграммы Хассе множества H назовем реберным идеалом. При этом считаем, что ребро (x, y) предшествует ($<'$) ребру (m, n) , если $y < m$.

Следующая теорема дает шенноновскую верхнюю оценку сложности задачи отыскания всех локальных минимумов по числу обращений к $\text{signgrad}f$ -оракулу.

Теорема. Локальные минимумы выпуклой функции $f: H \rightarrow \mathbf{R}$ могут быть найдены не более чем за $\log_2 i(R(H)) / \log_2 \left(\frac{1}{1 - \delta_0} \right) \approx 3,73 \cdot \log_2 i(R(H))$ обращений к $\text{signgrad}f$ -оракулу, где $i(R(H))$ — число реберных идеалов в H , $\delta_0 = \frac{1}{4} (3 - \log_2 5) \approx 0,17$.

Доказательство. Для нахождения локальных минимумов необходимо найти все элементы $x^{(k)} \in H$, для которых $f(\pi^+(x^{(k)})) - f(x^{(k)}) \geq 0$, $f(\pi^-(x^{(k)})) - f(x^{(k)}) \geq 0$, где $\pi^-(x^{(k)})$ — элемент из H , непосредственно предшествующий $x^{(k)}$.

В силу выпуклости функции f имеем, что для любого ребра $(z, y) \in R(H)$ из условия $(z, y) <'(x^{(k)}, \pi^+(x^{(k)}))$ следует $f(y) - f(z) \leq 0$, а из условия $(p, q) >'(x^{(k)}, \pi^+(x^{(k)}))$ следует $f(q) - f(p) \geq 0$, т. е. элементы $x^{(k)}$ являются конечными вершинами наибольшего по мощности реберного идеала с отрицательными знаками ребер.

Поиск требуемого идеала будем производить с помощью следующих итераций: выбираем ребро $(x, y) \in R(H)$ такое, что

$$\delta_0 \leq \frac{i((x, y), R(H))}{i(R(H))} \leq 1 - \delta_0, \quad (1)$$

где $i((x, y), R(H))$ — число реберных идеалов в $R(H)$, содержащих ребро (x, y) (как показано в [2], такое ребро существует). Если signgradf -оракул на ребре (x, y) имеет знак «-», то отбрасываем идеал $I(x)$, т. е. сохраняем множество $H' = H \setminus I(x)$, в противном случае (знак «+») отбрасываем фильтр $F(y)$, т. е. сохраняем множество $H' = H \setminus F(y)$. Множество H' в обоих случаях имеет не более $(1 - \delta_0) \cdot i(R(H))$ реберных идеалов. Следовательно, описанная итерация уменьшает число идеалов в $\frac{1}{1 - \delta_0}$ раз. Действуя аналогично с множеством $R(H')$, получаем за не более чем $\log_2 i(R(H)) / \log_2 \left(\frac{1}{1 - \delta_0} \right)$ обращений к signgradf -оракулу множество H' , являющееся антицепью, которое и будет множеством локальных минимумов.

З а м е ч а н и е 1. Теорема не является конструктивной, так как не дает правила нахождения элемента множества $R(H)$, удовлетворяющего условию (1).

Следствие 1. Если диаграмма Хассе множества H является лесом, причем для каждой вершины либо степень захода, либо степень исхода не больше 1, то локальные минимумы выпуклой функции на H могут быть найдены не более чем за $1,71 \cdot \log_2 i(H)$ обращений к signgradf -оракулу, где $i(H)$ — число идеалов в множестве H .

Нетрудно заметить, что в этом случае $i(R(H)) \leq i(H)$, а диаграмма Хассе множества $R(H)$ является лесом и в силу [3] $\delta_0 = \frac{1}{3}$.

Следствие 2. Если диаграмма Хассе множества H является корневым лесом, то локальные минимумы выпуклой функции на H могут быть найдены не более чем за $1,29 \cdot \log_2 i(H)$ обращений к signgradf -оракулу.

Диаграмма Хассе множества $R(H)$ в этом случае будет являться корневым лесом и в силу [4] $\delta_0 = 5^{-\frac{1}{3}}$. Легко также показать, что $i(R(H)) = i(H) - 1$.

З а м е ч а н и е 2. Процедуру signgradf -оракул можно построить путем двукратного обращения к f -оракулу. Оптимальным по числу обращений к signgradf -оракулу представляется алгоритм дихотомии в множестве идеалов, а оптимальным по числу обращений к f -оракулу — алгоритм, аналогичный фибоначчиеву поиску.

Минимизация выпуклой функции на координатной решетке. Пусть H есть произведение n цепей. Без ограничения общности считаем, что $H = H(a_1, \dots, a_n) = Z^n \cap [0, a]$, $a = (a_1, \dots, a_n)$. Функцию $f: H \rightarrow \mathbf{R}$ назовем выпуклой функцией на $H(a_1, \dots, a_n)$, если для любых $x < y$ справедливо $f(x + e_j) - f(x) \leq f(y + e_j) - f(y)$, где e_j — j -й единичный орт, т. е. монотонность градиентов гарантируется вдоль координатных осей.

Разобьем множество ребер $R(H)$ диаграммы Хассе частично упорядоченного множества $H(a_1, \dots, a_n)$ на n непересекающихся множеств $R_j(H) = \{(x, x + e_j) \mid x, x + e_j \in H\}$, $j = \overline{1, n}$. Очевидно, что $R_j(H)$ есть под-

множество ребер диаграммы Хассе, параллельных j -й координатной оси. Обозначим полученное частично упорядоченное множество символом (H, \prec_j) . Локальные минимумы функции f на (H, \prec_j) будем называть квазилокальными минимумами (множество их обозначим через D_j^0).

Утверждение 1. Множество локальных минимумов выпуклой функции на H совпадает с множеством $\bigcap_{j=1}^n D_j^0$.

Для частично упорядоченного множества (H, \prec_j) воспользуемся алгоритмом, изложенным при доказательстве теоремы. В нашем случае алгоритм превратится в алгоритм A_1 дихотомии по каждой цепи множества (H, \prec_j) . Следовательно, учитывая, что число реберных идеалов частично упорядоченного множества (H, \prec_j) равно a_j^{k+j} и $\delta_0 = \frac{1}{2}$, получаем следующую оценку сложности.

Утверждение 2. Множество квазилокальных минимумов может быть найдено алгоритмом A_1 не более чем за $\min_{k \neq j} \prod a_k \log_2 a_j = \prod_{k \neq l} a_k \cdot \log_2 a_l$, $a_l = \max_k a_k$ обращений к $\text{signgrad } f$ -оракулу.

Покажем, что задача поиска локальных минимумов выпуклой функции f может быть сведена к задаче расшифровки монотонной булевой функции. Для этого на множестве $R_j(H)$ введем частичный порядок $(x, x + e_j) \prec^j (y, y + e_j) \Leftrightarrow x_i \leq y_i, i = 1, \dots, n$.

Утверждение 3. Частично упорядоченное множество $(R_j(H), \prec^j)$ изоморфно целочисленной решетке $H(a_1, \dots, a_{j-1}, a_j - 1, a_{j+1}, \dots, a_n)$.

Введем на $H(a_1, \dots, a_{j-1}, a_j - 1, a_{j+1}, \dots, a_n)$ булеву функцию $g_j(z)$ правилом $g_j(z) = 0 \Leftrightarrow \text{grad } f((x, x + e_j)) \leq 0$, где $(x, x + e_j)$ — образ элемента z при изоморфизме φ , указанном утверждением 3.

Пусть H_j^0 и H_j^1 соответственно множество верхних нулей и нижних единиц g_j . Пусть $v(H_j^0) = \{x \in H(a_1, \dots, a_n) \mid (x, x + e_j) \in H_j^0\}$, $v(H_j^1) = \{x \in H(a_1, \dots, a_n) \mid (x - e_j, x) \in H_j^1\}$. Тогда очевидно, что $D_j^0 = H(a_1, \dots, a_n) \setminus \{I(v(H_j^0)) \cup F(v(H_j^1))\}$.

В случае, когда $a_i = a, i = 1, \dots, n$ (решетку $H(a_1, \dots, a_n)$ обозначим H_a^n), существует алгоритм расшифровки функции g_j на $(R_j(H_a^n), \prec^j)$ трудоемкостью S_2^{\max} по числу вычислений значения функции g_j , т. е. по числу обращений к $\text{signgrad } f$ -оракулу. Здесь S_2^{\max} — максимальная суммарная мощность двух соседних слоев множества $(R_j(H_a^n), \prec^j)$. Следовательно, расшифровав функции g_1, \dots, g_n с помощью оптимального алгоритма расшифровки [5], получим алгоритм A_0 , который за $n \cdot S_2^{\max}$ обращений к $\text{signgrad } f$ -оракулу находит локальные минимумы.

Теорема. В случае, когда $a_i = a$, алгоритм A_0 является оптимальным по Шеннону алгоритмом поиска локальных минимумов выпуклой на координатной решетке функции.

Для доказательства достаточно построить выпуклую функцию $f^*: H_a^n \rightarrow \mathbf{R}$, множеством локальных минимумов которой являются элементы максимальной антицепи.

Рассмотрим задачу минимизации выпуклой функции f на $H(m, n)$. Для упрощения выкладок считаем, что $n > m$ и $n = 2^p - 1, m = 2^h - 1$.

Алгоритм A_2 . Реализуем дихотомическую стратегию поиска по «средней» цепи $\left(\left[\frac{m}{2}\right], j\right), j = \overline{1, n}$. В результате находим квазилокальный минимум $\left(\left[\frac{m}{2}\right], x^*\right)$. Используя определение выпуклой функции, область поиска сужаем до двух множеств $H_1 = H_1\left(\left[\frac{m}{2}\right], x^*\right)$ и $H_2 = H_2\left(\left[\frac{m}{2}\right], n -$

— $x^* + 1$). Теперь с множествами H_1 и H_2 поступаем таким же образом. Алгоритм закончит работу, когда будут просмотрены все m цепей.

Оценим трудоемкость алгоритма A_2 по числу обращений к $\text{signgrad}f$ -оракулу. На первом шаге требуется $\log_2 n$ обращений к $\text{signgrad}f$ -оракулу. На втором $\log_2 n_1 + \log_2 n_2$, где $n_1 + n_2 = n + 1$. Ясно, что сумма логарифмов принимает наибольшее значение при $n_1 = n_2 = \frac{n+1}{2}$. Суммируя число обращений к $\text{signgrad}f$ -оракулу на каждом шаге и учитывая, при каких условиях достигается наибольшая сумма, получаем

Утверждение 4. Алгоритм A_2 требует $m \cdot \log_2(n+1) + 3m - 1 - (m+1) \log_2(m+1)$ обращений к $\text{signgrad}f$ -оракулу.

Алгоритм A_3 . Если $\text{signgrad}f((x,y)) = \llcorner + \gg$, где $x = (1, n-1)$, $y = (1, n)$, то отбрасываем фильтр $F(y)$, получая тем самым $H(m, n-1)$, в противном случае отбрасываем идеал $I(x)$, получая $H(m-1, n)$. С полученным множеством действуем аналогично, пока не получим $H(1, 1)$.

Утверждение 5. Алгоритм A_3 строит множество квазилокальных минимумов выпуклой функции f на $H(m, n)$ за не более чем $m+n-2$ обращения к $\text{signgrad}f$ -оракулу.

Действуя при помощи данного алгоритма, но обращаясь к f -оракулу, можно найти минимум выпуклой f на $H(m, n)$ не более чем за $n+2m-2$ обращения к f -оракулу.

Список литературы

1. Козалев М. М., Мошенский А. В. // Тез. докл. 9-го всесоюз. симп.: Системы програм. обеспечения решения задач оптим. планирования. Минск, 1986. С. 84.
2. Linial N., Saks M. E. Information bounds are good for search problems on ordered data structures // 24th IEEE FOCS. 1983. P. 473.
3. Faigle U., Lovas L., Schrader R., Gy Turan // Inst. Ökon. Oper. Res. Univ. Bonn. 1984, Rep. № 84320-OR.
4. Linial N., Saks M. // Journ. of algorithms. 1985. V. 6. P. 86.
5. Сержантов А. В. // Докл. АН СССР. 1984. Т. 277. № 2. С. 304.

Поступила в редакцию 11.12.86.

УДК 519.72

Г. Л. ПЕТРОВА

НИЖНЯЯ ОЦЕНКА МОЩНОСТИ КОДОВ, БЛИЗКИХ К РАВНОВЕСНЫМ

Равновесные коды отличаются простотой реализации и эффективностью применения при несимметричных ошибках [1], а также в теории булевых функций [2].

В настоящей работе строятся коды, по своим основным параметрам близкие к равновесным, но обладающие большей мощностью.

Рассмотрим все булевы n -мерные векторы, каждый из которых содержит ровно ω единиц, причем расстояние Хемминга между любыми двумя из них не меньше δ . Обозначим число элементов такого кода через $A(n, \delta, \omega)$. В работе [3] получена нижняя оценка этого числа, для чего строится соответствующий код. В частности, при $\delta=4$

$$A(n, 4, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor) \geq \frac{1}{n} \binom{n}{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor}.$$

Построение этого кода основано на рассмотрении максимальной антицепи, задаваемой уравнением

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor. \quad (1)$$

Рассмотрим вместо антицепи (1) обобщенную плоскую антицепь в n -мерном булевом кубе, состоящую из точек (x_1, x_2, \dots, x_n) , удовлетворяющих уравнению $x_1 + x_2 + \dots + x_k + 2(x_{k+1} + \dots + x_n) = s$. Обозначим ее через $C_{k, n-k}^s$. Пусть $A^0(n, 3, s)$ — число точек в этой антицепи, расстояние Хемминга между любыми двумя из которых не меньше 3, и пусть далее $n_k = \max(k, n-k)$.

Теорема 1. Справедливо неравенство $A^0(n, 3, s) \geq \frac{1}{n_k} |C_{k, n-k}^s|$.

Доказательство. Рассмотрим отображение φ векторов антицепи $C_{k, n-k}^s$ на множество классов вычетов по модулю n_k : $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n jx_j \pmod{n_k}$.

Легко проверить, что множество $\varphi^{-1}(i)$ для всякого $i, 0 \leq i \leq n_k$ состоит из векторов антицепи $C_{k, n-k}^s$, расстояние Хемминга между любыми двумя из которых не меньше 3.

В самом деле, пусть $\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $\tilde{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ — два вектора антицепи $C_{k, n-k}^s$, принадлежащие одному классу вычетов по $\text{mod } n_k$ и $\rho(\tilde{x}, \tilde{y}) = 2$. Тогда $\sum_{j=1}^n jx_j \equiv \sum_{j=1}^n jy_j \equiv i \pmod{n_k}$. Пусть у векторов \tilde{x} и \tilde{y} различны только координаты с номерами s и $t, s < t$. Тогда либо $s, t \leq k$, либо $s, t > k$, так как в противном случае эти векторы не могут одновременно принадлежать антицепи $C_{k, n-k}^s$. Рассмотрим, например, случай $s, t \leq k$. Пусть $\tilde{x} = (x_1, \dots, x_{s-1}, 1, x_{s+1}, \dots, x_{t-1}, 0, x_{t+1}, \dots, x_n)$, $\tilde{y} = (x_1, \dots, x_{s-1}, 0, x_{s+1}, \dots, x_{t-1}, 1, x_{t+1}, \dots, x_n)$, поэтому $\sum_{j=1}^n jx_j - \sum_{j=1}^n jy_j = t - s \equiv 0 \pmod{n_k}$. Тем самым получено противоречие, поскольку $t - s \not\equiv 0 \pmod{n_k}$.

Случай $s, t > k$ рассматривается аналогично. Так как $|\varphi^{-1}(0)| + |\varphi^{-1}(1)| + \dots + |\varphi^{-1}(n_k)| = |C_{k, n-k}^s|$, то хотя бы для одного i $|\varphi^{-1}(i)| \geq \frac{1}{n_k} |C_{k, n-k}^s|$.

Лемма из [4] позволяет находить антицепь максимальной мощности среди антицепей вида $C_{k, n-k}^s$, где $0 \leq 2s \leq k + 2(n-k) = 2n + k$. Для получения оценки величины $A^0(n, 3, s)$ снизу используем указанные антицепи отдельно в случаях $n = 8k, n = 8k + 1, \dots, n = 8k + 7$.

При $n = 8k$ рассмотрим срединную антицепь: $x_1 + x_2 + \dots + x_{4k} + 2(x_{4k+1} + \dots + x_{8k}) = 6k$. Положив $X = x_1 + x_2 + \dots + x_{4k}, Y = x_{4k+1} + \dots + x_{8k}$, найдем все решения уравнения $X + 2Y = 6k$:

$$\begin{array}{l} X | 0 \quad 2 \quad \dots \quad 2i \quad \dots \quad 4k \\ \hline Y | 3k \quad 3k - 1 \quad \dots \quad 3k - i \quad \dots \quad k \end{array}$$

Поэтому

$$|C_{4k, 4k}^{6k}| = \sum_{i=0}^{2k} \binom{4k}{2i} \binom{4k}{3k-i}$$

В случае $n = 8k + 1$, рассматривая антицепь $x_1 + x_2 + \dots + x_{4k} + 2(x_{4k+1} + \dots + x_{8k} + x_{8k+1}) = 6k$, находим

$$|C_{4k, 4k+1}^{6k}| = \sum_{i=0}^{2k} \binom{4k}{2i} \binom{4k+1}{3k-i}$$

Аналогичные формулы можно получить для $n = 8k + r$ при $r = 2, 3, \dots, 7$. Все вычисленные таким образом формулы можно объединить в одну:

$$|C_{4k+\lambda_r, r}^{6k+2\lambda_r} C_{4k+r-\lambda_r}| = \sum_{i=0}^{2k+\lfloor \frac{\lambda_r}{2} \rfloor} \binom{4k+\lambda_r}{2i} \binom{4k+r-\lambda_r}{3k+\lambda_r-i},$$

где $\lambda_0 = 0$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 2$, $\lambda_4 = 2$, $\lambda_5 = 2$, $\lambda_6 = 3$, $\lambda_7 = 3$.

Ради краткости введем для этих антицепей обозначения C_{8k+r} , $r = 0, 1, \dots, 7$. Обозначим через $[a]$ минимальное целое число, не меньшее a . Сформулируем теперь основной результат, вытекающий из теоремы 1.

Теорема 2. Пусть $n = 8k + r$, $r = 0, 1, \dots, 7$. Тогда

$$\max_s A^0(n, 3, s) \geq \frac{1}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} |C_{8k+r}|.$$

Можно показать, что полученная оценка для $A^0(n, 3, s)$ лучше известной для $A(n, 4, \omega)$, но это требует отдельного рассмотрения случаев $r=0, r=1, \dots, r=7$.

Пусть, например, $n = 8k$. Будем считать, что $k \geq 3$. Случаи $k=0, 1, 2$ рассматриваются непосредственно. Покажем, что

$$\frac{1}{8k} \binom{8k}{4k} < \frac{1}{4k} \sum_{i=0}^{2k} \binom{4k}{2i} \binom{4k}{3k-1}. \quad (2)$$

Рассмотрим следующие, легко проверяемые при $k \geq 3$, неравенства:

$$\binom{4k}{0}^2 + \binom{4k}{1}^2 < 2 \binom{4k}{0} \binom{4k}{k}, \quad (3)$$

$$\binom{4k}{i}^2 + \binom{4k}{2i+1}^2 < 2 \binom{4k}{i} \binom{4k}{k+i}, \quad i = 1, 2, \dots, k-2, \quad (4)$$

$$\binom{4k}{2k-2}^2 + \binom{4k}{2k-1}^2 + \frac{1}{2} \binom{4k}{2k}^2 < 2 \binom{4k}{2k-1} \binom{4k}{2(k-1)} + \binom{4k}{2k}. \quad (5)$$

Сложив неравенства (3)–(5) и воспользовавшись тем, что

$$\begin{aligned} \binom{8k}{4k} &= \sum_{i=0}^{4k} \binom{4k}{i}^2 = 2 \sum_{i=0}^{2k-1} \binom{4k}{i}^2 + \binom{4k}{2k}^2, \\ 2 \sum_{i=0}^{2k} \binom{4k}{i} \binom{4k}{k+i} &= 2 \left(2 \sum_{i=0}^{k-1} \binom{4k}{2i} \binom{4k}{k+i} + \binom{4k}{2k}^2 \right), \end{aligned}$$

получим неравенство (2).

Список литературы

1. Касами Т., Токура Н., Ивадари Ё., Инагаки Я. Теория кодирования. М., 1978.
2. Hammer P. L., Ibaraki T., Peled U. N. // Ann. Diser. Math. 1981. V. 11. P. 125.
3. Грахам Р. Л., Слоане Н. Дж. // IEEE Trans. Inform. Theory. 1980. V. 26. № 1. P. 37.
4. Петрова Г. Л. // Кибернетика. 1985. № 4. С. 113.

Поступила в редакцию 02.02.87.

УДК 681.3

ДО СУАН ТХО

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТЫХ ТАБЛИЦ

В [1] обобщенная таблица используется как инструмент для оптимизации одного класса запросов пользователей в реляционной базе данных, однако проверка эквивалентности двух таблиц, вообще — NP -полная за-

дача. В нашей работе рассматриваются обобщенные простые таблицы, а также условие существования соответствующих реляционных выражений для класса обобщенных простых таблиц, и доказывается, что алгоритмы проверки их эквивалентности имеют полиномиальную временную сложность.

Обобщенной таблицей T называется двумерная матрица, каждый столбец которой соответствует одному из атрибутов универсального отношения, выбираемому в фиксированном порядке. Первая строка матрицы ω_0 называется сводкой. Другие ее строки обозначим через $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$, где m — число строк. Пусть S — множество символов матрицы: $S = \{a_i, b_j, d_k, \bar{d}_l, -\}$, где a_i — характерные переменные; b_j — нехарактерные переменные; d_k — характерные выборные переменные; d_k определяется на множестве значений $D_k, D_k \subseteq \text{dom}(A_k)$; \bar{d}_l — нехарактерные выборные переменные; \bar{d}_l определена на D_l . Если d_k появляется в ω_0 , то она появляется также в нескольких строках таблицы T . Причем в каждом столбце появляется только одна характерная переменная a_i или d_k .

В [1] предложены правила построения соответствующей обобщенной таблицы T для ограниченного реляционного выражения $E: V_I(E) = T(I)$ для любого состояния I универсального отношения, где $V_I(E), T(I)$ — значения выражения и таблицы при состоянии I соответственно.

Таблицы T_1 и T_2 называются эквивалентными ($T_1 \equiv T_2$), если для любого $I: T_1(I) = T_2(I)$.

Предположим, что T_1, T_2 — обобщенные таблицы, имеющие общую целевую схему отношения. Необходимым и достаточным условием для $T_1 \equiv T_2$ является существование включенного из T_1 в T_2 и включенного отображения из T_2 в T_1 [1].

Пусть T — обобщенная таблица. Если в каком-то столбце T имеется повторная нехарактерная переменная b_i (или повторная нехарактерная выборная переменная \bar{d}_i) и в него не входят никакие другие повторные символы, то T называют простой. Допустим, что x, ω — строки. Говорят, что x покрывает ω , если выполняются следующие условия: x, ω имеют одинаковое число элементов, если ω имеет a_i (или d_i) в одном столбце, то x также имеет a_i (или d_i) в этом же столбце, если ω имеет \bar{d}_i в одном столбце, то x имеет в соответствующем столбце d_j или \bar{d}_j ; $D_j \subseteq D_i$, где D_i — область определения \bar{d}_i , D_j — область определения d_j и \bar{d}_j .

Пусть X — множество строк T . Говорят, что строка x покрывает X , если она покрывает каждую строку множества X .

Функция алгоритма COVERS — проверка покрытия строк.

```
procedure COVERS (i, j, РЕЗУЛЬТАТ) /* i покрывает j? */
for каждый столбец A do
```

```
  if строка j имеет a или d в столбце A, строка
    i имеет другой символ в A then goto M else
  if j имеет  $\bar{d}$  в A и i не имеет  $d_1$  или  $\bar{d}_1 : D_1 \subseteq D$  then
    M return РЕЗУЛЬТАТ ← false
  return РЕЗУЛЬТАТ ← true
end COVERS
```

Пусть X — множество строк T, ω — ее строка. Обозначаем через $CL_\omega(X)$ замыкание X относительно ω , которое определяется следующим образом: $X \subseteq CL_\omega(X)$, если $x_1 \in CL_\omega(X), x_2$ — строка T, x_1, x_2 имеют одинаковую \bar{d}_i в одном столбце и в том же столбце ω имеет d_j или $\bar{d}_j: D_j \subseteq D_i$, то $x_2 \in CL_\omega(X)$, если $x_1 \in CL_\omega(X), x_2$ — строка T, x_1, x_2 имеют одинаковую b_i в одном столбце и в том же столбце ω имеет символ, отличающийся от b_i , то $x_2 \in CL_\omega(X)$. Никакие другие строки не принадлежат $CL_\omega(X)$.

Алгоритм CLOSE для нахождения замыкания $CL_i(j)$, покрываемого строкой i

```
procedure CLOSE (i, j,  $CL_i(j)$ , РЕЗУЛЬТАТ I)
```

```
  k1 ← j
  M COVERS (i, k1, РЕЗУЛЬТАТ)
  if РЕЗУЛЬТАТ = "true" then
  begin
```

```

добавить строку  $k$  в  $CL_i(j)$ 
for каждый столбец  $A$  do
  for каждая строка  $k$  таблицы  $T$ ,  $l \in CL_i(j)$  do
    if ( $k$  и  $l$  имеют одинаковую нехарактерную переменную  $b$ 
      в столбце  $A$ ,  $i$  имеет символ, отличающийся от  $b$ ) или
      ( $k$ ,  $l$  имеют  $\bar{d}$  в  $A$ ,  $i$  имеет в  $A$   $d_1$  или  $\bar{d}_1 : D_1 \subset D$ ) then
      begin
         $k_1 \leftarrow k$ ; goto  $M$ 
      end
end
return РЕЗУЛЬТАТ I  $\leftarrow$  РЕЗУЛЬТАТ
end CLOSE

```

Лемма 1. Пусть T — обобщенная простая таблица, $CL_w(X)$ — замыкающие множества строк X относительно w , f — отображение, определяемое следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} w, & \text{если } x \in CL_w(x) \\ x, & \text{для остальных строк.} \end{cases}$$

Очевидно, что f является включенным отображением из T в T тогда и только тогда, когда w покрывает $CL_w(X)$.

Лемма 2. Таблица T имеет в столбцах A, B повторные переменные b или \bar{d} на множествах строк X_1, X_2 соответственно. Строка x покрывает $CL_x(X_1)$. Включенное отображение f отображает $CL_x(X_1)$ в x и остальные строки в себя. T' — полученная таблица после исключения строк со свойством $CL_x(X_1) - \{x\}$ из T . $X_3 = X_2 - (CL_x(X_1) - \{x\})$. Тогда, если число строк $X_3 \geq 2$ и в T' , w покрывает $CL_w(X_3)$, то в T , w покрывает $CL_w(X_2)$.

Леммы 1, 2 говорят о том, что, если x покрывает $CL_x(X)$ в T , то после исключения строк $(CL_x(X) - \{x\})$ из T получим эквивалентную T' . На основе этих лемм построим алгоритм REDUCE

```

procedure REDUCE (T)
  for каждая строка  $i$  таблицы  $T$  do
    for каждая строка  $j \neq i$  таблицы  $T$  do
      begin
        CLOSE ( $i, i, CL_i(j)$ , РЕЗУЛЬТАТ I)
        if РЕЗУЛЬТАТ I = "true" then
          исключить все строки  $CL_i(j)$  из  $T$ 
        end
      end
    end
  end
end REDUCE

```

Алгоритм TEST для проверки эквивалентности двух обобщенных простых таблиц T_1, T_2

```

procedure TEST (T1, T2)
  REDUCE (T1); REDUCE (T2);
  for каждый столбец  $A$  таблицы  $T_1$ , в котором имеет
    повторную  $b_1$  (или  $\bar{d}_1$ ) do
    begin if столбец  $A$  таблицы  $T_2$  не имеет повторной  $b_2$  (или  $\bar{d}_2$ :
       $D_1 = D_2$ ) then
      return false; /*  $T_1 \neq T_2$  */
      Пусть  $b_2$  (или  $\bar{d}_2$ ) есть повторный символ в столбце  $A$ ;  $T_2$ 
      отождествить  $b_1$  и  $b_2$  (или  $\bar{d}_1$  и  $\bar{d}_2$ ); отметить строки, в ко-
      торых имеются отождествленные символы
    end
    if каждая отмеченная строка  $T_1$  покрывает каждую отмечен-
      ную строку  $T_2$  и обратно then
      if каждая неотмеченная строка  $T_1$  покрывает каждую
        неотмеченную строку  $T_2$  и обратно then
        return true; /*  $T_1 = T_2$  */
      return false; /*  $T_1 \neq T_2$  */
    end
  end
end TEST

```

Теорема 1. Пусть T_1, T_2 — обобщенные простые таблицы, имеющие c столбцов и не более, чем r строк. Области определения выборных переменных D упорядочены с наибольшим размером, равным n . Тогда алгоритм проверки эквивалентности T_1 и T_2 имеет временную сложность $O(r^4c + r^2n^2 \log n)$.

Пусть T — обобщенная простая таблица со схемой R . Построим помеченный гиперграф $G(W, F)$, выражающий связи между строками таблицы следующим образом:

каждой строке таблицы $w_i, i = \overline{1, m}$ соответствует некоторая вершина гиперграфа, т. е. $W = \{w_i | w_i \text{ — строка } T, i = \overline{1, m}\}$;

если существует множество строк u, v, \dots, ω, x таких, что $\{(u[A] = v[A] = \dots = \omega[A] = b_i) \text{ или } (u[A] = v[A] = \dots = \omega[A] = \bar{d}_i)\}$ и $\{(x[A] = a_j) \text{ или } (x[A] = d_j)\}$, то строится ребро F с меткой $x(F_x)$, состоящее из вершин u, v, \dots, ω , т. е. $F = \{F_x | F_x \subseteq W\}$. Условия существования соответствующих реляционных выражений для класса обобщенных простых таблиц определяются следующей теоремой.

Теорема 2. Пусть T — обобщенная простая таблица со схемой $R, G(W, F)$ — помеченный гиперграф связей строк. Тогда T соответствует реляционному выражению E в том и только в том случае, когда не существует нетривиального связного подгиперграфа H гиперграфа $G(W, F)$, вершины которого являются метками помеченных ребер H .

Автор выражает искреннюю благодарность доценту М. М. Ковалеву и доценту А. И. Змитровичу за поддержку и помощь при выполнении работы.

Список литературы

1. До Суан Тхо // MTASZTAKI hözlemények. 1986. № 34. P. 123.
2. Aho A. V., Sagiv Y., Ullman J. O. // ACM Trans. Database Syef. 1979. № 4.

Поступила в редакцию 13.04.87.

УДК 531.8

В. П. САВЧУК, Г. И. САФРОНОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ СХВАТА РОБОТА С УЧЕТОМ ЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОРИЕНТАЦИИ

В технических характеристиках современных промышленных роботов (ПР) указывается погрешность позиционирования в единицах длины, т. е. это погрешность переноса характерной точки схвата в заданную точку пространства. Но для многих операций (установка заготовки в патрон станка, сборка и т. д.) кроме переноса требуется также осуществить заданную ориентацию схвата, поэтому наряду с погрешностью положения характерной точки важной характеристикой ПР является также погрешность ориентации схвата в пространстве. Разработке методов определения погрешности позиционирования схвата ПР с учетом его пространственной ориентации посвящен ряд работ, например [1, 2]. Однако предложенные методы основаны на приближенных и сложных вычислительных алгоритмах, что сужает область их применения. В данной работе построен точный алгоритм и получены простые формулы для определения погрешности положения и ориентации контрольного тела (КТ) в форме куба, закрепленного в схвате ПР, на основании показаний неподвижно установленных датчиков перемещений.

Пусть КТ в форме куба с ребром $2d$ закреплено в схвате так, что остаются свободными три грани КТ, имеющие общую вершину. Свяжем с КТ систему координат $O'x'y'z'$, начало которой совпадает с центром симметрии КТ, а положительные полуоси перпендикулярны к свободным граням. Неподвижную систему координат $Oxyz$ выберем так, чтобы ее оси

совпали с осями системы $O'x'y'z'$, если реальное положение КТ совпадет с целевым. Тогда задача определения погрешности позиционирования ПР сводится к определению величин, характеризующих положение системы $O'x'y'z'$ по отношению к системе $Oxyz$. В силу теоремы Шалля [3] этими величинами являются координаты вектора $\vec{OO}' = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, угол конечного вращения $\Delta\varphi$ и координаты направляющего вектора оси конечного вращения $e = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$. Указанные величины будем определять на основании показаний шести неподвижных датчиков перемещений D_i , $i = \overline{1,6}$. Измерительные оси датчиков $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6$ ориентированы параллельно осям Oz, Oy, Ox соответственно [4] и пересекают свободные грани КТ в точках M_i , $i = \overline{1,6}$, имеющих в системе $Oxyz$ координаты:

$$\begin{aligned} M_1(0, b, d + z_1), M_2(0, 0, d + z_2), M_3(a, 0, d + z_3), \\ M_4(0, d + y_4, 0), M_5(c, d + y_5, 0), M_6(d + x_6, 0, 0). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь a, b, c — постоянные, характеризующие положение осей датчиков; $z_1, z_2, z_3, y_4, y_5, x_6$ — показания датчиков D_1, \dots, D_6 соответственно, которые обращаются в ноль при совпадении реального положения КТ с целевым.

Заметим, что для современных универсальных ПР величины $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ не превышают нескольких миллиметров, а $\Delta\varphi \ll 1$. Это позволяет считать, что при любых значениях $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta\varphi$ каждая из точек M_i принадлежит одной и той же грани КТ.

Для решения задачи определим матрицу A направляющих косинусов осей системы $O'x'y'z'$. Легко видеть, что направления осей $O'z', O'y'$ и $O'x'$ даются векторами:

$$\vec{r}_{z'} = M_2 M_3 \times \overline{M_2 M_1}, \vec{r}_{y'} = M_5 M_4 \times \vec{r}_{z'}, \vec{r}_{x'} = \vec{r}_{y'} \times \vec{r}_{z'}. \quad (2)$$

Следовательно, элементы матрицы A определяются формулами

$$\begin{aligned} \alpha_{z'x} = r_{z'x}/r_{z'}, \alpha_{z'y} = r_{z'y}/r_{z'}, \alpha_{z'z} = 1/r_{z'}, \\ \alpha_{y'x} = r_{y'x}/r_{y'}, \alpha_{y'y} = 1/r_{y'}, \alpha_{y'z} = r_{y'z}/r_{y'}, \\ \alpha_{x'x} = r_{x'x}/r_{x'}, \alpha_{x'y} = r_{x'y}/r_{x'}, \alpha_{x'z} = r_{x'z}/r_{x'}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$\begin{aligned} r_{z'x} = (z_2 - z_3)/a, r_{z'y} = (z_2 - z_1)/b, \\ r_{z'z}^2 = r_{z'x}^2 + r_{z'y}^2 + 1, r_{y'x} = (y_4 - y_5)/c, \\ r_{y'z} = r_{z'x}(y_4 - y_5)/c - r_{z'y}, r_{y'y}^2 = r_{y'x}^2 + r_{y'z}^2 + 1, \\ r_{x'x} = 1 - r_{z'y} \cdot r_{y'z}, r_{x'y} = r_{z'x} \cdot r_{y'z} - r_{y'x} \cdot r_{z'x}, \\ r_{x'z} = r_{y'x} \cdot r_{z'y} - r_{z'x} \cdot r_{y'y}, r_{x'x}^2 = r_{x'y}^2 + r_{x'z}^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Для нахождения вектора \vec{OO}' воспользуемся тем, что для каждой из точек (1), лежащих на гранях КТ, известна и равна d одна из ее координат в системе $O'x'y'z'$. Выберем точки, принадлежащие разным граням (например, M_2, M_4, M_6), и, используя известные выражения для координат некоторой точки в системе $O'x'y'z'$, через координаты этой же точки в системе $Oxyz$, получим координаты x'_0, y'_0, z'_0 начала системы $Oxyz$ в системе $O'x'y'z'$: $x'_0 = d - \alpha_{x'x}(d + x_6)$, $y'_0 = d - \alpha_{y'y}(d + y_4)$, $z'_0 = d - \alpha_{z'z}(d + z_2)$.

Выражая теперь абсолютные координаты точки O через ее известные координаты в системе $O'x'y'z'$, получаем абсолютные координаты точки O' , совпадающие с координатами вектора \vec{OO}' :

$$\begin{aligned} \Delta x = -x'_0 \alpha_{x'x} - y'_0 \alpha_{y'x} - z'_0 \alpha_{z'x}, \\ \Delta y = -x'_0 \alpha_{x'y} - y'_0 \alpha_{y'y} - z'_0 \alpha_{z'y}, \\ \Delta z = -x'_0 \alpha_{x'z} - y'_0 \alpha_{y'z} - z'_0 \alpha_{z'z}. \end{aligned} \quad (5)$$

Перейдем к определению угла $\Delta\varphi$ и вектора \vec{e} . Заметим прежде всего, что если какой-то из косинусов $\alpha_{z'x}$, $\alpha_{y'y}$, $\alpha_{z'z}$ равен единице, то вектор \vec{e} совпадает с единичным вектором соответствующей оси, а $\cos\Delta\varphi$ равен любому из остальных двух направляющих косинусов. Пусть $\alpha_{x'x} \neq 1$, $\alpha_{y'y} \neq 1$, $\alpha_{z'z} \neq 1$. Из рассуждений, проводимых при доказательстве теоремы Эйлера—Даламбера [3], можно заключить, что векторы

$$\vec{e}_{x'} - \vec{e}_x, \vec{e}_{y'} - \vec{e}_y, \vec{e}_{z'} - \vec{e}_z, \quad (6)$$

составленные из единичных векторов координатных осей, перпендикулярны вектору \vec{e} и, по крайней мере, два из них неколлинеарны. Следовательно, вектор \vec{e} направлен по векторному произведению неколлинеарных векторов (6). Если, например, непараллельны два первых вектора (6), то $\alpha_x = r(\alpha_{z'x} + \alpha_{x'z})$, $\alpha_y = r(\alpha_{z'y} + \alpha_{y'z})$, $\alpha_z = r(\alpha_{z'z} + 1 - \alpha_{x'x} - \alpha_{y'y})$, (7) где

$$r = [(\alpha_{z'x} + \alpha_{x'z})^2 + (\alpha_{z'y} + \alpha_{y'z})^2 + (\alpha_{z'z} + 1 - \alpha_{x'x} - \alpha_{y'y})^2]^{-\frac{1}{2}}.$$

Угол $\Delta\varphi$ может быть определен как угол поворота любого из векторов (6), если считать его жестко связанным с подвижной системой $O'x'y'z'$, при переходе от системы $O'x'y'z'$ к системе $Oxyz$. Возьмем для определенности первый вектор из векторов (6). Прделав необходимые преобразования, получаем:

$$\cos\Delta\varphi = \frac{1}{2}(\alpha_{x'x} - \alpha_{x'y} \cdot \alpha_{y'x} - \alpha_{x'z} \cdot \alpha_{z'x} - 1) + \frac{1}{2}[\alpha_{x'y} \cdot \alpha_{x'z}(\alpha_{z'y} + \alpha_{y'z}) + \alpha_{x'y}^2 \cdot \alpha_{y'y} + \alpha_{x'z}^2 \cdot \alpha_{z'z}](1 - \alpha_{x'x})^{-1}. \quad (8)$$

Формулы (5), (7), (8) дают решение поставленной задачи. Заметим, что предложенный алгоритм расчета справедлив и в том случае, когда каждой оси системы $Oxyz$ параллельны оси двух датчиков. Действительно, введя мысленно седьмой датчик, получим схему их расположения, для которой задача уже решена, причем один из датчиков будет лишним, так как его показание не используется при расчетах. Неизвестное показание введенного датчика определится по известным координатам точки пересечения оси лишнего датчика с гранью КТ.

Список литературы

1. Колюхов А. Г., Челпанов М. Б. // Промышленные роботы. Л., 1982. С. 65.
2. Галлай Ю. М., Дайч Д. М., Колискор А. Ш. // Измерительная техника. 1986. № 5. С. 48.
3. Архангельский Ю. А. Аналитическая механика твердого тела. М., 1977.
4. А. с. 36674. НРБ. Кл. В 25 19/00. 1985.

Поступила в редакцию 27.04.87.

УДК 519.1

В. Э. ЗВЕРОВИЧ

СВЯЗЫВАЮЩЕЕ ЧИСЛО ГРАФА

Рассматриваются конечные неориентированные графы без петель и кратных ребер. Неопределяемые понятия можно найти в [1]. Связывающее число введено в 1973 г. [2]. Основным результатом [2] является достаточное условие существования гамильтонова цикла в терминах связывающего числа. В [3] установлено, что трудно определить связывающее число произведения произвольных графов, поэтому рассматривались графы следующих типов: полный граф K_n , полный двудольный $K_{m,n}$, цикл C_n , простой путь P_n . В работах [4] и [5] найдено связывающее число декартова произведения таких графов.

Для графа $G = (VG, EG)$ окружение вершины $x \in VG$ обозначим $N(x)$, тогда $N(X) = \bigcup_{x \in X} N(x)$, где $X \subseteq VG$. Пусть $\mathbf{F} = \{X : X \subseteq VG, X \neq \emptyset, N(X) \neq VG\}$. Величина $\text{bind}(G) = \min_{X \in \mathbf{F}} \frac{|N(X)|}{|X|}$ называется связывающим числом графа G .

Через \mathbf{I} обозначим семейство всех независимых множеств графа G . В [6] предлагается охарактеризовать графы, для которых

$$\text{bind}(G) = \min_{X \in \mathbf{I}} \frac{|N(X)|}{|X|}. \quad (1)$$

В частности, спрашивается, существует ли дерево, для которого это равенство не выполняется?

В настоящей статье определен широкий класс графов, включающий деревья, для которых верно (1), и найдены точные верхняя и нижняя границы связывающего числа для деревьев. Заметим, что даже в классе деревьев неизвестен эффективный алгоритм вычисления связывающего числа.

Через $G \langle X \rangle$ обозначим подграф графа G , индуцируемый множеством $X \subseteq VG$.

Теорема 1. Пусть $\text{bind}(G) < 1$ для графа G . Если для множества $X \in \mathbf{F}$ выполняется $\frac{|N(X)|}{|X|} = \text{bind}(G)$, то $X \in \mathbf{I}$. В частности, справедливо (1).

Доказательство. Рассмотрим семейство множеств X , для которых $\frac{|N(X)|}{|X|} = \text{bind}(G)$. Предположим, что среди этих множеств есть зависимые, $X \in \mathbf{F}$ — одно из них. Представим X в виде $X = X_1 \cup X_2$, где $X_1 = \{x \in X : \deg x = 0\}$ и $X_2 = X \setminus X_1$. Поскольку X зависимо, то $X_2 \neq \emptyset$.

Допустим $X_1 = \emptyset$. Тогда $\frac{|N(X)|}{|X|} \geq \frac{|N(X) \cap X|}{|X|} \geq \frac{|X_2|}{|X|} = 1$ — противоречие с неравенством $\text{bind}(G) < 1$. Итак, $X_1 \neq \emptyset$. Очевидно, $|N(X)| = |N(X) \setminus X| + |N(X) \cap X| \geq |N(X_1)| + |X_2|$. Тогда $\frac{|N(X)|}{|X|} \geq \frac{|N(X_1)| + |X_2|}{|X_1| + |X_2|} > \frac{|N(X_1)|}{|X_1|}$. (Последнее неравенство вытекает из условий $\frac{|N(X)|}{|X|} < 1$ и $|X_2| > 0$.) Получено противоречие с выбором X . Теорема доказана.

Теорема 2. Если G — связный граф и $\text{bind}(G) = 1$, то минимальное по мощности множество X , для которого $\frac{|N(X)|}{|X|} = 1$, независимо. В частности, справедливо (1).

Доказательство. Пусть теорема не верна. Тогда среди всех множеств минимальной мощности, для которых $\frac{|N(X)|}{|X|} = 1$, выберем зависимое множество X . Представим X в виде $X = X_1 \cup X_2$, где X_1 и X_2 такие, как в доказательстве теоремы 1. Допустим $X_1 = \emptyset$, тогда $X_2 = X$. Покажем, что в этом случае $X = VG$. Действительно, если бы $X \neq VG$, то из связности G получаем, что существует вершина $v \in N(X) \setminus X$, поэтому $\frac{|N(X)|}{|X|} > 1$, что противоречит условию $\frac{|N(X)|}{|X|} = 1$. Следовательно, $X = VG$, $N(X) = VG$, т. е. $X \notin \mathbf{F}$, что невозможно.

Итак, $X_1 \neq \emptyset$. Очевидно, что $|N(X)| \geq |N(X_1)| + |X_2|$. Так как $|X_2| \neq 0$ и $\frac{|N(X)|}{|X|} = 1$, то справедливо неравенство $\frac{|N(X)|}{|X|} \geq \frac{|N(X_1)| + |X_2|}{|X_1| + |X_2|} \geq \frac{|N(X_1)|}{|X_1|}$, которое противоречит тому, что X — мини-

мальное по мощности множество, для которого $\frac{|N(X)|}{|X|} = 1$, поэтому X — независимо. Теорема доказана.

Заметим, что для несвязных графов теорема 2 не верна. Пусть G — несвязный граф, для которого $\text{bind}(G) = 1$. Очевидно, что G не содержит изолированных вершин. Как известно из [3], $\text{bind}(G) = \min\{1, \text{bind}(G_1), \dots, \text{bind}(G_n)\}$, где G_1, \dots, G_n — компоненты связности графа G ($n \geq 2$). Если $\text{bind}(G_i) > 1$ для $i = \overline{1, n}$, то $\text{bind}(G) = \frac{|N(X)|}{|X|} = 1$, где $X = VG_j$ — вершины произвольной связной компоненты G_j . В этом случае равенство (1) не верно.

Если $\text{bind}(G_i) = 1$ для какой-то связной компоненты G_i , то к ней применима теорема 2. В этом случае для несвязного графа G равенство (1) верно.

Следствие 1. Для двудольного графа $G_{n,m}$ верно (1).

Доказательство. Пусть $VG_{n,m} = A \cup B$ — разбиение на доли. Очевидно, что $\text{bind}(G_{n,m}) \leq 1$. Если $\text{bind}(G_{n,m}) < 1$, то применяем теорему 1. Если же $\text{bind}(G_{n,m}) = 1$, то $|A| = |B|$ и $\frac{|N(A)|}{|A|} = \frac{|B|}{|A|} = 1$, т. е. равенство (1) верно.

Следствие 2. Если граф G имеет висячие вершины, то выполняется (1).

Доказательство. Пусть G — граф с висячими вершинами. Если $\text{bind}(G) < 1$, то применим теорему 1. Если же $\text{bind}(G) \geq 1$, то $\text{bind}(G) = \frac{|N\{x\}|}{|\{x\}|} = 1$ для любой висячей вершины $x \in VG$.

Каждое из следствий 1, 2 дает ответ на вопрос Боровецкого [6]: не существует дерева, для которого (1) не выполняется.

Следствие 3. Для графа G с числом независимости $\alpha_0(G) \geq \frac{|VG|}{2}$ выполняется (1).

Доказательство. Так как $\alpha_0(G) \geq \frac{|VG|}{2}$, то $\text{bind}(G) \leq 1$. Если $\text{bind}(G) < 1$, то применим теорему 1. В случае $\text{bind}(G) = 1$ имеем $\alpha_0(G) = \frac{|VG|}{2}$ и $\frac{|N(U)|}{|U|} = 1$ (U — наибольшее независимое множество графа G), т. е. равенство (1) верно.

Предложение 1. Для n -мерного куба $\text{bind}(Q_n) = 1$.

Доказательство. Так как Q_n имеет 1-фактор, то $\text{bind}(Q_n) \geq 1$. С другой стороны, Q_n — двудольный граф. Поэтому $\text{bind}(Q_n) \leq 1$. Следовательно, $\text{bind}(Q_n) = 1$. Предложение доказано.

Для дерева T порядка $n \geq 3$ обозначим через A, B множества висячих и предвисячих вершин соответственно, $C = VT \setminus (A \cup B)$. Определим подграф \tilde{T} , индуцируемый висячими ребрами дерева T . Гроздью назовем совокупность висячих вершин, находящаяся в окружении некоторой предвисячей вершины дерева T .

Теорема 3. Для любого нетривиального дерева T

$$\frac{1}{k+1} < \text{bind}(T) \leq \frac{1}{k}, \quad (2)$$

где $k = \max_{v \in \tilde{VT}} \deg_{\tilde{T}} v$.

Доказательство. Пусть для вершины $v \in \tilde{VT}$ $\deg_{\tilde{T}} v = k$. Рассмотрим множество $X = N_{\tilde{T}}(v)$ и его окружение $N(X) = \{v\}$. Очевидно, что $|N(X)| = 1$, $|X| = k$ и $\text{bind}(T) \leq \frac{|N(X)|}{|X|} = \frac{1}{k}$.

Предположим, что $\text{bind}(T) \leq \frac{1}{k+1}$ и множество X_0 таково, что $\frac{|N(X_0)|}{|X_0|} = \text{bind}(T)$, т. е. $\frac{|N(X_0)|}{|X_0|} \leq \frac{1}{k+1} < 1$. По теореме 1, X_0 — неза-

висимое множество. Представим X_0 в виде $X_0 = A_0 \cup B_0 \cup C_0$, где $A_0 \subseteq A$, $B_0 \subseteq B$, $C_0 \subseteq C$. Если $B_0 \neq \emptyset$, и $b \in B_0$, то существует вершина $a \in A$, смежная с b . Из независимости X_0 следует, что $a \notin A_0$. В силу того, что $\frac{|N(X_0)|}{|X_0|} < 1$, для множества $X = X_0 \setminus b$ справедливо $\frac{|N(X)|}{|X|} \leq \frac{|N(X_0)| - 1}{|X_0| - 1} < \frac{|N(X_0)|}{|X_0|}$ или $\frac{|N(X)|}{|X|} < \frac{|N(X_0)|}{|X_0|}$, что противоречит выбору X_0 . Таким образом, $B_0 = \emptyset$ и $X_0 = A_0 \cup C_0$.

Пусть A_i — произвольная гроздь дерева T . Очевидно, что если $a \in A_i$ и $a \in A_0$, то $A_i \subseteq A_0$, поэтому A_0 состоит из некоторых гроздей A_1, A_2, \dots, A_p ; $A_0 = \bigcup_{i=1}^p A_i$. Докажем следующее

Утверждение 1. Если $Y \subset VT$ — независимое множество и Y не содержит висячих вершин, то $\frac{|N(Y)|}{|Y|} > 1$.

Доказательство. Обозначим через H подграф, индуцируемый ребрами, инцидентными вершинам множества Y . Ясно, что H лес, поэтому $|VH| \geq |EH| + 1$. Так как для любой вершины $v \in Y$ $\deg v \geq 2$, то $|EH| \geq 2|Y|$, а $|VH| = |Y| + |N(Y)|$. Следовательно, $|Y| + |N(Y)| \geq 2|Y| + 1$ или $|N(Y)| > |Y|$. Утверждение доказано.

Пусть $d = \left(\sum_{i=1}^p |A_i| \right) / p$. Очевидно, что $1 \leq d \leq k$. Если $C_0 = \emptyset$, то $X_0 = A_0$ и $\frac{|N(X_0)|}{|X_0|} = \frac{|N(A_0)|}{|A_0|} = \frac{p}{dp} = \frac{1}{d} \geq \frac{1}{k}$. Но $\frac{|N(X_0)|}{|X_0|} \leq \frac{1}{k+1}$, поэтому $C_0 \neq \emptyset$. Множество C_0 удовлетворяет условиям утверждения 1, следовательно, $|N(C_0)| > |C_0|$. Итак, $|X_0| = |C_0| + dp$, $|N(X_0)| \geq |N(C_0)| > |C_0|$ и $\frac{|C_0|}{|C_0| + dp} < \frac{|N(X_0)|}{|X_0|} \leq \frac{1}{k+1}$. Тогда $|C_0| < p \frac{d}{k}$, откуда $|C_0| < p$.

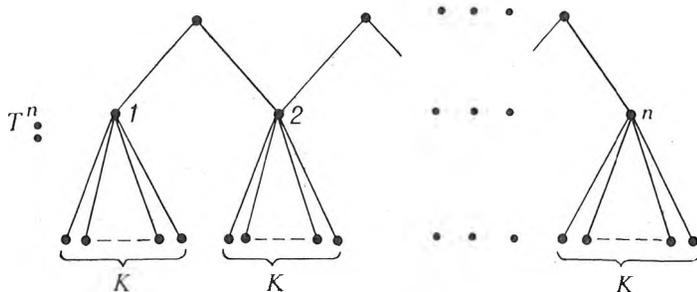
С другой стороны, $|N(X_0)| \geq p$, поэтому $\frac{p}{|C_0| + dp} \leq \frac{|N(X_0)|}{|X_0|} \leq \frac{1}{k+1}$ или $|C_0| \geq (k+1-d)p$, откуда $|C_0| \geq p$, но $|C_0| < p$. Полученное противоречие доказывает теорему.

Следствие 4. Для любого леса L без изолированных вершин

$$\frac{1}{k+1} < \text{bind}(L) \leq \frac{1}{k}, \quad (3)$$

где $k = \max_{v \in \tilde{V}L} \deg_{\tilde{L}} v$ (\tilde{L} определяется аналогично \tilde{T}).

Доказательство. Как известно из [3], $\text{bind}(L) = \min \{1, \text{bind}(T_1), \dots, \text{bind}(T_n)\}$, где T_1, T_2, \dots, T_n — связные компоненты леса L ($n \geq 2$). Если $\text{bind}(L) = 1$, то все грозди L имеют мощность 1, т. е. $k = 1$ и (3) верно. Если же $\text{bind}(L) < 1$, то $\text{bind}(L) = \text{bind}(T_i)$, где $\text{bind}(T_i) = \min \{\text{bind}(T_1), \dots, \text{bind}(T_n)\}$. Остается заметить, что $\max_{v \in \tilde{V}L} \deg_{\tilde{L}} v = \max_{w \in \tilde{V}T_i} \deg_{T_i} w$ и применить теорему 3. Следствие доказано.



Для связывающего числа деревьев нижнюю и верхнюю границы в неравенствах (2) нельзя улучшить. Ясно, что $\text{bind}(K_1, k) = \frac{1}{k}$. Для дерева T^n (см. рисунок) легко показать, что $\text{bind}(T^n) = \frac{1}{k+1 - \frac{1}{n}}$. Таким образом,

$$\text{bind}(T^n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{k+1} + 0.$$

Список литературы

1. Харари Ф. Теория графов. М., 1973.
2. Woodall D. R. // Journ. Comb. Theory. Ser. B. 1973. V. 15. P. 225.
3. Kane V. G., Mohanty S. P., Hales R. S. // ARS Combinatoria. 1981. V. 11. P. 201.
4. Jianfang V., Songlin T., Jingiang L. // Lect. Notes Math. 1984. № 1073. P. 119.
5. Michalak D. // Graphs, hypergraphs and matroids. Zielona Gora. 1985. P. 45.
6. Borowiecki M. Ibid. P. 85.
7. Kwaśnik M. Ibid. P. 35.

Поступила в редакцию 25.06.87.

УДК 517.948.32:517.544

Э. И. ЗВЕРОВИЧ

ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО СОПРЯЖЕНИЯ В ВИНЕРОВСКИХ КОЛЬЦАХ НА ОБЪЕДИНЕНИИ ДВУХ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ КРУГОВ

Пусть K_1 — круг $|z - z_1| < r_1$, ∂K_1 — окружность $|t - z_1| = r_1$; K_2 — круг $|z - z_2| < r_2$, ∂K_2 — окружность $|t - z_2| = r_2$. Через $W(\partial K_1)$ и $W(\partial K_2)$ обозначим винеровские кольца функций, представимых в виде сумм абсолютно сходящихся степенных рядов $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k (t - z_1)^k$ и $\sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k \times (t - z_2)^k$ при $t \in \partial K_1$ и при $t \in \partial K_2$ соответственно. Через $W(\bar{K}_1)$ и $W(\bar{K}_2)$ обозначим подкольца, состоящие из всех тех функций колец $W(\partial K_1)$ и $W(\partial K_2)$, которые аналитически продолжимы в круги K_1 и K_2 соответственно. Зададим функции $a_1(z) \in W(\bar{K}_1)$, $a_2(z) \in W(\bar{K}_2)$, не обращающиеся в нуль на окружностях ∂K_1 и ∂K_2 соответственно. Предполагая, что $K_1 \cap K_2 \neq \emptyset$, зададим еще функцию $g_0(z)$, аналитическую в $K_1 \cap K_2$, непрерывную с показателем $\lambda > 1/2$ в замыкании $\overline{K_1 \cap K_2}$.

Рассмотрим следующую задачу: Найти все функции $F_1(z) \in W(\bar{K}_1)$, $F_2(z) \in W(\bar{K}_2)$, удовлетворяющие следующему функциональному уравнению:

$$a_1(z) F_1(z) - a_2(z) F_2(z) = g_0(z), \quad z \in \overline{K_1 \cap K_2}. \quad (1)$$

Следуя [1, с. 595], будем вводить в рассмотрение дивизоры на плоскости (т. е. конечные совокупности точек плоскости вместе с предписанными этим точкам целыми кратностями). Через (f) будем обозначать дивизор, составленный из всех нулей и полюсов (с учетом кратностей) заданной мероморфной функции $f(z)$. Сформулируем результат этой работы.

Теорема. Пусть Δ_1 — целый дивизор, являющийся общим наибольшим делителем дивизоров (a_1) и (a_2) . При введенных выше ограничениях для разрешимости уравнения (1) необходимо и достаточно, чтобы функция $g_0(z)$ была кратной дивизору Δ_1 . При выполнении этого условия общее решение уравнения (1) линейно зависит от одной произвольной функции класса $W(\bar{K}_1) \cap W(\bar{K}_2)$ и дается формулами (7).

Необходимость условия теоремы легко устанавливается от противного. Предполагая уравнение (1) разрешимым, мы можем говорить о тождестве (1). Пусть $\Pi(z)$ — многочлен степени $\text{ord } \Delta_1$, дивизор нулей которого в точности совпадает с дивизором Δ_1 . В случае, когда функции $a_1(z)$ и $a_2(z)$ не имеют общих нулей, полагаем $\Pi(z) \equiv 1$. Если предположить, что функция $g_0(z)$ не кратна дивизору Δ_1 , то, умножая тождество (1) на функцию $1/\Pi(z)$, мы получим тождество, левая часть которого аналитична, а правая — мероморфна в $K_1 \cap K_2$.

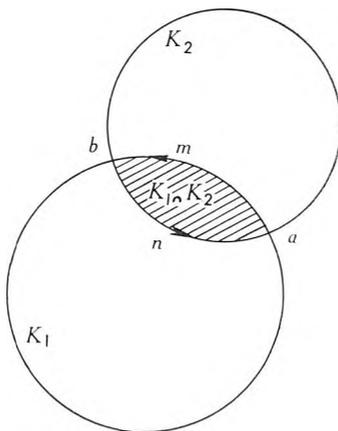
Предполагая выполненным условие теоремы, установим его достаточность с помощью метода аналитического продолжения. Пусть $\Pi(z)$ — введенный выше многочлен. Вводя, кроме того, функции

$$b_1(z) := \frac{a_1(z)}{\Pi(z)} \in W(\overline{K_1}); \quad b_2(z) := \frac{a_2(z)}{\Pi(z)} \in W(\overline{K_2}); \quad g_1(z) := \frac{g_0(z)}{\Pi(z)}, \quad (2)$$

получим равносильное (1) уравнение

$$b_1(z) F_1(z) - b_2(z) F_2(z) = g_1(z), \quad z \in \overline{K_1 \cap K_2}, \quad (3)$$

коэффициенты $b_1(z)$ и $b_2(z)$ которого взаимно просты, а в остальном удовлетворяют тем же условиям, что и коэффициенты уравнения (1). Введем функцию (обозначения на рисунке):



$$g_2(z) := g_1(z) - \left(\frac{z-b}{a-b} g_1(a) + \frac{z-a}{b-a} g_1(b) \right), \quad (4)$$

аналитическую в $K_1 \cap K_2$, H -непрерывную с показателем $\lambda > 1/2$ в $\overline{K_1 \cap K_2}$ и удовлетворяющую условиям: $g_2(a) = g_2(b) = 0$. Представим функцию $g_1(z)$ при $z \in K_1 \cap K_2$ в виде:

$$\begin{aligned} g_1(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial(K_1 \cap K_2)} \frac{g_1(\tau) d\tau}{\tau - z} = \frac{z-b}{a-b} g_1(a) + \frac{z-a}{b-a} g_1(b) + \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial(K_1 \cap K_2)} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau - z} = \frac{z-b}{a-b} g_1(a) + \frac{z-a}{b-a} g_1(b) + \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{amb} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau - z} - \frac{1}{2\pi i} \int_{bna} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau - z}. \end{aligned}$$

Подставляя это выражение для $g_1(z)$ в (3), получаем при $z \in \overline{K_1 \cap K_2}$:

$$\begin{aligned} b_1(z) F_1(z) - \left(\frac{z-b}{a-b} g_1(a) + \frac{z-a}{b-a} g_1(b) + \frac{1}{2\pi i} \int_{amb} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau - z} \right) = \\ = b_2(z) F_2(z) - \frac{1}{2\pi i} \int_{amb} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau - z}. \end{aligned} \quad (5)$$

Левая часть этого равенства аналитична в K_1 , правая — в K_2 . Отсюда, применяя теорему об аналитическом продолжении, заключаем, что функция

$$f(z) = \begin{cases} b_1(z) F_1(z) - \left(\frac{z-b}{a-b} g_1(a) + \frac{z-a}{b-a} g_1(b) + \frac{1}{2\pi i} \int_{amb} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau-z} \right), & z \in K_1, \\ b_2(z) F_2(z) - \frac{1}{2\pi i} \int_{amb} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau-z}, & z \in K_2, \end{cases} \quad (6)$$

аналитична в объединении $K_1 \cup K_2$. Более того, беря в качестве значений функции $f(z)$ на ∂K_1 и ∂K_2 соответствующие предельные значения из (6), покажем, что $f(z) \in W(\bar{K}_1) \cap W(\bar{K}_2)$.

Так как $g_2(a) = g_2(b) = 0$, то предельные значения на ∂K_1 и ∂K_2 соответствующих интегралов типа Коши из (6) H -непрерывны там, причем с показателем $\lambda > 1/2$ (см. [2, с. 53]). Отсюда по теореме С. Н. Бернштейна [3, с. 394] заключаем, что интегралы, входящие в (6), принадлежат пространствам $W(\bar{K}_1)$ и $W(\bar{K}_2)$ соответственно. Таким образом, в первой строке правой части (6) записана функция из $W(\bar{K}_1)$, а во второй — из $W(\bar{K}_2)$. Отсюда следует, что должно быть $f(z) \in W(\bar{K}_1) \cap W(\bar{K}_2)$. Если обе функции $b_1(z)$ и $b_2(z)$ нигде не обращаются в нуль, то общее решение уравнения (1) можно найти из (6) при произвольной функции $f_1(z) \in W(\bar{K}_1) \cap W(\bar{K}_2)$. В случае, когда хотя бы одна из функций $b_1(t)$ или $b_2(t)$ имеет нули, введем в рассмотрение дивизор $\Delta_2 := (b_1 \cdot b_2)$. Пусть $P(z)$ — многочлен, дивизор нулей которого в точности совпадает с дивизором Δ_2 , а $Q(z)$ — интерполяционный многочлен Эрмита, такой, что он и его производные до соответствующих порядков во всех точках дивизора Δ_2 равны соответствующим значениям правой части равенства (6). Многочлены с указанными свойствами всегда существуют, причем многочлен $Q(z)$ определяется однозначно, а многочлен $P(z)$ — с точностью до постоянного множителя. Задавая произвольно функцию $f_1(z) \in W(\bar{K}_1) \cap W(\bar{K}_2)$, положим в (6) $f(z) = Q(z) + P(z)f_1(z)$. Отсюда и из (6) найдем общее решение уравнения (1):

$$F_1(z) = \frac{1}{b_1(z)} \left\{ \frac{z-b}{a-b} g_1(a) + \frac{z-a}{b-a} g_1(b) + \frac{1}{2\pi i} \int_{amb} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau-z} + \right. \\ \left. + Q(z) + P(z)f_1(z) \right\}, \quad z \in K_1; \quad (7)$$

$$F_2(z) = \frac{1}{b_2(z)} \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{amb} \frac{g_2(\tau) d\tau}{\tau-z} + Q(z) + P(z)f_1(z) \right\}, \quad z \in K_2,$$

где $b_1(z)$, $b_2(z)$, $g_1(z)$ — из (3), $g_2(z)$ — из (4). Принадлежность правых частей равенства (7) соответствующим кольцам обеспечивается налагаемыми ограничениями и выбором функций Q , P , f_1 . В случае, когда обе функции $b_1(z)$, $b_2(z)$ нигде не обращаются в нуль, следует положить в (7) $Q(z) \equiv 0$, $P(z) \equiv 1$.

Список литературы

1. Гурвиц А., Курант Р. Теория функций. М., 1968.
2. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., 1977.
3. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. М., 1965. Т. 1.

Поступила в редакцию 26.05.87.

УДК 539.3:534.1

В. И. ПРУСОВ

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛОСЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛЫ

Напряженно-деформированное состояние бесконечной полосы под действием заданных усилий или заданных перемещений на ее границах, а также смешанная задача, исследовались в [1—3].

В настоящей работе рассматривается задача статики о напряженно-деформированном состоянии однородной изотропной полосы, жестко заземленной на неподвижном основании, под действием силы, приложенной к точке внутри полосы.

Пусть $S^- (-H < y < 0)$ — область комплексной плоскости $z = x + iy$, занимаемая полосой ширины H ; $L (y = 0)$ и $L_1 (y = -H)$ — верхний и нижний контуры полосы. В точке $z_0 = -ih$ приложена сила $P_0 = \frac{iy_0}{2\pi(1+\kappa)}$, где $\kappa = 3 - 4\nu$; ν — коэффициент Пуассона.

Предполагается, что внешняя нагрузка на верхней границе отсутствует, деформация полосы плоская, упругая.

Напряженно-деформированное состояние полосы в произвольной точке определяется по формулам [4]:

$$\begin{aligned}\sigma_x + \sigma_y &= 2 [\Phi(z) + \overline{\Phi(\bar{z})}], \\ \sigma_y - i\tau_{xy} &= \Phi(z) - \Phi(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\Phi'(z)}, \\ 2\mu(u + iv) &= \kappa\varphi(z) + \overline{\varphi(\bar{z})} - (z - \bar{z}) \overline{\Phi(z)}, \\ Y - iX &= \varphi(z) - \overline{\varphi(\bar{z})} + (z - \bar{z}) \overline{\Phi(z)} + C_1,\end{aligned}$$

где $\Phi(z)$ — аналитическая функция комплексного переменного $z = x + iy$, $\varphi(z) = \int \Phi(z) dz$; σ_x , σ_y , τ_{xy} — компоненты напряжений; u и v — компоненты перемещений; $X = \int_{-\infty}^{(x,y)} \tau_{xy}(x, y) dx$; $Y = \int_{-\infty}^{(x,y)} \sigma_y(x, y) dx$; C_1 — произвольная постоянная.

В соответствии с постановкой задачи необходимо удовлетворить граничным условиям:

$$X = 0; Y = 0 \text{ на } L, u = 0; v = 0 \text{ на } L_1. \quad (1)-(2)$$

Очевидно, что условия (1), (2) выполняются, если функция $\Phi(z)$ удовлетворяет условиям:

$$Y = \operatorname{Re} [\varphi(z) - \overline{\varphi(\bar{z})} + (\bar{z} - z) \overline{\Phi(z)}] = 0 \text{ на } L, \quad (3)$$

$$-X = \operatorname{Im} [\varphi(z) + \overline{\varphi(\bar{z})} - (\bar{z} - z) \overline{\Phi(z)}] = 0 \text{ на } L, \quad (4)$$

$$2\mu u = \operatorname{Re} [\kappa\varphi(z) + \overline{\varphi(\bar{z})} - (\bar{z} - z) \overline{\Phi(z)}] = 0 \text{ на } L_1, \quad (5)$$

$$2\mu v = \operatorname{Im} [\kappa\varphi(z) - \overline{\varphi(\bar{z})} + (\bar{z} - z) \overline{\Phi(z)}] = 0 \text{ на } L_1. \quad (6)$$

Пусть в (3) и (4)

$$\begin{aligned}\varphi(z) - \overline{\varphi(\bar{z})} + (\bar{z} - z) \overline{\Phi(z)} &= \varphi_0(z) - \overline{\varphi_0(\bar{z})} + (\bar{z} - z) \overline{\Phi_0(z)} + \\ &+ (\bar{z} - z) [F_1(z) - F_1(\bar{z})] + i(\bar{z} - z) [F_2(z) - F_2(\bar{z})]; \quad z \in S^-\end{aligned} \quad (7)$$

и

$$\begin{aligned}\varphi(z) + \overline{\varphi(\bar{z})} - (\bar{z} - z) \overline{\Phi(z)} &= \varphi_0(z) + \overline{\varphi_0(\bar{z})} - (\bar{z} - z) \overline{\Phi_0(z)} - \\ &- (\bar{z} - z) [F_1(z) - F_1(\bar{z})] - i(\bar{z} - z) [F_2(z) - F_2(\bar{z})], \quad z \in S^-\end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{где } \varphi_0(z) = \int_{-\infty}^z [A_0(\tau) + B_0(\tau)] d\tau; \quad \overline{\varphi_0(\bar{z})} = \int_{-\infty}^{\bar{z}} [\overline{A_0(\tau)} + \overline{B_0(\tau)}] d\tau;$$

$$F_1(z) = \frac{\operatorname{cth}(\gamma z)}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{cth}(\gamma\tau) q_1(\tau)}{\tau - z - iH} d\tau; \quad F_1(\bar{z}) = \frac{\operatorname{cth}(\gamma z)}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{cth}(\gamma\tau) q_1(\tau)}{\tau - \bar{z} + iH} d\tau;$$

$$F_2(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q_2(\tau) d\tau}{\tau - z - iH}; \quad F_2(\bar{z}) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q_2(\tau)}{\tau - \bar{z} + iH} d\tau;$$

$$\Phi_0(z) = A_0(z) + B_0(z); \quad A_0(z) = \frac{\gamma P_0}{\operatorname{sh} \gamma(z - z_0)} + \frac{(1 - \kappa) \beta P_0}{\operatorname{sh} \beta(z + z_1)};$$

$$B_0(z) = -\frac{\gamma z P_0}{\operatorname{sh} \gamma(z-z_0)} + \frac{(z_0 - \bar{z}_0) \bar{P}_0 \gamma^2 \operatorname{sh} \gamma(z - \bar{z}_0)}{[\operatorname{sh} \gamma(z - \bar{z}_0)]^2}; \quad \alpha = \beta(2H - h);$$

$\gamma = \frac{\pi}{2H}$; $\beta = \frac{\pi}{3H+h}$; $z_1 = i(2H - h)$; $q_1(\tau)$; $q_2(\tau)$ — действительные функции.

Из уравнений (7) и (8) находим:

$$\varphi(z) = \varphi_0(z), \quad (9)$$

$$-\bar{\varphi}(z) + (\bar{z} - z)\Phi(z) = -\bar{\varphi}_0(z) + (\bar{z} - z)\Phi_0(z) + (\bar{z} - z)[F_1(z) - F_1(\bar{z})] + i(\bar{z} - z)[F_2(z) - F_2(\bar{z})]. \quad (10)$$

Подставив правые части выражений (9) и (10) в граничные условия (5) и (6) и применив затем формулы Сохоцкого—Племмеля [1], получим

$$\operatorname{Re} [\kappa \varphi_0(t) + \bar{\varphi}_0(t) - 2iH\Phi_0(t)] - 2Hq_2(x) = 0, \quad (11)$$

$$\operatorname{Im} [\kappa \varphi_0(t) - \bar{\varphi}_0(t) + 2iH\Phi_0(t)] - 2Hq_1(x) = 0, \quad (12)$$

где $t = x - iH$. Выражения (11), (12) вполне определяют функции $q_1(x)$ и $q_2(x)$. Зная их выражения, можно найти компоненты напряжений и перемещений в любой точке области S^- . В частности, для перемещений на верхнем контуре полосы получены формулы:

$$u(x) = \frac{y_0}{4\pi\mu} \left[(\kappa - 1) \left(\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sh} \gamma x}{\sin \gamma h} - \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{sh} \beta x}{\sin \alpha} \right) + \frac{4\gamma h \cos \gamma h \cdot \operatorname{sh} \gamma x}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\gamma h} \right],$$

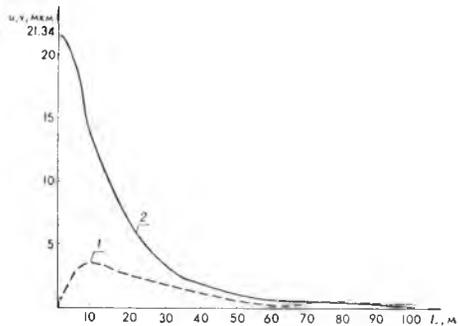
$$v(x) = \frac{y_0}{4\pi\mu} \left[\frac{\kappa + 1}{2} \ln \frac{\operatorname{ch} \gamma x + \cos \gamma h}{\operatorname{ch} \gamma x - \cos \gamma h} + \frac{\kappa - 1}{2} \ln \frac{\operatorname{ch} \beta x + \cos \alpha}{\operatorname{ch} \beta x - \cos \alpha} + \frac{4\gamma h \cdot \sin \gamma h \cdot \operatorname{ch} \gamma x}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\gamma h} \right].$$

На рисунке показаны результаты численных расчетов вертикальных и горизонтальных компонент перемещений на поверхности однородного изотропного слоя грунта под действием сосредоточенной силы, приложенной к точке, находящейся внутри него. При этом в расчетной схеме предполагалось, что грунт имеет следующие характеристики:

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} = 2873 \cdot 10^4 \text{ кгс/см}^2; \quad \kappa = 1,6777; \quad Y_0 = 1000 \text{ кгс}; \quad H = 25 \text{ м};$$

$$h = 9 \text{ м}.$$

Таким образом, в статье предложен эффективный метод (решение задачи представлено в аналитическом виде) для расчета напряженно-деформированного состояния полосы под действием сосредоточенной силы, приложенной к точке внутри полосы. Комплексные потенциалы Колосова—Мусхелишвили представлены с помощью гиперболических функций, что исключает их осцилляцию при анализе напряженно-деформированного состояния полосы на бесконечности. Для численного расчета перемещений на поверхности полосы получены простые формулы, не требующие мощных вычислительных средств.



Результаты численного расчета перемещений на поверхности полосы:
1 — горизонтальная, 2 — вертикальная составляющие перемещений

Список литературы

1. Лебедев Н. Н., Скальский И. П., Уфлянд Я. С. Уравнения математической физики. М., 1959.
2. Прусов В. И. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1986. № 3. С. 52.
3. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. М., 1963.
4. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., 1966.

Поступила в редакцию 03.06.87.

УДК 801.73:681.3

Н. К. РУБАШКО, И. В. СОВПЕЛЬ

АВТОМАТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ ТЕКСТОВ ЕСТЕСТВЕННЫХ ЯЗЫКОВ. I

Одним из важнейших условий эффективного функционирования систем обработки естественно-языковой (ЕЯ) информации как средства описания действительности и коммуникации с вычислительной системой является наличие в них подсистемы автоматического контроля данных (АКД). Исчерпывающий АКД затрагивает не только морфологический, но и синтаксический и семантический уровни ЕЯ, а если говорить о его структурных уровнях, то уровень слов, конфигураций, фраз, предложений, дискурсов, текстов и включает корректировку как орфографии (будет рассматриваться именно этот случай), так и стиля.

Ошибки в сообщениях возникают по нескольким причинам. Очевидно, что обобщенная схема линии ЕЯ коммуникации l в плане этапности передачи информации может быть представлена следующим образом:

$a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{k-1} \ a_k$

$|\rightarrow| \rightarrow \dots |\rightarrow|$, где a_0 — источник информации; a_1, \dots, a_{k-1} — так называемые релейные станции (одновременно приемники и источники информации); a_k — конечный пользователь (приемник информации); каждой дуге (a_i, a_{i+1}) , $i=0, k-1$ соответствует определенный «технический» тип коммуникации (радиоволны, провода и т. п.).

Первый источник ошибок может быть связан с техническими аспектами коммуникации, второй — с тем, что именно человек посылает сообщения (речевой ввод, ввод оригинальных или отперфорированных текстов и т. п.) как в случае a_0 , так и в случае a_1, a_2, \dots, a_{k-1} . Специальные инструкции на формат сообщений не всегда соответствуют как формальному синтаксису, так и заранее определенному словарю. Следует отметить, что в этом случае существуют некоторые закономерности «производства» ошибок, которые могут и должны учитываться при построении алгоритмов их распознавания и корректировки.

При проектировании средств АКД необходимо иметь в виду некоторые важные характеристики систем ЕЯ коммуникации [1].

Будучи, как правило, системами реального времени, они требуют минимальных временных затрат на корректировку, интерпретацию и, если необходимо, доступ к соответствующей базе данных, а также аккуратности и надежности; системы должны быть в состоянии обработать ограниченный ЕЯ и быстро идентифицировать случаи, невозможные для автоматической обработки.

Принято различать две стратегии автоматического контроля ЕЯ информации: исчерпывающий контроль и контроль переменной глубины, который способен на тщательную обработку отдельных, наиболее важных или наиболее вероятных с точки зрения возникновения ошибок частей сообщения.

Предпосылкой для успешного решения проблемы АКД является 4-кратная избыточность ЕЯ, а также возможность формализации описания основных типов ошибок.

Предварительно введем следующие определения. Обозначим через Σ алфавит: непустое конечное множество символов, включая «пустой» символ (пробел), обозначаемый \otimes .

Цепочкой в алфавите Σ назовем конечную последовательность элементов x_1, x_2, \dots, x_n , где $x_i \in \Sigma, i = \overline{1, n}$ и запишем $X = x_1 x_2 \dots x_n$. Число n назовем длиной цепочки X , обозначим $n = |X|$.

Тогда естественный язык L можно определить как четверку $L = (A, M, S_1, S_2)$, где A — алфавит ЕЯ, M, S_1, S_2 — соответственно множества морфологических, синтаксических и семантических правил образования цепочек из A с помощью операции конкатенации, а любой текст $T_i \in L$ — как конечную цепочку $x_1^{(i)} x_2^{(i)} \dots x_m^{(i)}, x_p^{(i)} \in A, p = \overline{1, m}$, образованную определенными подмножествами $M^{(i)}, S_1^{(i)}, S_2^{(i)}$ множеств M, S_1, S_2 соответственно.

Пусть $T_i, T_j \in L$. Будем говорить, что текст T_i равен тексту T_j , запишем $T_i = T_j$, если $|T_i| = |T_j|$ и $x_p^{(i)} = x_p^{(j)}$ для всех p от 1 до $m = |T_i|$. В противном случае — T_i не равен T_j ($T_i \neq T_j$). Сообщение, поступающее в линию ЕЯ коммуникации, назовем начальным текстом для l , обозначим T_0 ($T_0 \in L$), а сообщение, поступающее в приемник информации a_k , — конечным текстом $T_k = l(T_0)$; l назовем корректной, если $T_k \in L$ и $T_0 = T_k$, а в случае нарушения хотя бы одного из этих условий — некорректной.

Очевидно, что для рассматриваемого аспекта ЕЯ коммуникации количество этапов в соответствующей линии не имеет принципиального значения, поэтому положим $k = 1$.

Поскольку в a_1 T_0 неизвестно, а известно только T_1 , то, очевидно, решение вопроса корректности l в общем случае является приближенным и сводится к решению вопроса принадлежности T_1 языку L , который прежде всего и в основном рассматривается на уровне слов текста.

Пусть x_p — некоторый непустой символ из T (T — начальный либо конечный текст). Максимально возможную по длине подцепочку из T , содержащую x_p и не содержащую пустого символа, назовем словом текста T . Очевидно, что T содержит конечное множество слов текста, в общем случае не являющихся попарно различными.

Любое слово языка L можно определить как конечную цепочку элементов из A , образованную соответствующими подмножествами множеств M, S_1, S_2 . Условимся любое конечное множество слов языка L называть эталонным словарем, обозначим D , а любое $X \in D$ — значимым словом.

Пусть $X \in T_0, Y = l(X) \in T_1$. Очевидно, что понятие равенства для текстов распространяется и для слов. Если $X \neq Y$, то будем говорить, что Y является ошибочным словом.

Положим $X \in D, |X| = m, Y \in T_1, |Y| = n$. Будем говорить, что X и Y удовлетворяют условию (*), если выполняется одно из следующих условий:

при $|m - n| = 1$

$$(1) x_i = y_j, i = j = \overline{1, m}, m < n;$$

$$(2) x_i = y_j, j = i + 1, i = \overline{1, m}, m < n;$$

$$(3) x_i = y_j, i = j = \overline{1, n}, m > n;$$

$$(4) x_i = y_j, i = j + 1, j = \overline{1, n}, m > n;$$

$$(5) \text{если } m < n, \text{ то существует } 1 < i < n \text{ такое, что } x_j = y_j \text{ для } j = \overline{1, i-1} \text{ и } x_j = y_{j+1} \text{ для } j = i, n-1;$$

$$(6) \text{если } m > n, \text{ то существует } 1 < i < m \text{ такое, что } x_j = y_j \text{ для } j = \overline{1, i-1} \text{ и } x_{j+1} = y_j \text{ для } j = i, m-1;$$

$$(7) \text{в } T_1 \text{ существует два последовательных слова } Y', |Y'| = n' \text{ и } Y'', |Y''| = n'' \text{ (полагаем, что } Y \text{ есть } Y' \otimes Y'', n = n' + n'' + 1) \text{ таких, что } m =$$

$= n' + n''$, $x_i = y_i'$ для $i = \overline{1, n'}$ и $x_{n'+i} = y_i''$ для $i = \overline{1, n''}$;
при $|m - n| = 0$

(8) существует $1 \leq i \leq m$ такое, что $x_i \neq y_i$ и для $j = \overline{1, m}$, кроме $j = i$, $x_j = y_j$;

(9) существует $1 \leq i < m$ такое, что $x_i = y_{i+1}$, $x_{i+1} = y_i$ и для $j = \overline{1, m}$, кроме $j = i$, $j = i + 1$ $x_j = y_j$;

(10) существуют $X' \in D$, $|X'| = m'$, $X'' \in D$, $|X''| = m''$ (полагаем, что X есть совокупность X' и X'' , $m = m' + m''$) такие, что $m' + m'' = n$, $x_i' = y_i$ для $i = \overline{1, m'}$ и $x_i'' = y_{m'+i}$ для $i = \overline{1, m''}$.

Очевидно, что (*) формально определяет X как слово (в случае (10) — пару слов) языка L в T_0 , в котором, возможно, в процессе ЕЯ коммуникации возникла ошибка следующего типа.

Замена: один символ в X заменен на другой, отличный от пробела.

Вставка: один символ, отличный от пробела, вставлен в X , возможно, в качестве первого или последнего.

Перестановка: два соседних символа в X обменены местами;

Пропуск: один символ, возможно, первый или последний, удален из X .

Разбиение: в X вставлен пробел, но не в качестве первого или последнего символа;

Слияние: между двумя последовательными словами удален пробел.

Y определяется как $Y = l(X)$ либо $Y = l(X' \otimes X'')$.

Приведенные типы ошибок выделены на основании статистических данных, полученных при анализе большого объема текстов, подготовленных с помощью УПДЛ ЕС9003. В частности, доля ошибок типа замена составляет 35 % их общего числа, пропуск — 26, вставка — 19, слияние — 5, перестановка — 3, разбиение — 2 %. Возможны ошибки и других типов, но их процент значительно ниже указанных. Эти результаты в целом согласуются с данными [2].

Формальное определение основных типов ошибок служит основой для разработки простых, но достаточно эффективных алгоритмов АКД. При этом мы исходим из следующих положений.

В системах, работающих с ЕЯ информацией, как правило, заранее заданы в виде декларативных знаний определенные лингвистические данные и прежде всего словарь соответствующего ЕЯ.

Эффективность средств АКД находится в прямой зависимости от объема эталонного словаря и полноты покрытия им данной предметной области.

Задача АКД в общем случае имеет неоднозначное решение на морфологическом уровне ЕЯ.

По сравнению с существующими, например [3, 4], предложенный критерий в виде условия (*) достаточно прост, исключает, в частности, морфологический анализ текста, определяет все основные (в соответствии с приведенными статистическими данными) типы ошибок и с этой точки зрения полностью решает задачу АКД на морфологическом уровне, создавая предпосылки для ее решения на синтаксическом и семантическом уровнях языка.

Список литературы

1. Rosenberg J. // Applications of Artificial Intelligence II. 1985. V. 548. P. 233.
2. Pollock J. J., Zamoga A. // Journ. Amer. Soc. Inform. Sci. 1983. V. 34. № 1. P. 51.
3. Белоногов Г. Г., Дуганова И. С. и др. // НТИ. Сер. 2. 1982. № 6. С. 29.
4. Матвеев С. А., Сотникова Р. А. // Программирование. 1984. № 5. С. 68.

Поступила в редакцию 04.06.87.

**НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА СОПРЯЖЕНИЯ
ДЛЯ ГОЛОМОРФНОГО ВЕКТОРА
В ПЛОСКОСТИ С ДВУМЯ РАЗРЕЗАМИ**

В расширенной комплексной плоскости \bar{C} возьмем четыре точки, принадлежащие вещественной оси: $-\infty < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4 < \infty$. Обозначим: $L_1 = [\alpha_1, \alpha_2]$, $L_2 = [\alpha_3, \alpha_4]$, $L = L_1 \cup L_2$, $D = \bar{C} \setminus L$, B_D — класс вектор-функций $(\varphi_1(z), \varphi_2(z))$, где $\varphi_1(z), \varphi_2(z)$ — аналитические и ограниченные в D функции; $B_D^{(m_1, m_2)}$ — подкласс вектор-функций из B_D таких, что $\varphi_i(z)$ имеет m_i нулей, $B_D^{(0, 0)}$ — подкласс вектор-функций из $B_D^{(m_1, m_2)}$, не обращающихся в 0; \tilde{B} — класс вектор-функций, аналитических в D и ограниченных во всякой замкнутой области, не содержащей точек α_s , $s = 1, 2, 3, 4$; \tilde{B} — подкласс вектор-функций из \tilde{B} , удовлетворяющих в окрестностях точек α_s , $s = 1, 2, 3, 4$, условию

$$\sup \operatorname{Re} \varphi_i(z) < c_i < \infty, \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Рассмотрим задачу: найти аналитический вектор $(\varphi_1(z), \varphi_2(z))$ из $B_D^{(m_1, m_2)}$, предельные значения которого удовлетворяют краевым условиям:

$$\varphi_1^+(t) \varphi_2^-(t) = f_1(t), \quad \varphi_2^+(t) \varphi_1^-(t) = f_2(t), \quad t \in L, \quad (2)$$

где $f_1(t), f_2(t)$ — гельдеровские функции, не обращающиеся в 0 на L . Нелинейная задача сопряжения $\Phi^+(t)\Phi^-(t) = G(t)$ для контура L в плоскости исследовалась в [1—5], для контура на компактной римановой поверхности — в [6]. Впервые задача (2) для голоморфного вектора рассмотрена в [7].

1. Исследуем задачу (2) в $B_D^{(0, 0)}$. Пусть $L' = [\alpha_2, \alpha_3]$. Тогда в $\bar{C} \setminus L \cup L'$ вектор $(\Phi_1(z), \Phi_2(z)) = (\ln \varphi_1(z), \ln \varphi_2(z))$ однозначен. Введем вспомогательные функции $F_1(z) = \frac{1}{2}(\Phi_1(z) - \Phi_2(z))$, $F_2(z) = \frac{1}{2}(\Phi_1(z) + \Phi_2(z))$. Вектор $(F_1(z), F_2(z))$ является решением задачи

$$\begin{pmatrix} F_1^+(t) \\ F_2^+(t) \end{pmatrix} = \tilde{G}(t) \begin{pmatrix} F_1^-(t) \\ F_2^-(t) \end{pmatrix} + \tilde{g}(t), \quad (3)$$

$$\text{где } \tilde{G}(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, & t \in L, \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & t \in L', \end{cases} \quad \tilde{g}(t) = \begin{cases} -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \ln \frac{f_1(t)}{f_2(t)} \\ \ln f_1(t) \cdot f_2(t) \end{pmatrix}, & t \in L, \\ \pi i \begin{pmatrix} k_1 - k_2 \\ k_1 + k_2 \end{pmatrix}, & t \in L', \end{cases} \\ k_1, k_2 \in \mathbf{Z}.$$

Нетрудно показать, что $F_2(z)$ должна удовлетворять условию (1), а $F_1(z)$ — неравенству $-\infty \leq p_1 < \operatorname{Re} F_1(z) \leq p_2 < +\infty$, $p_1, p_2 \in \mathbf{R}$.

Решая (3), получаем, что $F_1(z)$ определяется формулой

$$F_1(z) = \frac{1}{4\pi i} \int_L \ln \frac{f_1(t)}{f_2(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + \frac{k_1 - k_2}{2} \ln \frac{z - \alpha_3}{z - \alpha_2} + c, \quad c \in \mathbf{C}. \quad (4)$$

Из свойств интеграла типа Коши [8, с. 91] следует, что для того, чтобы $F_1(z)$ удовлетворяла указанному неравенству, необходимо и достаточно выполнение условий:

$$\arg f_1(\alpha_s) = \arg f_2(\alpha_s), \quad s = 1, 4; \quad \arg f_1(\alpha_s) - \arg f_2(\alpha_s) = \pi(k_1 - k_2), \\ s = 2, 3. \quad (5)$$

Используя результаты [4], получаем, что задача (3) для $F_2(z)$ разрешима тогда и только тогда, когда выполняется условие [4]:

$$\int_L \frac{\arg f_1(t) \cdot f_2(t)}{R(t)} dt = 0. \quad (6)$$

Здесь

$$R(z) = \sqrt[4]{\prod_{j=1}^4 (z - \alpha_j)}, \quad R(z) > 0 \text{ при } z > \alpha_4. \quad (7)$$

Будем считать, что условие (6) выполнено. Тогда решением задачи сопряжения в \widehat{B} будет функция [4]:

$$F_2(z) = R_1(z) \left[\frac{1}{4\pi i} \int_L \frac{\ln f_1(t) f_2(t)}{R_1(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + \right. \\ \left. + \frac{k_1 + k_2}{2} \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} \frac{1}{R_1(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} \right] + \frac{P(z)}{R(z)}, \quad (8)$$

где

$$P(z) = \begin{cases} \left(p + \frac{k_1 + k_2}{2} q \right) \left(\prod_{k=1}^3 (z - \lambda_k) - \prod_{s=2}^4 (z - \alpha_s) \right), & \frac{k_1 + k_2}{2} \neq -\frac{p}{q}, \\ \mu_0 (z - \mu_1) (z - \mu_2), & \frac{k_1 + k_2}{2} = -\frac{p}{q}, \end{cases} \quad (9)$$

$\lambda_1, \mu_1 \in [\alpha_1, \alpha_2]$, $\lambda_2, \mu_2 \in [\alpha_3, \alpha_4]$, $\lambda_3 \in [\alpha_4, \infty[$ при $\frac{k_1 + k_2}{2} > -\frac{p}{q}$, $\lambda_3 \in]-\infty, \alpha_1]$ при $\frac{k_1 + k_2}{2} < -\frac{p}{q}$, $\mu_0 \leq 0$ при $\frac{k_1 + k_2}{2} = -\frac{p}{q}$, и введены обозначения:

$$R_1(z) = \frac{\sqrt{(z - \alpha_2)(z - \alpha_3)(z - \alpha_4)}}{\sqrt{z - \alpha_1}}, \quad R_1(z) > 0 \text{ при } z > \alpha_4, \quad (10)$$

$$p = \frac{1}{4\pi i} \int_L \frac{\ln f_1(t) f_2(t)}{R(t)} dt, \quad q = \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} \frac{dt}{R(t)} < 0, \quad (11)$$

$R(z)$ определяется формулой (7). Итак, получили

Утверждение 1. Задача (2) разрешима в \widehat{B} тогда и только тогда, когда выполняются условия (5), (6). Решение (2) в этом случае имеет вид:

$$(\varphi_1(z), \varphi_2(z)) = \left(\left(\frac{z - \alpha_3}{z - \alpha_2} \right)^{\frac{k_1 - k_2}{2}} \cdot \exp \left\{ \frac{1}{4\pi i} \int_L \ln \frac{f_1(t)}{f_2(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + \right. \right. \\ \left. \left. + R_1(z) \left[\frac{1}{4\pi i} \int_L \frac{\ln f_1(t) f_2(t)}{R_1(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + \frac{k_1 + k_2}{2} \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} \frac{1}{R_1(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} \right] + \frac{P(z)}{R(z)} + c \right\}, \right. \\ \left. \left(\frac{z - \alpha_2}{z - \alpha_3} \right)^{\frac{k_1 - k_2}{2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{4\pi i} \int_L \ln \frac{f_1(t)}{f_2(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + R_1(z) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[\frac{1}{4\pi i} \int_L \frac{\ln f_1(t) f_2(t)}{R_1(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + \frac{k_1 + k_2}{2} \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} \frac{1}{R_1(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + \frac{P(z)}{R(z)} - c \right] \right\} \right),$$

где $R_1(z)$ определяется формулой (10), $P(z)$ — (9), $R(z)$ — (7).

2. Рассмотрим задачу (2) в $B_D^{(m_1, m_2)}$. Пусть $\varphi_i(z)$ имеет нули в точках $z = z_{ji} \neq \infty$, $j = 1, 2, \dots, m_i$, $i = 1, 2$ (z_{ji} могут совпадать). Применим схему работы [4]. Построим вектор $(\psi_1(z), \psi_2(z)) \in B_D^{(m_1, m_2)}$ такой, чтобы выполнялось условие $\varphi_i(z)/\psi_i(z) \neq 0$, $i = 1, 2$, в D . (Функции $\psi_1(z)$, $\psi_2(z)$ строятся неоднозначно). Их можно взять в виде [4]: $\psi_i(z) =$
 $= X_i(z) \prod_{j=1}^{m_i} (z - z_{ji})$, $i = 1, 2$, где [9]

$$X_i(z) = \frac{1}{(z - \alpha_2)^{m_i}} \cdot \exp \left[\frac{m_i}{\alpha_2 - \alpha_1} (z - \alpha_1) \ln \frac{z - \alpha_2}{z - \alpha_1} \right], \quad i = 1, 2, \quad (12)$$

и ветви логарифма выбираются из условия $\lim_{z \rightarrow \infty} \ln \frac{z - \alpha_2}{z - \alpha_1} = 0$. Отсюда сле-

дует, что функции $\tilde{\varphi}_i(z) = \varphi_i(z)/\psi_i(z)$, $i = 1, 2$, не обращаются в 0 в D и удовлетворяют краевым условиям:

$$\tilde{\varphi}_1^+(t) \tilde{\varphi}_2^-(t) = \tilde{f}_1(t), \quad \tilde{\varphi}_2^+(t) \tilde{\varphi}_1^-(t) = \tilde{f}_2(t), \quad t \in L, \quad (13)$$

$$\text{где } \tilde{f}_1(t) = \frac{f_1(t)}{\psi_1^+(t) \psi_2^-(t)}, \quad \tilde{f}_2(t) = \frac{f_2(t)}{\psi_1^-(t) \psi_2^+(t)}, \quad t \in L.$$

Задача (13) в $B_D^{(0,0)}$ решена выше. Необходимыми и достаточными условиями ее разрешимости являются:

$$\int_L \frac{\arg \tilde{f}_1(t) \tilde{f}_2(t)}{R(t)} dt = 0, \quad (14)$$

$$\arg \tilde{f}_1(\alpha_s) = \arg \tilde{f}_2(\alpha_s), \quad s = 1, 4; \quad \arg \tilde{f}_1(\alpha_s) - \arg \tilde{f}_2(\alpha_s) = \pi(k_1 - k_2), \quad s = 2, 3. \quad (15)$$

Из [4] следует, что подходящим выбором точек z_{ji} , $i = 1, 2$, $j = 1, 2, \dots, m_1 + m_2$ всегда можно добиться выполнения условия (14). Условие (15) эквивалентно условию (5). Из вышесказанного следует

Утверждение 2. Задача (2) разрешима в $B_D^{(m_1, m_2)}$ тогда и только тогда, когда выполняется условие (5), и ее решением является вектор:

$$(\varphi_1(z), \varphi_2(z)) = (\tilde{\varphi}_1(z) X_1(z) \prod_{j=1}^{m_1} (z - z_{j1}), \quad \tilde{\varphi}_2(z) X_2(z) \prod_{j=1}^{m_2} (z - z_{j2})), \quad \text{где}$$

$(\tilde{\varphi}_1(z), \tilde{\varphi}_2(z))$ — решение задачи (13) в $B_D^{(0,0)}$, $X_i(z)$, $i = 1, 2$, определяются формулой (12).

3. Рассмотрим задачу

$$|\varphi^+(t)| = f_1(t), \quad |\varphi^-(t)| = f_2(t), \quad t \in L, \quad (16)$$

где $f_1(t)$, $f_2(t)$ — действительно-значные гельдеровские, не обращающиеся в 0 функции на L . Используя результаты п. 1, получаем

Утверждение 3. Задача (16) в классе ограниченных, не имеющих в D нулей функций, разрешима. Ее решение имеет вид:

$$\varphi(z) = \exp \left\{ -\frac{1}{2\pi i} \int_L \ln \frac{f_1(t)}{f_2(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + \right. \\ \left. + \frac{R_1(z)}{2\pi i} \int_L \frac{\ln f_1(t) f_2(t)}{R_1(t)} \cdot \frac{dt}{t-z} + \frac{P(z)}{R(z)} + i\alpha \right\},$$

где $\alpha \in \mathbf{R}$, $P(z)$ определяется из формулы (9), $R(z)$ — (7), $R_1(z)$ — (10).

Для получения решения задачи (16) в классе функций, имеющих нули в D , необходимо применить методку п. 2.

Список литературы

1. Черепанов Г. П. // ПММ. 1962. Т. 26. Вып. 4.
2. Черепанов Г. П. // Докл. АН СССР. 1962. Т. 147. № 3.
3. Говоров Н. В., Кузнецов Н. К. // Теория функций, функциональный анализ и их приложения. Харьков, 1974. Вып. 20.
4. Кузнецов Н. К. // Изв. вузов СССР. Матем. Казань, 1977. № 11.
5. Кашевский В. В. // Вестн. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1982. № 4.
6. Чаевский Г. Г. // Докл. АН БССР. 1985. Т. 29. № 2.
7. Примачук Л. П. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1981. № 1.
8. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М., 1961.
9. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., 1963.

**ОПТИМАЛЬНЫЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ
ДОПУСТИМЫЕ ПО РЕСУРСУ РАСПИСАНИЯ
ДЛЯ ДВУХ НЕЗАВИСИМЫХ ПРИБОРОВ С МИНИМИЗАЦИЕЙ
ШТРАФНОЙ ФУНКЦИИ НА ПЕРВОМ ПРИБОРЕ**

Рассмотрим задачу календарного планирования для системы независимых приборов с общим ресурсом, которая состоит в следующем [1].

Имеется m приборов. Для каждого прибора определено множество Z_l , $l = \overline{1, m}$, требований, которые необходимо обслужить на этом приборе; $Z_l \cap Z_h = \emptyset$ при $l \neq h$.

Пусть в системе имеется Q единиц ресурса одного вида.

Установим взаимно однозначное соответствие между множеством требований Z_l и множеством натуральных чисел: $N_l = \{n_{l-1}+1, \dots, n_{l-1}+n_l\}$, $l = \overline{1, m}$, $n_l = |Z_l|$, $n_0 = 0$.

Требование $i \in N_l$, $n_{l-1}+1 \leq i \leq n_{l-1}+n_l$, обслуживается в течение t_i единиц времени и использует q_i единиц ресурса.

Процесс обслуживания требований может быть описан заданием совокупности $s = \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)\}$ кусочно-постоянных непрерывных слева функций $s_l = s_l(t)$, $l = \overline{1, m}$. Каждая функция $s_l(t)$ задана на интервале $0 \leq t < +\infty$ и принимает значения из множества $\{0, n_{l-1}+1, n_{l-1}+2, \dots, n_{l-1}+n_l\}$. Если $s_l(t') = i \neq 0$, то в момент времени t' прибор l обслуживает требование $i \in N_l$. Если $s_l(t') = 0$, то в момент времени t' прибор l простаивает. Совокупность функций s называется расписанием [2].

Расписание обслуживания требований будет допустимо по ресурсу, если суммарное использование ресурса в любой момент времени не превышает Q .

В работе [1] показано, что задача построения оптимального по быстродействию допустимого по ресурсу расписания при $m=3$ и всех $t_i=1$ является NP -трудной в сильном смысле. Там же приводится алгоритм сложности $O(n \log n)$ построения оптимального по быстродействию расписания при $m=2$, произвольных временах обслуживания требований t_i и запрещения прерываний в процессе обслуживания требований.

Рассмотрим следующее обобщение поставленной задачи при $m=2$. Предположим, что допустимы прерывания в процессе обслуживания требований из множества $N_2 = \{n_1+1, n_1+2, \dots, n_1+n_2\}$, где $n_2 = |Z_2|$.

Для требований из множества N_1 рассмотрим любую известную (см., например, [2]) полиномиально разрешимую задачу A построения оптимального расписания обслуживания требований одним прибором с некоторыми предположениями относительно моментов поступления требований в очередь на обслуживание, директивных сроков, функции штрафа и характера обслуживания требований. Пусть алгоритм A строит оптимальное расписание для задачи A .

Обобщенная задача B состоит в том, что для системы независимых приборов необходимо построить расписание минимальной длины, которое минимизирует функцию штрафа задачи A , поставленной для требований из множества N_1 . Эту задачу решает алгоритм B .

Алгоритм B .

1. Упорядочить требования множества N_2 по невозрастанию величин q_j .

2. Пусть P_j — подмножество требований из множества N_1 , каждое из которых не может быть обслужено из-за ограничения на потребляемый ресурс вместе с требованием $j \in N_2$, но может быть обслужено вместе с требованием $(j+1) \in N_2$, если требование $(j+1)$ существует.

Положить $P_j = \emptyset$ для всех $j \in N_2$, $i=0$.

3. Положить $i=i+1$, вычислить $k_i = \max \{j : q_i + q_j > Q, j \in N_2\}$. Добавить к множеству P_{j_0} требование i из множества N_1 такое, что $j_0 = k_i$.

4. Если $i=n_1$, перейти на шаг 5, в противном случае — на шаг 3.
 5. Для требований из множества N_1 выполнить алгоритм A , который определит функцию $s_1(t)$.
 6. Пусть τ^* — наиболее поздний момент времени, когда $s_1(t) \neq 0$. Положить $\tau' = 0$, $\tau'' = 0$, $s_1(0) = 0$, $s_2(0) = 0$.
 7. Если $\tau' = \tau^*$, то перейти на шаг 11.
 8. Если $s_1(t) = 0$ для всех $\tau' < t \leq \bar{\tau}$ и $s_1(t) \neq 0$ при $\bar{\tau} < t \leq \bar{\tau} + \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ — достаточно малое, то положить $\tau' = \bar{\tau}$ и выполнить следующее.
 - а) Если $N_2 = \emptyset$, то перейти на шаг 10.
 - б) Из множества N_2 выбрать требование j с наименьшим номером (т. е. с наибольшим значением величины q_j).
 - в) Положить $s_2(t) = j$ для всех $\tau'' < t \leq \min\{\bar{\tau}, \tau'' + t_j\}$.
 - г) Если $\tau'' + t_j \leq \bar{\tau}$, то выполнить следующее: исключить из N_2 требование j и положить $\tau'' = \tau'' + t_j$; если $N_2 = \emptyset$, то перейти на шаг 10; выбрать из N_2 требование j^* с наименьшим номером, положить $P_{j^*} = P_{j^*} \cup P_j$, $k_i = j^*$ для всех требований i из множества P_j .
Если $\tau'' < \bar{\tau}$, положить $j = j^*$ и перейти на шаг 8. в), в противном случае — на шаг 9.
 - д) Если $\tau'' + t_j > \bar{\tau}$, то положить $t_j = t_j - (\bar{\tau} - \tau'')$, $\tau'' = \bar{\tau}$.
 - 9) Если $s_1(t) = i$ для всех $\tau' < t \leq \bar{\tau}$ и $s_1(t) \neq i$ при $\bar{\tau} < t \leq \bar{\tau} + \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ — достаточно малое, то положить $\tau' = \bar{\tau}$ и выполнить следующее.
 - а) Если $N_2 = \emptyset$, то перейти на шаг 10.
 - б) Если $k_i = n_1 + n_2$, то положить $s_2(t) = 0$ для $\tau'' < t \leq \bar{\tau}$ и перейти на шаг 7. Положить $j = k_i + 1$.
 - в) Положить $s_2(t) = j$ для всех $\tau'' < t \leq \min\{\bar{\tau}, \tau'' + t_j\}$.
 - г) Если $\tau'' + t_j \leq \bar{\tau}$, то выполнить следующее: исключить из N_2 требование j , положить $\tau'' = \tau'' + t_j$; выбрать из N_2 требование j^* с наименьшим номером такое, что $j^* > j$, для всех требований i из P_j положить $k_i = j^*$, $P_{j^*} \cup P_j$. Если такого требования j^* не существует, то для всех требований i из P_j положить $k_i = n_1 + n_2$; положить $s_2(t) = 0$ для $\tau'' < t \leq \bar{\tau}$ и перейти на шаг 7. Если $\tau'' < \bar{\tau}$, то положить $j = j^*$ и перейти на шаг 9. в), в противном случае — на шаг 7.
 - д) Если $\tau'' + t_j > \bar{\tau}$, то положить $t_j = t_j - (\bar{\tau} - \tau'')$, $\tau'' = \bar{\tau}$. Перейти на шаг 7.
 10. Положить $s_2(t) = 0$ для всех $\tau'' < t \leq \tau^*$. Алгоритм заканчивает работу.
 11. Если $N_2 = \emptyset$, то алгоритм заканчивает работу.
 12. Выбрать из множества N_2 требование j с наименьшим номером. Положить $s_2(t) = j$, $s_1(t) = 0$ для всех $\tau'' < t \leq \tau'' + t_j$. Исключить из N_2 требование j , положить $\tau'' = \tau'' + t_j$, перейти на шаг 11.
- Утверждение.** Алгоритм B строит оптимальное расписание для задачи B .
- Доказательство.** Пусть \bar{t} — самый поздний момент времени, когда $s_1(t) \neq 0$ или $s_2(t) \neq 0$.
- Если $s_1(\bar{t}) \neq 0$, то построенное расписание для первого прибора минимизирует некоторую функцию штрафа и является оптимальным по быстройдействию расписанием, поэтому расписание $s(t) = \{s_1(t), s_2(t)\}$ будет также оптимально по быстройдействию.
- Пусть $s_1(\bar{t}) = 0$ и $s_2(\bar{t}) \neq 0$.
- Упорядочим требования множества N_1 по неубыванию величины q_i ; k_i имеет тот же смысл, что и ранее, $k_0 = 0$. Вычислим

$$\Theta = \max \left\{ \sum_{j=k_l+1}^{k_l} t_j + \sum_{i=l}^{n_1} t_i : 1 \leq l \leq n_1 \right\}.$$

Понятно, что если не рассматривать дополнительные условия для требований из множества N_1 , то нижняя граница длины оптимального по быстродействию расписания будет

$$\max \left\{ \Theta, \sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_2} t_j \right\}.$$

В [1] показано, что это длина оптимального расписания.

Алгоритм B работает так, что каждый раз при выполнении шагов 8.в) и 9.в) на второй прибор назначается требование с наибольшим значением q_j из всех требований, которые могут быть назначены без нарушения ресурсного ограничения.

Если на втором приборе нет простоев, то понятно, что длина оптимального расписания равна $\sum_{j=n_1+1}^{n_1+n_2} t_j$.

Пусть на втором приборе имеются простои и \tilde{t} — наиболее ранний момент времени такой, что $s_2(t) = 0$ для всех $\tilde{t} < t \leq \tilde{t} + \epsilon$, где $\epsilon > 0$ — достаточно малое. Так как каждый раз на второй прибор назначается требование с наибольшим значением q_j среди всех требований, которые могут быть назначены без нарушения ресурсного ограничения, то ни одно требование из множества N_2 , обслуженное после момента времени $\tilde{t} + \epsilon$, не может быть назначено в интервале $(\tilde{t}, \tilde{t} + \epsilon]$. Переназначение требований из множества N_2 , обслуженных ранее интервала времени $(\tilde{t}, \tilde{t} + \epsilon]$, не уменьшит простои на втором приборе. Следовательно, алгоритм минимизирует простои второго прибора, поэтому в данном случае длина построенного расписания будет равна Θ .

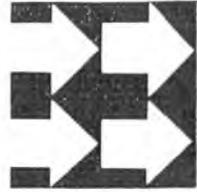
Итак, алгоритм строит оптимальное по быстродействию расписание, минимизирующее некоторую функцию штрафа для задачи A , поставленной для требований из множества N_1 .

Отметим, что трудоемкость алгоритма B не превосходит $O(n_2 \log n_2 + n_1 n_2 + f(A))$, где $f(A)$ — трудоемкость алгоритма A .

Список литературы

1. Булгак А. С., Вайнштейн А. Д. // Электронная техника. Сер. 9: Экономика и системы управления. 1985. Вып. 2(55). С. 36.
2. Танаев В. С., Гордон В. С., Шафранский Я. М. Теория расписаний. Одностадийные системы. М., 1984.

Поступила в редакцию 12.10.87.



УДК 577.3.04

Т. Е. ЗОРИНА, М. В. САРЖЕВСКАЯ, С. Н. ЧЕРЕНКЕВИЧ

ИЗМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭРИТРОЦИТОВ ПРИ ФОТОСЕНСИБИЛИЗИРОВАННОМ ГЕМОЛИЗЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Механизмы комбинированного действия производных порфирина и лазерного излучения на биологические системы интенсивно исследуются в связи с возможным применением сенсibilизаторов в фототерапии раковых заболеваний. Поскольку клеточные мембраны выступают в качестве одной из основных мишеней повреждающего действия света на клетки и ткани в присутствии порфиринов [1, 2], фотодинамическая активность этих соединений в значительной мере может определяться природой их взаимодействия с клеточными мембранами.

В данной работе проведено сравнительное исследование гемолитической активности производных порфирина — тетракарбоксофенилпорфина (ТКФП), гематопорфирина (ГП) и хлоринов — хлорина e_6 (Хл e_6), диметилового эфира хлорина e_6 (ДМЭХл e_6) и этилендиамида хлорина e_6 (ЭДАХл e_6) при облучении суспензии эритроцитов светом гелий-неонового лазера с учетом особенностей их взаимодействия с мембранными структурами и белком.

Гемолиз эритроцитов исследовали (при 37 °С) методом малоуглового светорассеяния с помощью лазерного нефелометра [3] при непрерывном облучении светом гелий-неонового лазера ЛГ-75 ($\lambda = 633$ нм, $W = 30$ мВт); концентрации пигментов в суспензии подбирали таким образом, чтобы поглощение при 633 нм в кювете толщиной 1 см было равным 0,025. Эритроциты крови практически здоровых доноров трижды отмывали (центрифугирование при 800 g в течение 5 мин) и ресуспендировали в фосфатном буфере (137 мМ NaCl, 2,7 мМ KCl, 8,1 мМ Na₂HPO₄, 1,5 мМ KH₂PO₄). Количество эритроцитов в образцах составляло $2 \cdot 10^9$ в 1 мл.

Число мест связывания пигментов с липосомальными мембранами и белком определяли из зависимостей Скэтчарда методом [4]. Значения степени поляризации флуоресценции производных порфирина и хлоринов определяли на приборе SLM-4800 (США). Липосомы получали озвучиванием диспергированного в фосфатном буфере лецитина (10 мг/мл) в течение 3 мин в атмосфере азота с помощью ультразвукового диспергатора УЗДМ-2Т (22 кГц). Концентрация лецитина в образцах составляла $4 \cdot 10^{-4}$ М.

Хл e_6 , ДМЭХл e_6 , ЭДАХл e_6 и ТКФП синтезированы в ИФ АН БССР, ГП — в Московском институте тонкой химической технологии. В работе использован сывороточный альбумин (БСА) фирмы Serva без дополнительной очистки и яичный лецитин производства Харьковского завода бактериальных препаратов. Остальные реактивы отечественного производства квалификации не ниже «хч».

Облучение эритроцитов светом гелий-неонового лазера в присутствии пигментов ведет к нарушению структуры клеток, сопровождающемуся изменением параметров малоуглового светорассеяния. Процесс фотогомолиза включает несколько стадий: лаг периода, набухания, сферического состояния и лизиса клеток. Набухание клеток является следствием нарушения ионной проницаемости эритроцитарных мембран. Длительность временных интервалов прохождения эритроцитами отдельных стадий гемолиза зависит от условий облучения, концентрации порфиринов в эритроцитарной суспензии, числа клеток, температуры, физико-химических характеристик среды. Зависимость параметров гемолиза от времени облучения и от концентрации пигментов описывается степенной функцией.

Исследование кинетики фотосенсибилизированного гемолиза позволило сравнить гемолитическую активность пигментов. Количественной характеристикой фотогомолитической активности ТКФП, ГП, Хл e_6 , ЭДАХл e_6 , ДМЭХл e_6 являлось время, в течение которого происходит лизис 50 % общего числа клеток в суспензии (T_{50}) (см. таблицу). Установлено, что по эффективности фотосенсибилизации гемолиза пигменты располагаются в ряду: этилендиамид хлорина e_6 , димстиловый эфир хлорина e_6 > хлорин e_6 > гематопорфирин > тетракарбокисфенилпорфин. Среди исследованных пигментов наибольшую фотогомолитическую эффективность проявляют вещества, характеризующиеся большим числом мест связывания с компонентами мембран. Так, ДМЭХл e_6 характеризуется наибольшим числом мест связывания молекул пигмента в составе липосом, а по числу мест связывания с белком выделяется ЭДАХл e_6 (см. таблицу).

Значения времени 50% гемолиза эритроцитов и чисел мест связывания сенсibilизаторов с липосомальными мембранами и белком

Пигмент	Хл e_6	ЭДАХл e_6	ДМЭХл e_6	ГП	ТКФП
T_{50} ($\lambda = 633$ нм), мин	42	12	17	48	84
Число мест связывания					
с липосомами	$2,1 \cdot 10^{-6}$	$2,4 \cdot 10^{-6}$	$6,1 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$4,2 \cdot 10^{-7}$
с белком	$3,2 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \cdot 10^{-6}$	$2,1 \cdot 10^{-6}$

Наши данные подтверждают предположение о том, что фотодинамический эффект в клеточных системах обусловлен связанным с клеточными мембранами сенсibilизатором, сделанное на основании спектров действия [5]. Различия в сорбции производных порфирина могут быть связаны с неодинаковым зарядом молекул сенсibilизаторов [6], а также с их гидрофобностью [7]. Замена карбоксильных групп в молекуле Хл e_6 на аминную (для ЭДАХл e_6) и метильные группы (для ДМЭХл e_6) меняет заряд пигментов, их растворимость, а следовательно, и сродство к компонентам клеточной мембраны.

Таким образом, фотодинамическое действие веществ, сенсibilизирующих деструкцию опухолевых тканей, определяется условиями светового воздействия, спектральными свойствами пигментов, характеристиками связывания и природой мест локализации пигментов в клетке.

Параметры фотосенсибилизированного гемолиза эритроцитов могут быть использованы для оценки эффективности деструктивного действия различных производных порфирина.

Авторы благодарны доктору физико-математических наук А. П. Лосеву и доктору химических наук А. Ф. Миронову за любезно предоставленные препараты ТКФП и ГП.

Список литературы

1. Dubertret L., Santus R., Bazin M., Saemelo M. T. // Photochem. Photobiol. 1982. V. 35. P. 103.
2. Черницкий Е. А., Воробей А. В. // Успехи современ. биол. 1986. Т. 101. Вып. 1. С. 100.
3. Татариннов Б. Н., Цвирко В. А., Черенкевич С. Н., Комяк А. И. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1980. № 1. С. 30.
4. Chein J., Weber G. // Biochem. et Biophys. Res. Commun. 1973. V. 56. № 2. P. 538.
5. Moan J., Sommer S. // Photochem. Photobiol. 1984. V. 40. № 5. P. 631.
6. Spikes J. D., Matis W., Rodgers M. A. J. // Studia biophys. 1983. V. 94. P. 19.
7. Moan J., Mc. Chie J. B., Christensen T. // Photobiochem. Photobiophys. 1982. V. 4. P. 337.

Поступила в редакцию 17.02.87.

УДК 548.5:669.76

В. Г. ШЕПЕЛЕВИЧ, Ф. ШАКЕР ХАШЕМ

СТРУКТУРА И ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ФОЛЬГ ВИСМУТА И СПЛАВОВ ВИСМУТ-СУРЬМА

Литые поликристаллы и монокристаллы сплавов висмут-сурьма, используемые в качестве термоэлектрических материалов, характеризуются неравномерным распределением компонентов, которое ухудшает их свойства и технические параметры [1, 2]. В последние двадцать лет успешно развиваются методы получения фольг многих материалов скоростным охлаждением из жидкой фазы, которые приводят к более равномерному распределению компонентов. Несомненный интерес поэтому представляет исследование структуры и электрофизических свойств фольг сплавов висмут-сурьма, полученных скоростным охлаждением из жидкой фазы.

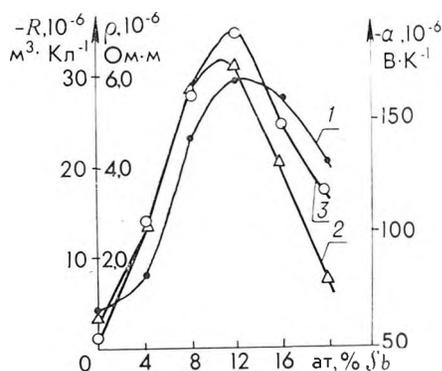
Скоростная закалка сплавов висмут-сурьма, содержащих до 20 ат. % Sb, проводилась выбрасыванием небольшой капли расплава на отполированную внутреннюю поверхность вращающегося медного цилиндра. Линейная скорость цилиндрической поверхности составляла около 70 м/с. Скорость охлаждения, как показал расчет, достигала 10^6 К/с [3].

Металлографический анализ проводился с помощью микроскопа ММУ-3. Рентгеноструктурные исследования выполнялись на установке ДРОН-3 в медном излучении. Текстура изучалась с помощью «обратных» полюсных фигур, при этом расчет полюсных плотностей дифракционных линий $\{10\bar{1}2\}$, $\{10\bar{1}4\}$, $\{10\bar{1}5\}$, $\{10\bar{1}7\}$, $\{2025\}$, $\{21\bar{3}0\}$, $\{1235\}$, $\{2022\}$ и (0009) проводился по методу Харриса [4]. Микрорентгеновские исследования выполнялись на установке РЭММА-200. Измерения удельного электросопротивления ρ , магнетосопротивления β , коэффициента Холла R и дифференциальной термо-ЭДС α проводились компенсационным методом в интервале 77—300 К.

Фольги висмута и сплавов висмут-сурьма, полученные скоростным охлаждением из жидкого состояния, поликристаллические толщиной 20—60 мкм. Размер зерен сравним с их толщиной. При этом большинство зерен ограничено внешними поверхностями фольг. Микроанализ показал, что сурьма в исследуемых материалах распределена равномерно.

Изготовление фольги висмута и сплавов висмут-сурьма характеризуется четкой текстурой $\{10\bar{1}2\}$, т. е. большинство кристаллитов ориентируется так, что их плоскость $\{10\bar{1}2\}$ параллельна внешней поверхности. Легирование висмута сурьмой усиливает текстуру. Максимальная величина полюсной плотности дифракционной линии $\{10\bar{1}2\}$ наблюдается в сплаве Bi-16 ат. % Sb и достигает 8,6. Полюсные плотности других дифракционных линий исследуемых сплавов не превышают единицы.

Формирование текстуры $\{10\bar{1}2\}$ при кристаллизации фольг висмута и сплавов висмут-сурьма связано с зарождением и ростом кристаллитов. Кристаллографические плоскости $(\bar{1}012)$, $(01\bar{1}2)$ и $(1\bar{1}02)$ характеризуются самой высокой ретикулярной плотностью атомов, равной $1,93/a^2$ ($a=0,455$ нм — постоянная решетки висмута в гексагональной установке). Зародыши твердой фазы поэтому ориентируются указанными плоскостями параллельно поверхности вращающегося цилиндра. Каждый атом висмута в кристаллической решетке связан с тремя другими атомами ковалентными связями, образующими угол $95^{\circ}30'$ [5]. При этом две ковалентные связи каждого атома находятся в плоскостях $(01\bar{1}2)$, $(\bar{1}012)$ и $(1\bar{1}02)$, а третья связывает два атома, расположенные в соседних плоскостях того же типа. Такая ориентация ковалентных связей способствует быстрому росту образовавшихся зародышей твердой фазы и сохранению текстуры.



Зависимости ρ (1) и R (2), измеренных при 77 К, и α (3), измеренной при 100 К, от концентрации сурьмы

Зависимости удельного электросопротивления, коэффициента Холла, измеренные при 77 К, и дифференциальной термо-ЭДС, измеренной при 100 К, от концентрации сурьмы c в фольгах исследуемых сплавов представлены на рисунке. Экстремальные значения электрических величин наблюдаются для сплава Bi-12 ат. % Sb. При комнатной температуре зависимости $R(c)$ и $\alpha(c)$ имеют экстремум при $c = 12$ ат. % Sb, а $\rho(c)$ монотонно увеличивается с повышением концентрации сурьмы. Наблюдаемые зависимости $\rho(c)$, $R(c)$ и $\alpha(c)$ для

фольг исследуемых сплавов объясняются тем, что с увеличением концентрации сурьмы концентрация носителей тока вначале уменьшается, а затем возрастает, как показал расчет по двухзонной изотропной модели, применяемой для системы Bi-Sb [6]. Аналогичный характер изменения концентрации носителей тока от состава наблюдается и для монокристаллов [7].

Проведено сравнение кинетических коэффициентов фольг, полученных скоростным охлаждением из жидкой фазы, и монокристаллов [7, 8]. Удельное электросопротивление фольг сплавов превосходит компоненты тензора удельного электросопротивления монокристаллов при 77 К, что объясняется значительным рассеянием носителей тока на границах зерен, поскольку средняя длина свободного пробега электронов при низких температурах составляет несколько десятков микрон [9], т. е. сравнима с размерами зерен. При температурах, близких к комнатной, удельное электросопротивление фольг и монокристаллов различается незначительно, т. е. основным механизмом рассеяния носителей тока в этой области температур является рассеяние на акустических колебаниях [10].

Образование текстуры типа $\{10\bar{1}2\}$ в фольгах приводит к тому, что их коэффициент Холла R принимает промежуточное значение между компонентами R_{11} и R_{33} тензора коэффициента Холла монокристаллов при всех температурах [7, 8]. По этой же причине дифференциальная термо-ЭДС фольг висмута α принимает промежуточное значение между компонентами α_{11} и α_{33} тензора дифференциальной термо-ЭДС, для которых справедливо соотношение $\alpha_{33} \approx 2\alpha_{11}$ [11]. В сплавах висмут-сурьма коэффициент анизотропии термо-ЭДС α_{33}/α_{11} близок к единице [12], поэтому текстура не оказывает существенного влияния на дифференциальную термо-ЭДС фольг сплавов висмут-сурьма. Вместе с тем сравнение показывает, что абсолютная величина дифференциальной термо-ЭДС фольг выше, чем монокристаллов. Можно предположить, что такое различие

обусловлено неравномерным распределением сурьмы в монокристаллах, при выращивании которых могут образовываться дендриты, понижающие абсолютную величину дифференциальной термо-ЭДС [1, 13].

Список литературы

1. Налетов В. Л., Иванов Г. А., Яковлев Г. А., Николаев В. И. // Изв. АН СССР. Неорган. материалы. 1971. Т. 7. С. 1321.
2. Прокошин В. И., Шепелевич В. Г., Бари А. // Докл. АН БССР. 1986. Т. 30. С. 61.
3. Мирошниченко И. С. Закалка из жидкого состояния. М., 1982.
4. Вассерман Г., Гревен И. Текстуры металлических материалов. М., 1969.
5. Кребс Г. Основы кристаллохимии неорганических соединений. М., 1971.
6. Тапита S. J. // Phys. Soc. Jap. 1961. V. 16. P. 2349.
7. Иванов Г. А., Попов А. М. // ФТТ. 1963. Т. 5. С. 2409.
8. Левицкий Ю. Т., Иванов Г. А. // ФММ. 1969. Т. 28. С. 804.
9. Абросимов В. М., Крыкин М. А. // Радиотехника и электроника. 1975. № 6. С. 1238.
10. Прокошин В. И., Шепелевич В. Г. // Докл. АН БССР. 1981. Т. 25. С. 609.
11. Gallo G. F., Chandrasekhar B. S., Sutter P. H. // Journ. of Appl. Phys. 1963. V. 34. P. 144.
12. Грабов В. М., Иванов Г. А., Понарядов В. С. // ФТТ. Т. 12. С. 267.
13. Шепелевич В. Г. // Изв. АН СССР. Неорган. материалы. 1986. Т. 22. С. 378.

Поступила в редакцию 10.02.87.

УДК 539.3

И. А. ПРУСОВ, Ю. В. ВАСИЛЕВИЧ, Г. В. КУДИНОВА

О ЗАВИСИМОСТИ ПОСТОЯННЫХ УПРУГОСТИ ТРЕХМЕРНОГО ОРТОТРОПНОГО ТЕЛА

Пусть a_{ij} ($a_{ij}=a_{ji}$) — коэффициенты упругости ортотропного тела [1], главные направления упругости которого параллельны осям декартовых координат x, y, z ; компоненты деформаций — малые величины; зависимость между компонентами тензора напряжений и деформаций линейная. Всякая попытка построения общих формул для компонентов напряжений и перемещений, удовлетворяющих уравнениям равновесия и закону Гука, неизбежно приводит к тому, чтобы коэффициенты a_{ij} удовлетворяли по меньшей мере трем сложным алгебраическим уравнениям. Для общего напряженного состояния тела и кручения при различных положениях тела относительно выбранной системы координат коэффициенты a_{ij} должны удовлетворять двенадцати уравнениям. Все их можно рассматривать как ограничения, налагаемые на a_{ij} .

В классической теории упругости считается, что все девять коэффициентов a_{ij} ортотропного тела являются независимыми величинами и что все они, в том числе и модули сдвига

$$G_{12}=1/a_{66}, \quad G_{13}=1/a_{55}, \quad G_{23}=1/a_{44}, \quad (1)$$

подлежат определению только экспериментальным путем [1, 2].

В данной статье в качестве постулата принимается, что модули сдвига G_{ij} зависят от остальных коэффициентов a_{ij} и на основании анализа результатов работы [3] доказывается, что G_{ij} определяются выражениями (1), (4), (5). При этом все указанные выше уравнения, которым должны удовлетворять коэффициенты a_{ij} , обращаются в тождества и, следовательно, никаких ограничений на коэффициенты a_{ij} не представляют.

Как показано в статье [3], для существования полученных в ней общих формул необходимо, чтобы коэффициенты упругости удовлетворяли шести соотношениям:

$$n_1 - n_8 = \beta_{45}, \quad n_2 - 1 = n_8 \beta_{54}, \quad m_1 - m_8 = \beta_{56}, \quad m_2 - 1 = m_8 \beta_{65}, \quad l_1 - l_6 = \beta_{64}, \\ l_2 - 1 = l_8 \beta_{46}, \quad (2)$$

где $n_k, m_k, l_k, \beta_{kt}$ — параметры, зависящие от a_{ij} .

Так как $a_{ij} = a_{ji}$, то из (2) следуют три независимые уравнения для нахождения модулей сдвига G_{ij} . Одно из них имеет вид

$$a_{44}^2 [a_{11}a_{22} - a_{12}(a_{12} + a_{66})] - a_{66}^2 [a_{22}a_{33} - a_{23}(a_{23} + a_{44})] = 0; \quad (3)$$

остальные два уравнения получим из (3) путем циклической замены индексов у a_{ij} .

Из представления общих формул для компонентов напряжений и перемещений следуют соотношения, описывающие плоскую деформацию. В каждом из трех частных случаев плоской деформации для изотропного тела получаем известную зависимость между модулем сдвига, модулем Юнга и коэффициентом Пуассона. Это обстоятельство является основанием утверждения, что и для ортотропного тела должна существовать зависимость модулей сдвига от остальных упругих постоянных и эта зависимость определяется из уравнений (3). Для ее нахождения поступим следующим образом.

В предельном случае, когда a_{ij} превращаются в упругие постоянные трансверсально-изотропного тела с зависимостями: $a_{11} = a_{22}$, $a_{44} = a_{55}$, $a_{66} = 2(a_{11} - a_{12})$, $a_{13} = a_{23}$, из системы (3) имеем

$$a_{55} = 2(\sqrt{a_{11}a_{33}} - a_{13}). \quad (4)$$

Совмещая (поочередно дважды) с осями координат x , y , z другие главные направления упругости тела, на основании (4) получим

$$a_{66} = 2(\sqrt{a_{11}a_{22}} - a_{12}), \quad a_{44} = 2(\sqrt{a_{22}a_{33}} - a_{23}). \quad (5)$$

Подставив (4), (5) в (3), легко убедиться, что выражения a_{44} , a_{55} , a_{66} являются решением системы. Следовательно, с учетом (4), (5) уравнения (3), а значит, и (2) не являются ограничениями на a_{ij} , и их следует рассматривать как тождества, которым удовлетворяют упругие постоянные. Путем расчетов на ЭВМ для самых различных произвольно заданных a_{ij} доказано, что уравнения (3) относительно неизвестных a_{44} , a_{55} , a_{66} имеют решение в форме (4), (5), и что это решение единственное. При этом соотношения (4), (5) обращают в тождества все ограничения на коэффициенты a_{ij} , приведенные в работе [3]. Сопоставление значений G_{ij} для различных ортотропных материалов, взятых из ряда литературных источников и полученных по формулам (4), (5), свидетельствует о совпадении одних и различии других. Несовпадение результатов объясняется главным образом большими погрешностями экспериментальных методов.

На основании изложенного материала сделаем следующие выводы.

1. Исходя из предложенного представления общих формул теории упругости трехмерного ортотропного тела [3] доказано, что между модулями сдвига и остальными коэффициентами упругости существует зависимость, определяемая соотношениями (1), (4), (5) или в других обозначениях

$$G_{ij} = 0,5 E_i [(E_i/E_j)^{0,5} + \nu_{ij}]^{-1}, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i \neq j. \quad (6)$$

2. Для ортотропного тела существуют не девять, а шесть независимых упругих постоянных (три модуля Юнга E_i и три коэффициента Пуассона ν_{ij}).

3. Формулы (6) справедливы для ортотропных тел, у которых модули Юнга принимают одни и те же значения при растяжении и сжатии.

Для разномодульного ортотропного материала с различными коэффициентами упругости на растяжение и сжатие модули сдвига G_{ij}^+ и G_{ij}^- в областях всестороннего растяжения и всестороннего сжатия являются различными величинами, значения которых также можно найти по формуле (6), зная коэффициенты упругости a_{ij} для растяжения и сжатия.

4. Модули сдвига трансверсально-изотропного тела в плоскостях, перпендикулярных к плоскости изотропии, и модули сдвига ортотропного тела в соответствующих плоскостях определяются по одинаковым формулам.

Список литературы

1. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М., 1977.
2. Федоров Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах. М., 1965.
3. Прусов И. А., Василевич Ю. В. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, Физ. Мат. Мех. 1981. № 3. С. 39.

Поступила в редакцию 29.06.87.

УДК 517.977

В. И. БУЛАТОВ

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ, НЕ РАЗРЕШЕННЫХ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОДНОЙ

Рассмотрим стационарную систему

$$A_0 \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

с начальным условием

$$x(0) = x_0. \quad (2)$$

Здесь $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u(t) \in \mathbf{R}^r$, $t \in [0, +\infty[$; x_0 — постоянный n -вектор; A_0 , A , B — матрицы соответствующих размеров.

Определение. Начальное условие (2) системы (1) назовем управляемым, если существуют моменты времени $t_0 \in]0, +\infty[$ и достаточно гладкие вектор-функции $x(t)$ и $u(t)$, $t \in [0, t_0]$, удовлетворяющие (1) — (2) и соотношению $x(t_0) = 0$. Систему (1) будем называть полностью управляемой, если каждое ее начальное условие (2) управляемо.

Имеет место следующая

Теорема. Система (1) полностью управляема тогда и только тогда, когда полностью управляема система

$$A\dot{x}(t) = A_0(t) + Bu(t). \quad (3)$$

Отметим основные моменты в доказательстве этой теоремы. Из результатов работ [1, 2] следует, что система (1) полностью управляема тогда и только тогда, когда для любого комплексного числа λ выполняются соотношения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rank} [\lambda A_0 - A; B] = \text{rank} [A_0; A; B], \\ \text{rank} [A_0; A; B] = \text{rank} [A_0; B]. \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rank} [A_0; A; B] = \text{rank} [A_0; B]. \end{array} \right. \quad (5)$$

Полагая в (4) первоначально $\lambda = 0$, получаем $\text{rank} [-A; B] = \text{rank} [A_0; A; B]$, что равносильно [3] условию $\text{rank} [A; A_0; B] = \text{rank} [A; B]$. Далее, для каждого $\lambda \neq 0$ заменяя в (4) число λ на $\frac{1}{\lambda}$, после очевидных преобразований получаем [3] равенство $\text{rank} [\lambda A - A_0, B] = \text{rank} [A; A_0; B]$. Легко видеть, что в силу условия (5) последнее соотношение выполняется и для $\lambda = 0$. Таким образом, из (4) — (5) следуют равенства:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rank} [\lambda A - A_0; B] = \text{rank} [A; A_0; B], \\ \text{rank} [A; A_0; B] = \text{rank} [A; B], \end{array} \right.$$

являющиеся [2] критерием полной управляемости системы (3). Значит, из полной управляемости системы (1) следует полная управляемость системы (3). Аналогично показывается, что из полной управляемости системы (3) следует полная управляемость системы (1).

З а м е ч а н и е. Если условиться в дальнейшем систему (3) называть симметричной системой (1), то утверждение установленной выше теоремы удобней назвать принципом симметрии в управляемости линейных систем, не разрешенных относительно производной. На основании этого принципа можно в ряде случаев получить параметрические условия полной управляемости некоторых классов систем вида (1). Например, из принципа симметрии сразу следует, что n -мерная система $A_0 \dot{x}(t) = x(t) +$

$+Bu(t)$ полностью управляема тогда и только тогда, когда полностью управляема симметричная ей система $\dot{x}(t) = A_0x(t) + Bu(t)$, т. е. когда [4] $\text{rang} [B; A_0B; \dots; A_0^{n-1}B] = n$.

В заключение отметим, что принцип симметрии в управляемости линейных систем, не разрешенных относительно производной, справедлив также и для управляемости заданных начальных условий этих систем, а именно: начальное условие (2) системы (1) управляемо тогда и только тогда, когда оно управляемо для симметричной системы (3).

Список литературы

1. Булатов В. И. О существовании решений линейных систем управления, не разрешенных относительно производной: Тез. докл. междунар. конференц. по матем. методам и исследованию операций. София, 1983. С. 11.
2. Булатов В. И. К управляемости систем с запаздыванием, не разрешенных относительно производной: Тез. докл. V Всесоюз. совещ. по управлению многосвязными системами. Тбилиси, 1984. С. 78.
3. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М., 1967.
4. Габасов Р., Кириллова Ф. Качественная теория оптимальных процессов. М., 1971. С. 43.

Поступила в редакцию 02.09.87.

УДК 519.21

В. П. КУРЕНОК

КЛАССИФИКАЦИЯ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ФАКТОРИЗОВАННОЙ ДИФФУЗИЕЙ

1. Пусть задано стохастическое дифференциальное уравнение

$$dX_t = \alpha_1(t) \alpha_2(X_t) dW_t, X_0 = x \in R, t \geq 0, \quad (1)$$

где α_1 и α_2 — измеримые функции и W — винеровский процесс. В данной работе докажем теорему существования решения уравнения (1), а также классифицируем решения по аналогии с той классификацией, которая дана в работе [1] для однородного случая уравнения (1). Основные результаты из [1] для однородного уравнения ($\alpha_1 \equiv 1$) непосредственно переносятся на более общий случай диффузии вида $\alpha_1(t) \cdot \alpha_2(x)$, а их доказательство проводится аналогично доказательству соответствующих предположений в [1].

Основные обозначения и понятия, встречающиеся далее, приведены в [1].

2. Теорема 1. Пусть функции α_1 и α_2 такие, что

$$1) \alpha_2^{-2} \in L^{\text{loc}},$$

$$2) \alpha_1^2 \in L^{\text{loc}}_+, \int_0^\infty \alpha_1^2(s) ds = \infty \text{ и } \alpha_1^2 > 0 \text{ Лебег п. в.}$$

Тогда уравнение (1) имеет решение.

Доказательство. Пусть W' является винеровским на вероятностном пространстве (Ω', F', P') и рассмотрим уравнение

$$\varphi_t = \int_0^t \alpha_1^{-2}(\varphi_s) \cdot \alpha_2^{-2}(W'_s + x) ds, t \geq 0. \quad (2)$$

Для доказательства существования решения уравнения (1) достаточно тогда доказать ([2]. Гл. 4. § 4), что существует решение уравнения (2), являющееся $F^{W'}$ -согласованным процессом замены времени.

Положим $\varphi'_t = D^{-1} \left(\int_0^t \alpha_2^{-2}(W'_s + x) ds \right)$, где

$$D(t) = \int_0^t \alpha_1^2(s) ds, \quad t \geq 0. \quad (3)$$

Из (3) и условий теоремы следует, что процесс (φ_t') является F^{W^*} -согласованным процессом замены времени и, кроме того, $\int_0^{\varphi_t'} \alpha_1^2(s) ds = \int_0^t \alpha_2^{-2}(W_s' + x) ds, t \geq 0$. Отсюда следует, что $\varphi_t' = \int_0^t \alpha_1^{-2}(\varphi_s') \alpha_2^{-2}(W_s' + x) ds, t \geq 0$.

Предположим далее, что множество $N = \{x \in R: \alpha_2(x) = 0\}$ не пусто. Из условий теоремы следует, что N является тогда множеством нулевой лебеговской меры.

Пусть (X, F) является решением уравнения (1) на вероятностном пространстве (Ω, F, P) .

Определение 1. Возрастающий, F -согласованный и непрерывный справа процесс (V_t) , принимающий значения в $[0, \infty]$, называется (X, F) -задержкой, если имеет место соотношение $V_t = \int_0^t I_N(X_s) dV_s, t \geq 0$ P п. в.

Мы говорим далее, что процесс (Y, G) получается (X, F) при задержке V , если $Y_t = X_{T_t}$ и $G_t = F_{T_t}, t \geq 0$, где процесс (T_t) является обратным к процессу $A_t = D^{-1}(D(t) + V_t), t \geq 0$, т. е. $T_t = \inf\{s \geq 0: A_s > t\}$.

Примеры (X, F) -задержки могут быть получены аналогично примерам из [1]. Разд. 3).

Определение 2. Решение (X, F) называется фундаментальным решением, если $M\left(\int_0^\infty I_N(X_s) ds\right) = 0$, или, по-другому, $\alpha_1^2(t) \cdot \alpha_2^2(X_t(\omega)) > 0$ $l \times P$ п. в.

По аналогии с теоремами (3.2), (4.3), (5.4) и леммой (4.4) в [1] имеют место следующие предложения.

Теорема 2. Пусть (X, F) — решение уравнения (1) и $\alpha_1^2(t) \cdot \alpha_2^2(x) > 0$ для всех $(t, x) \in R_+ \times R$. Тогда решение (X, F) является слабо единственным.

Теорема 3. Процесс (Y, G) , полученный из решения (X, F) при задержке V , является также решением уравнения (1).

Теорема 4. а) Любому винеровскому процессу (W^*, H) соответствует фундаментальное решение (X, F) с $X_t = W_{B_t}^*, F_t = \mathcal{F}_{B_t}, t \geq 0$, где процесс (B_t) является обратным к процессу $C_t = D^{-1}\left(\int_0^t \alpha_2^{-2}(W_s^*) ds\right), t \geq 0$.

б) Фундаментальное решение является слабо единственным.

Лемма. Процесс (T_t) имеет вид

$$T_t = D^{-1}\left(\int_0^t \alpha_1^2(T_s) I_N(Y_s) dT_s + \int_0^t \alpha_1^2(s) I_{N^c}(Y_s) ds\right), \quad t \geq 0.$$

Наконец имеет место основная

Теорема 5. Для любого решения (Y, G) уравнения (1) на вероятностном пространстве (Ω, F, P) существует фундаментальное решение (X, F) , определенное на стандартном расширении $(\bar{\Omega}, \bar{F}, \bar{P})$ пространства (Ω, F, P) , (X, F) -задержка V и поток σ -алгебр G' с $G_t \subseteq \bar{G}_t \subseteq G_\infty$, что (Y, G') получается из (X, F) при задержке V .

Доказательство проводится аналогично доказательству теоремы (5.5) из [1], если мы определим непрерывный, возрастающий процесс (T_t)

как $T_t = D^{-1} \left(\int_0^t \alpha_1^2(s) I_N(Y_s) ds \right)$, $t \geq 0$, и в лемме (5.7) ([1]) соответственно положим $V_t = \int_0^t \alpha_1^2(A_s) I_N(X_s) dA_s$, $t \geq 0$.

Список литературы

1. Engelbert H.-J., Schmidt W. // Z. Wahrsch. Verw. Geb. 1985. Bd. 68. S. 287.
2. Ватанабэ С., Икэда Н. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы. М., 1986.

Поступила в редакцию 08.10.87.

УДК 517.948

В. В. КАШЕВСКИЙ

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОДНОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА

В статье Мельника [1] для интеграла

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(\tau) d\tau}{(\tau-z) \ln(\tau-z)}, \quad (1)$$

где L — замкнутый контур на плоскости, получены аналоги формул Сохоцкого:

$$\begin{cases} \Phi^+(t) = \varphi(t) (\delta(t) + \omega(t) + \Phi(t)), & t \in L, \\ \Phi^-(t) = \varphi(t) \delta(t) - \Phi(t), & t \in L. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $\Phi(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(\tau) d\tau}{(\tau-t) \ln(\tau-t)}$, $\delta(t) = \begin{cases} 1, & t \in L_1, \\ 0, & t \in L_2, \end{cases}$ $\omega(t) = \frac{1}{2\pi i} \times \ln \left(1 + \frac{2\pi i}{\ln(t_0-t)} \right)$, где $L = L_1 \cup L_2$, а L_1 — часть контура L , которая находится внутри контура S , полученного из L сдвигом на -1 . При доказательстве формул (2) рассматривалась функция

$$M(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(\tau) - \varphi(t)}{(\tau-z) \ln(\tau-z)} d\tau.$$

В [1] утверждалось, что $M(z)$ непрерывно продолжима через L в точке $z=t$. При этом указывалось, что доказательство этого факта будет аналогично доказательству непрерывности функции $\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(\tau) - \varphi(t)}{\tau-t} d\tau$, которое изложено в монографии Гахова [2]. Оказывается, что функция $M(z)$ не будет, вообще говоря, непрерывной при переходе через контур L , формулы (2) и их доказательство нуждается в изменении. Исправленные формулы (2) будут иметь вид

$$\begin{cases} \Phi^+(t) = \varphi(t) (\delta(t) + \omega(t) + \Phi(t)), \\ \Phi^-(t) = \varphi(t) \delta(t) + \Phi(t) + \int_t^{t_0} \frac{\varphi(\tau) - \varphi(t)}{\ln(\tau-t) (\ln(\tau-t) - 2\pi i)} \cdot \frac{d\tau}{(\tau-t)}, \end{cases} \quad (3)$$

где t_0 — точка разрыва ветви $\ln(\tau-t)$ на L , а интеграл в формуле (3) берется по кривой L от t до t_0 при ориентации L против часовой стрелки.

Список литературы

1. Мельник И. М. Исследования по современным проблемам теории функций комплексного переменного. М., 1961. С. 232.
2. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., 1977.

Поступила в редакцию 23.01.88.

ЗАМЕЧАНИЕ О ТОПОЛОГИЧЕСКОМ СТРОЕНИИ ОБОБЩЕННЫХ СИММЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ

Задача алгебраической классификации обобщенных симметрических пространств (фактически автоморфизмов алгебр Ли) рассматривалась многими авторами [1—4]. В то же время информации о топологическом строении таких пространств, за исключением разрозненных замечаний в [1, 5, 6], явно недостаточно. В настоящей заметке получен первый результат в этом направлении.

Теорема. Любое односвязное обобщенное риманово симметрическое пространство (о. р. с. п.) $(M, g, \{s_x\})$ гомеоморфно тотальному пространству расслоения (P, N, π) . База N этого расслоения гомеоморфна произведению $N \approx N_1 \times \dots \times N_r$, где каждое N_i есть либо однородное факторпространство $G_i/G_i^{\Phi_i}$ простой односвязной группы Ли G_i по подгруппе $G_i^{\Phi_i}$ неподвижных точек периодического автоморфизма Φ_i , либо простая односвязная группа Ли G_i . Слои $\pi^{-1}(x)$ расслоения (P, N, π) представляют собой обобщенные симметрические пространства разрешимого типа.

Доказательство. По теореме А. Дэйке [2. С. 19 и 21], если (M, g) допускает регулярную s -структуру $\{s_x, x \in M\}$, то (M, g) допускает и регулярную s -структуру $\{s'_x, x \in M\}$ конечного порядка, поэтому при изучении топологии $(M, g, \{s_x\})$ мы всегда можем ограничиться периодическим о. р. с. п. Поскольку M односвязно, то M изоморфно как дифференцируемое s -многообразие «каноническому» s -многообразию G/G^Φ , где G — некоторая односвязная группа Ли, Φ — ее периодический автоморфизм, а s -структура определена стандартно (это легко выводится из результатов [3]).

Пусть R — радикал группы G . Факторгруппа $G_1 = G/R$ полупроста и односвязна. Пусть $\tilde{\Phi}$ — автоморфизм G_1 , индуцированный Φ . Тогда $(G_1, \tilde{G}_1^{\tilde{\Phi}}, \tilde{\Phi})$ и $(G_1, G^\Phi/G^\Phi \cap R, \tilde{\Phi})$ — Φ -пространства, связанные с одной и той же локальной тройкой $(\tilde{g}/\tilde{r}, \tilde{h}/\tilde{r} \cap \tilde{h}, \tilde{\varphi})$ (здесь $\tilde{g}, \tilde{h}, \tilde{r}$ — алгебры Ли соответственно $G, G^\Phi, R, \tilde{\varphi} = d\tilde{\Phi}_e$). $\tilde{G}_1^{\tilde{\Phi}}$ связно по теореме Ботта — Рашиевского [7], $G^\Phi/G^\Phi \cap R$ связно (по той же причине). Тогда $\tilde{G}_1^{\tilde{\Phi}} = G^\Phi/G^\Phi \cap R$. Проводя теперь дословно доказательство О. Ковальского [2. С. 121], получаем, что G/G^Φ есть расслоение над $G_1/\tilde{G}_1^{\tilde{\Phi}}$ а слои $\pi^{-1}(x) \approx R/R \cap G^\Phi$ (\approx — диффеоморфизм) и обладают структурой регулярного s -многообразия разрешимого типа.

Итак, в дальнейшем нужно рассмотреть топологическое строение многообразия G/G^Φ , где G — полупростая односвязная группа Ли, а Φ — ее периодический автоморфизм. Пусть $G = G_1 \times \dots \times G_m$ — разложение G в прямое произведение односвязных простых групп Ли. Поскольку G_i — простые нормальные подгруппы в G , то либо $\Phi(G_i) \subset G_i$, либо $\Phi(G_i) = G_j, i \neq j$. Это означает, что группа $\Sigma = \{\Phi, \Phi^2, \dots, \Phi^{h-1}, \Phi^h = \text{id}\}$ действует подстановками на множестве $\{G_1, \dots, G_m\}$. Случай $\Phi(G_i) = G_i$ дает $N_i = G_i/G_i^{\Phi_i}$, где $\Phi_i = \Phi|_{G_i}$, и не требует рассмотрения.

Пусть в $\{G_1, \dots, G_m\}$ имеются орбиты, состоящие более чем из одного элемента. Пусть $\{G_t, \dots, G_1, t > 1\}$ — одна такая орбита. Упорядочим ее следующим образом:

$$\Phi(G_1) = G_2, \dots, \Phi(G_{t-1}) = G_t, \Phi(G_t) = G_1. \quad (1)$$

Рассмотрим автоморфизм $\Phi^* \in \text{Aut}(G_1 \times \dots \times G_t)$ вида

$$\Phi^*(g_1, \dots, g_t) = (g_t, g_1, \dots, g_{t-1}) \quad (2)$$

(Φ^* , очевидно, является автоморфизмом, поскольку $G_i \approx G_j$ ввиду (1) и G_i можно отождествить с G_j). Последнее отождествление позволяет рассматривать $G_1 \times \dots \times G_t$ как произведение $G_1 \times \dots \times G_1$, а действие автоморфизма $\Phi: G_i \rightarrow G_j$ отождествить с некоторым автоморфизмом $\Phi_i|G_1$. Иными словами,

$$\Phi = (\Phi_1 \times \dots \times \Phi_t) \circ \Phi^*, \quad (3)$$

здесь $(\Phi_1 \times \dots \times \Phi_t)(g_1, \dots, g_t) = (\Phi_1(g_1), \dots, \Phi_t(g_t))$.

Утверждается, что Φ сопряжен с некоторым автоморфизмом $(\text{id} \times \dots \times \text{id} \times \psi_t) \circ \Phi^*$ в группе $\text{Aut}(G_1 \times \dots \times G_1)$. В самом деле, умножим обе части (3) слева и справа на Φ_1^{-1} , Φ_1 (для сокращения записи автоморфизм $(\text{id} \times \dots \times \text{id} \times \Phi_i \times \text{id} \times \dots \times \text{id})$ будем обозначать просто Φ_i). Тогда $\Phi_1^{-1} \circ \Phi \circ \Phi_1(g_1, \dots, g_t) = (g_t, \Phi_2 \circ \Phi_1(g_1), \dots, \Phi_t(g_{t-1}))$, откуда $\Phi_1^{-1} \circ \Phi \circ \Phi_1 = (\tilde{\Phi}_2 \times \dots \times \tilde{\Phi}_t) \circ \Phi^*$, где $\tilde{\Phi}_i = \Phi_{i-1}$, $i = 3, \dots, t$, $\tilde{\Phi}_2 = \Phi_2 \circ \Phi_1$. Далее $\tilde{\Phi}_2^{-1} \circ \Phi_1^{-1} \circ \Phi \circ \Phi_1 \circ \tilde{\Phi}_2 = (\tilde{\Phi}_3 \times \dots \times \tilde{\Phi}_t) \circ \Phi^* \circ \tilde{\Phi}_2$, что влечет $\theta^{-1} \circ \Phi \circ \theta = (\tilde{\Phi}_3 \times \dots \times \tilde{\Phi}_t) \circ \Phi^*$ (устанавливается прямым вычислением). Рассуждая далее по индукции, получаем окончательно

$$\eta^{-1} \Phi \eta = (\text{id} \times \dots \times \text{id} \times \psi_t) \circ \Phi^*, \quad \theta, \eta \in \text{Aut}(G_1 \times \dots \times G_1). \quad (4)$$

Поскольку в действительности нас интересуют автоморфизмы с точностью до сопряженности в группе $\text{Aut}(G_1 \times \dots \times G_1)$ (см. [3]), то без ограничения общности можем считать, что Φ задан в виде (4). Тогда прямым вычислением убеждаемся в том, что

$$G^{\Phi} = \bar{G}_1^{\Phi_1} \times \dots \times G_s^{\Phi_s} \times \Delta(G_1^{\psi_t} \times \dots \times G_1^{\psi_t}) \times \dots \times \Delta(G_1^{\psi_t} \times \dots \times G_1^{\psi_t}), \quad (5)$$

здесь $\bar{G}_1, \dots, \bar{G}_s$ соответствуют Σ -орбитам из одного элемента, а остальные — Σ -орбитам из t_1, \dots, t_l элементов соответственно, $s+t_1+\dots+t_l = m$, Δ — диагональ в $G_h \times \dots \times G_h$.

Чтобы завершить доказательство теоремы, осталось заметить, что для любой группы Ли G и ее замкнутой подгруппы H имеет место диффеоморфизм $G \times \dots \times G / \Delta(H \times \dots \times H) \cong G^{k-1} \times G/H$ (он задается отображением $(g_1, \dots, g_k) \cdot \Delta(H \times \dots \times H) \rightarrow (g_1 g_k^{-1}, \dots, g_{k-1} \cdot g_k^{-1}, g_k H)$).

Список литературы

1. Wolf J. A., Gray A. // Journ. Diff. Geom. 1968. V. 2. N 1—2. P. 77.
2. Ковальский О. Обобщенные симметрические пространства. М., 1984.
3. Феденко А. С. Пространства с симметриями. Минск, 1977.
4. Helgason S. Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric Spaces. New York, 1978.
5. Sekigawa K., Yoshida H. // Tensor. 1983. V. 40. N 3. P. 261.
6. Tsagas G. // Tensor. 1985. V. 42. N 1. P. 15.
7. Рашевский П. К. // Тр. Московского матем. об-ва. 1974. Т. 30. С. 3.

Поступила в редакцию 11.03.88.



ХІІІ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО КОГЕРЕНТНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИКЕ

С 6 по 9 сентября в Минске проходила XIII Международная конференция по когерентной и нелинейной оптике, одним из организаторов которой был Белгосунiversитет имени В. И. Ленина.

В конференции участвовали 1134 научных работника из 38 городов нашей страны и 168 ученых из ведущих научных центров ВНР, ГДР, ДРВ, КНР, НРБ, ПНР, ЧССР, США, Канады, ФРГ, Великобритании, Бельгии, Японии, Франции, Италии, Греции, Индии, Дании, Нидерландов, Финляндии, Австрии, Австралии, Швейцарии.

Научная программа была весьма обширной. По основным фундаментальным и прикладным проблемам рассмотрены когерентные явления, нелинейная оптика волоконных световодов, сильная оптическая нелинейность, неустойчивость и хаос, поляризационные нелинейно-оптические явления, пространственно-временные неустойчивости в нелинейной оптике, новое в нелинейных материалах, пикосекундные и фемтосекундные световые явления. Значительное число сообщений было связано с лазерной тематикой: новое в газовых, полупроводниковых, твердотельных и других лазерах, лазерное воздействие на поверхность, лазерная химия, лазеры в ядерной физике, лазерное управление движением атомов и молекул, лазерная микротехнология, лазерные стандарты частоты, применение лазеров в биологии, биофизике и медицине.

На конференции обсуждено свыше 700 докладов и оригинальных сообщений на трех параллельных секциях и симпозиумах.

На пленарном заседании заслушано два доклада: Е. М. Днанов, А. М. Прохоров, В. М. Серкин «Нелинейная волоконная оптика: новые результаты» и П. А. Апанасевич, А. Н. Рубинов «Развитие лазерной физики и нелинейной оптики в Белоруссии».

Свыше 140 докладов с зачетом сделано по приглашению программного комитета. Среди них были и доклады сотрудников БГУ имени В. И. Ленина: на секции «Нелинейные взаимодействия» выступил В. А. Гайсенок с докладом «Спектрально-поляризационные характеристики нелинейной люминесценции красителей», на секции «Новое в лазерной физике» — В. В. Грузинский «Последние достижения в создании лазеров на сложных органических соединениях», на симпозиуме «Фотодинамические эффекты в биологических системах» — С. Н. Черенкевич и др. «Повреждение опухолевых клеток излучением лазера в присутствии хлоринов и порфиринов». На секции «Когерентные явления и квантовая оптика» был представлен доклад М. И. Демчука, В. П. Калоши, И. А. Манячева, В. П. Михайлова, И. П. Прокоповича, А. В. Страшко «Исследование механизмов формирования «чирпа» ультракоротких импульсов твердотельных лазеров при когерентных и некогерентных взаимодействиях».

Со стендовыми докладами выступили сотрудники Гомельского и Гродненского университетов: по намагничиванию кристаллов линейно-поляризованным излучением — Б. В. Бокуть, С. С. Гиргель, по самосинхронизации мод и неустойчивости излучения полупроводниковых лазеров с внешним резонатором — А. В. Михинкевич и др. и о коротковолновом перестраиваемом лазере с возбуждением эксимерным лазером — С. С. Ануфрик, Ю. Н. Загребя, К. Ф. Зноско, С. А. Картазаева, Ю. Д. Микитчук.

Большой интерес участников конференции вызвала демонстрация лазерной системы для космического эксперимента по программе «Фобос» для определения массового и изотопного состава поверхности вещества спутника Марса.

Плодотворные дискуссии, установленные новые научные контакты, несомненно, дадут стимул дальнейшим исследованиям, будут способствовать совершенствованию научной тематики и учебного процесса в вузах республики.

Материалы конференции изданы в четырех томах тезисов докладов, доклады приглашенных ученых будут опубликованы в журнале «Известия АН СССР. Серия физическая».

В. В. Грузинский

РЕСПУБЛИКАНСКОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ СОВЕЩАНИЕ ПО ФИЗИКЕ И ТЕХНИКЕ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЙ

С 19 по 23 сентября 1988 г. на базе Белгосунниверситета имени В. И. Ленина и при участии Института физики твердого тела и полупроводников АН БССР и Белорусского института механизации сельского хозяйства проводилось выездное заседание секции «Развитие технологии синтеза сверхтвердых материалов и создание оборудования» Научного Совета ГКНТ СССР «Получение и обработка материалов воздействием высоких давлений». Оно проходило в форме республиканского научно-технического совещания с повесткой дня: «Итоги работы исследователей Белоруссии в области промышленного применения высоких давлений» (сопредседатели оргкомитета — вице-президент АН БССР Академик АН БССР А. В. Степаненко и директор Института сверхтвердых материалов АН УССР академик АН УССР Н. В. Новиков). Параллельно работала специализированная научно-техническая выставка «Высокие давления в науке и технике». В заседаниях секции приняли участие более 150 специалистов, представляющих 46 научных организаций и предприятий из 28 городов страны.

Основная цель совещания — объединение усилий исследователей, технологов и производителей в решении насущных задач народного хозяйства БССР, связанных с разработкой материалов, технологических процессов и устройств на основе техники высоких давлений. И хотя развитие технологии высоких давлений названо в числе приоритетных направлений, эти достижения пока слабо используются на предприятиях республики для обработки металлов инструментами, порошками, пастами из сверхтвердых материалов, в полупроводниковых и сверхпроводящих устройствах, эрозивно стойких композициях, активаторах низкотемпературного спекания порошков, композитах с высокими физико-механическими свойствами, сорбентах, молекулярных фильтрах, носителях катализаторов, светопоглощающих покрытиях, присадках к обкаточным маслам, в медицине (сверхострые режущие инструменты), в сельском хозяйстве и т. д.

Было заслушано более 100 сообщений, на выставке экспонировались 142 разработки, отражающие современное состояние работ по теории и практике создания и использования сверхтвердых материалов, аппаратура и методики для исследования их физико-химических, физико-механических свойств.

Совещание наметило конкретные мероприятия по координации исследований в области высоких давлений в республике, усилению взаимодействия науки и практики с целью быстрее внедрения достижений технологий при высоких давлениях в промышленное производство, медицину и сельское хозяйство.

А. С. Скоропанов.

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

Борисоглебский Л. А., Трофименко Е. Е. Волновая функция легкого пнионного атома с феноменологическим пнион-ядерным потенциалом	3
Савченко К. А., Гулис И. М. Узкополосный источник пикосекундных импульсов с непрерывной перестройкой в видимой и ультрафиолетовой областях	6
Барышевский В. Г., Поликарпов И. В. Воздействие ультразвуковых колебаний на спектрально-угловые и интегральные характеристики параметрического рентгеновского излучения кристалла	8
Бойков В. Н., Красовский А. Н., Шалаховская Г. В. Закономерности расположения флуоресцентных линий ураниловых кристаллов. Резонансные явления [Людчик А. М., Тимощенко Т. Н., Титков Е. Ф. К вопросу о разделении вкладов колебательной и ориентационной релаксации в контуры полос комбинационного рассеяния молекул в растворах	11
Гайсенок В. А., Грузинский В. В., Сицко Г. Н., Афанасиади Л. Ш. Особенности концентрации деполяризации флуоресценции примесных молекул в полимерных пленках	15
Гольцев В. П., Драко В. М., Сукие М., Данилович Ю. А. Структурные и фазовые изменения в сплаве Fe-30%Ni при облучении ионами цинка	18
Дорошев В. П., Ильянок А. М., Ямный В. Е. Широкополосный кусочно-линейный аппроксиматор	21
Аттия эль Саид, Пиви Пепе, Холмецкий А. Л., Чудаков В. А. Анализ энергетических распределений конверсионных электронов в приближении точечного источника	23

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Ковалев М. М., Мощенский А. В. Поиск локальных минимумов выпуклой на упорядоченном множестве функции	29
Петрова Г. Л. Нижняя оценка мощности кодов, близких к равновесным	32
До Суан Тхо. Эквивалентность обобщенных простых таблиц	34
Савчук В. П., Сафронов Г. И. Определение погрешности позиционирования схвата робота с учетом его пространственной ориентации	37
Зверович В. Э. Связывающее число графа	39
Зверович Э. И. Задача линейного сопряжения в винеровских кольцах на объединении двух пересекающихся кругов	43
Прусов В. И. Напряженно-деформированное состояние полосы под действием сосредоточенной силы	45
Рубашко Н. К., Совпель И. В. Автоматический контроль текстов естественных языков. I	48
Бровка Н. В. Нелинейная задача сопряжения для голоморфного вектора в плоскости с двумя разрезами	51
Луцакови И. Н. Оптимальные по быстродействию допустимые по ресурсу расписания для двух независимых приборов с минимизацией штрафной функции на первом приборе	54

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Зорина Т. Е., Саржевская М. В., Черенкевич С. Н. Изменение структурно-функциональных характеристик эритроцитов при фотосенсибилизированном гемоллизе под действием лазерного излучения	57
Шепелевич В. Г., Шакер Хашем Ф. Структура и электрофизические свойства фольг висмута и сплавов висмут-сурьма	59
Прусов И. А., Василевич Ю. В., Кудинова Г. В. О зависимости постоянных упругости трехмерного ортотропного тела	61
Булатов В. И. Об одном свойстве управляемых линейных систем, не разрешенных относительно производной	63
Курунок В. П. Классификация решений стохастического дифференциального уравнения с факторизованной диффузией	64
Кашевский В. В. Предельные формулы для одного сингулярного интеграла	66
Тралле А. Е. Замечание о топологическом строении обобщенных симметрических пространств	67

ХРОНИКА

Грузинский В. В. XIII Международная конференция по когерентной и нелинейной оптике	69
Скоропанов А. С. Республиканское научно-техническое совещание по физике и технике высоких давлений	70

УКАЗАТЕЛЬ

статей, опубликованных в 1988 году в «Вестнике Белорусского государственного университета имени В. И. Ленина», серия 1 (физика, математика и механика)

ФИЗИКА

Андрянчик А. А., Каминский А. Н. Рентгеновское излучение электрона в кристалле при воздействии лазерной волны	3	3
Апанасович А. В., Гулаков И. Р., Пролско Е. Е. Учет постимпульсов фотоприемника в информационном критерии качества счетчиков фотонов	3	29
Ахмед Бакр, Левкович А. Д., Перцев А. Н. Влияние ионизационных потерь на бета-спектр при прохождении через поглотитель	1	27
Бакиновский К. Н., Васильев Н. Н., Рай Г. И., Шаронов Г. В., Шкадаревич А. П. Устойчивый режим модуляции добротности и синхронизации мод АИГ: Nd ³⁺ -лазера непрерывного действия с нелинейно поглощающим кристаллом LiF с F ₂ ⁻ -центрами окраски	1	25
Бандалет Н. В., Машко В. В. О вкладах действительной и мнимой частей поляризуемости активной среды газового лазера в магнитном поле в энергетические характеристики генерации	2	9
Барышевский В. Г., Городишенин Н. Л., Лявичиц М. Г., Черепица С. В. О возможности наблюдения многочастотной прецессии спина нейтрона в условиях дифракции в кристалле	2	3
Барковский Л. М., Фо Тхи Нгуен Ханг. Обратная задача отражения для магнитоэлектрических и оптически активных кристаллов средних сингоний	1	5
Безух Б. А., Долгих М. Н., Крылов Г. Г., Тимофеева И. А. Исследование энергетических характеристик облаков	2	29
Борковский Н. Б., Ковриков А. Б., Умрейко Д. С. Определение равновесных расстояний «уран — кислород» в UO ₂ ²⁺ по положению чисто электронного перехода в комплексах уранила	2	16
Вислович А. Н., Лобко С. И., Лобко Г. С. Плавление немагнитных тел в жидких магнетиках в однородном магнитном поле	1	8
Врублевский А. И., Кузовков П. В. Исследование продуктов окисления некоторых металлопорфиринов	2	20
Гайсенко В. А., Крылов Г. Г. Новый метод точного обращения уравнения свертки	3	9
Гольцев В. П., Жукова С. И., Масюк Т. М. Влияние ионной имплантации на механические свойства дюралюминия	2	26
Добрянский В. М., Крылович В. И., Рубанов Ан. С. Выходные характеристики акустического интерферометра с периодическим качанием частоты входного напряжения	1	17
Дубовская И. Я., Чыонг Ба Ха. О дифракционном излучении канализированной заряженной частицы	2	11
Киреев Н. Б. Об оптимизации полосы сигнала систем контроля локальных неоднородностей в полупроводящих средах	3	25
Колева И. Т., Георгиева М. Н., Колесник А. В., Новик Г. М. Исследование поглощения плазмы капиллярного импульсного разряда	3	27
Кулецов Н. В., Бойков В. Н., Красовский А. Н. Температурное уширение линий в спектрах люминесценции UO ₂ ²⁺ в растворах и межионные взаимодействия	2	18
Лананик В. И., Абдулин А. З., Минько А. А. Влияние толщины слоя и хиральных добавок на электрооптические свойства жидкокристаллических твист-индикаторов	3	16
Литвинов В. В., Пальчик Г. В., Уренев В. И. О кинетике образования термодоноров в кислородсодержащем германии	1	29
Малыревич А. М., Последович М. Р., Тарасевич Е. В. Температурные зависимости в спектрах КР кристалла триглицинсульфата	1	11
Манак И. С., Михнюк С. Б. Теоретический анализ амплитудно-частотных характеристик полупроводниковых источников излучения	3	13
Неуен Динь Зунг. Неупругое рассеяние поляризованных нейтронов на кристалле с поляризованными ядрами при учете преломления и зеркального отражения	3	6
Пицевич Г. А., Гоголинский В. И., Сагайдак Д. И., Антоновский В. Л., Зятков И. П. Колебательные спектры пероксibenзоата	3	18
Суслов В. А., Хоанг Суан Хонг, Хоанг Шон. Долговременные релаксации и позиционная зависимость фото-ЭДС в системе полупроводник — электролит	1	15
Тарасевич Н. Н. Миноритарная функция — функция контроля ошибок в мажоритарно резервированных системах	1	20
Тимоценко А. И. Формулировка теории гравитации Эйнштейна в виде теории поля с неполной геометризацией в римановом пространстве-времени	1	3

Урбанович А. И. Нестационарный энергообмен световых волн в средах с инерционной тепловой нелинейностью	2	6
Ходасевич В. В., Углов В. В., Гольцев М. В., Сыщенко А. Ф. Исследование метастабильных структур в поверхностных слоях ионно-имплантированного никеля	2	23
Шайков С. Н. Энергии ионизации валентных состояний урана	3	22

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Батурина Л. Н., Лепешинский Н. А. Представление простых путей неориентированного графа	2	48
Ведерников С. В., Зарипов Э. Ш. Геометрия группы неевклидовых движений	3	34
Дангалчев Ч. А. Сетевая интерпретация функций, содержащих операции взятия модуля	3	38
Джураев О. Построение уравнения римановой поверхности, заданной в виде трехлистной поверхности положения сферы	2	57
Джураев О. Построение поля алгебраических функций, соответствующего n -листному накрытию сферы	3	53
Диалло У. У. К теории линейных интегро-дифференциальных уравнений в пространстве непрерывных функций	2	40
Дробушев Г. А., Зубович К. А. Система функционального программирования и ее реализация для ЕС ЭВМ	1	46
Дылько Т. Н. Выбор коэффициентов статистики для проверки гипотезы одинаковой распределенности в задачах анализа дихотомической информации	2	36
Ерофеев В. Т. Теоремы сложения для потенциалов электромагнитного поля	2	50
Забелло Л. Е. К исследованию приближенной нуль-управляемости в линейных нестационарных системах с запаздыванием	1	34
Забрейко П. П., Нгуен Хонг Тхай. Об одном классе пространств Орлича вектор-функций	1	32
Ковалев М. М., Нгуен Нгиа. Многогранник меднан графа	3	45
Коляда А. А., Селянинов М. Ю. Нормализация чисел в модулярной системе счисления	1	50
Коляда А. А. Интервально-модулярные коды с исправлением ошибок	2	33
Королевич В. В., Прусов И. А. Напряжения в ортотропной эллиптической пластинке, вращающейся вокруг оси симметрии, расположенной в средней плоскости	3	50
Лебедев А. Л. О двойственности задач управления и фильтрации в линейных нестационарных системах с запаздыванием	3	41
Мельникова Е. Н., Харин Ю. С. О классификации серий многомерных наблюдений при случайной длине серий	2	43
Метлицкий А. Н. Однородные пространства, порожденные вполне расщепляемой группой Ли, и их морфизмы	3	32
Музалевский И. М. Применение абстрактных моделей для представления данных. I. Структура и поиск	1	53
Савелова Л. А. Корректировка направления в конечном методе решения интервальной задачи квадратичного программирования	1	38
Струсевич В. А. Минимизация суммарного времени обслуживания для системы с нефиксированными маршрутами	1	44
Тарновский А. Г. Градиентный алгоритм решения задачи «минимум суммы квадратов»	1	40
Чжоу Суннин. О доказательстве одной теоремы Хассона	3	56
Чхе Хен Ир. Критерии оптимальности и субоптимальности в задаче оптимизации динамической системы с изменяемым множеством управлений	2	54
Шунгаров Х. Д. К решению одной многокритериальной задачи покрытия графа звездами	3	47

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Апанасович В. В., Чудовская Е. А. Моделирование процессов образования выходного сигнала микроканальной пластины	2	67
Бринкевич Д. И., Горбачева Н. И., Петров В. В., Туровский Б. М. Влияние германия на энергетическое положение термодоноров в кремнии	2	61
Буров Л. И., Гаячереков И. И. Влияние поляризации и геометрии накачки на энергетические характеристики лазера на красителе с анизотропным резонатором	1	59
Гринкевич Г. В. Двумерное интегральное уравнение с функцией Сарана F_M в ядре	1	65
Евсеев А. К., Полецук И. М. Исследование характеристик антенных обтекателей во временной области	1	61
Егоренков И. А., Прусов И. А. Об одном методе определения упругих характеристик анизотропных шпангоутов	2	72

<i>Забелло И. Н.</i> Решение в квадратурах одного матричного интегрального уравнения	1	62
<i>Ивонис Э. А.</i> Метод оптимизации многомерной линейной нестационарной динамической системы с переменным множеством управлений	2	69
<i>Исаченко А. Н., Мухибулла Абдулла.</i> Многогранник задачи квадратичного булевого программирования	3	68
<i>Кастица О. А.</i> Об экстремальном возмущении функционала, определенного на спектре функции Ляпунова	3	64
<i>Кириленко А. И.</i> Явление Брюстера при нормальном падении потока энергии на границу раздела двух поглощающих сред. Параллельные слои	3	59
<i>Крахотко В. В., Размыслович Г. П.</i> Линейные сингулярные системы с запаздыванием	2	76
<i>Кришевский Е. А.</i> Решение линейных функциональных уравнений с несколькими сдвигами внутрь области	1	64
<i>Курейчик К. П., Козловский Н. В.</i> Устройство измерения поглощения по методу «пика» для импульсного спектрометра	3	63
<i>Лошкарева С. Ю.</i> О числе пакетов максимальной сложности в Ω -сети	1	68
<i>Лубочкин А. В.</i> Оптимизация переходного процесса по минимуму энергии управления	3	67
<i>Малый С. В., Кравченко И. Т.</i> Электродинамический анализ прореженных вибраторных решеток	3	60
<i>Остапенко А. В.</i> О релятивистском фермион-антифермионном уравнении со скалярным линейным потенциалом	1	57
<i>Патрин А. А.</i> Визуализация неоднородной диффузии примеси в профилированный кремний	2	63
<i>Радкевич Е. В.</i> Разностная схема первого порядка аппроксимации решения системы многомерных уравнений Бюргерса	1	66
<i>Савелова Л. А.</i> Метод решения линейной экстремальной задачи с односторонними ограничениями	2	70
<i>Самодуров А. А.</i> О решениях одного класса обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка	2	74
<i>Сидоренко А. В., Курило В. С., Максимов С. И.</i> Об использовании волоконной оптики в системах распределения сигналов	2	65
<i>Хомичков И. И.</i> Однолинейная система с повторными вызовами и входящим потоком Кокса второго порядка	1	70

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

Леонид Матвеевич Барковский	3	73
Алексей Адамович Гусак	1	56
Михаил Александрович Ельяшевич	3	71
Александр Федорович Чернявский	3	72

РЕЦЕНЗИИ

<i>Комяк А. И., С. А. Поваляев.</i> Основы информатики: Справочное пособие	2	78
--	---	----

ПАМЯТИ УЧЕНОГО

<u>Юрий Станиславович Богданов</u>	1	72
------------------------------------	---	----

РЕФЕРАТЫ

УДК 539.189.1

Борисоглебский Л. А., Трофименко Е. Е. Волновая функция легкого пионного атома с феноменологическим пион-ядерным потенциалом // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

С помощью стандартной теории возмущений найдено аналитическое выражение для волновой функции основного состояния легкого пионного атома с феноменологическим пион-ядерным потенциалом. Проведено сравнение полученных данных с результатами численных расчетов и «теории возмущений по радиусу». Метод применим и к расчету эффектов сильного взаимодействия мезонов в $(\pi^+ \pi^-)$, $(\pi^\pm K^\pm)$ -демпсон-атомах.

Библиогр. 9 назв., табл. 1.

УДК 621.375.826+621.383.8

Саечников К. А., Гулис И. М. Узкополосный источник пикосекундных импульсов с непрерывной перестройкой в видимой и ультрафиолетовой областях // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Приведено описание простого по конструкции источника пикосекундных импульсов, перестраиваемых по частоте в широкой области спектра, работающего с высокой частотой повторения. Источник представляет собой синхронно накачиваемый лазер на красителе, усилитель и устройство для нелинейного преобразования частоты. Накачка осуществляется пучками импульсов второй гармоники непрерывно накачиваемого твердотельного лазера на АИГ: Nd^{3+} с пассивной синхронизацией мод. При работе с красителями (родамин 6Ж, родамин В и родамин 640) получено узкополосное излучение, непрерывно перестраиваемое в видимой и УФ областях.

Библиогр. 9 назв., ил. 1.

УДК 539.12.04

Барышевский В. Г., Поликарпов И. В. Воздействие ультразвуковых колебаний на спектрально-угловые и интегральные характеристики параметрического рентгеновского излучения кристалла // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Рассмотрено влияние ультразвуковых колебаний кристалла на процесс образования параметрического рентгеновского излучения. Исследованы изменения угловых и частотных зависимостей параметрического рентгеновского излучения в случае Лауэ для тонкого, когерентных длин — для толстого кристалла.

Библиогр. 7 назв.

УДК 535.372

Бойков В. Н., Красовский А. Н., Шалаховская Г. В. Закономерности расположения флуоресцентных линий ураниловых кристаллов. Резонансные явления // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

При гелиевых температурах анализируется расположение флуоресцентных линий основных центров свечения $\text{CsUO}_2(\text{NO}_3)_3$ и $\text{UO}_2\text{Cl}_4(\text{PuH})_2$. Для обоих соединений при увеличении квантового числа n валентного полностью симметричного колебания уранила на единицу частота $\nu_1(\text{UO}_2^{2+})$ уменьшается примерно на величину $\delta = 2,7 \text{ см}^{-1}$, комбинирующая с ней частота $\nu_3(\text{UO}_2^{2+})$ — на величину 2δ , а прочие колебательные частоты с точностью 1 см^{-1} не зависят от n . Полученные закономерности используются при идентификации резонансных явлений в ураниловых кристаллах по типу резонанса Ферми.

Библиогр. 3 назв., ил. 2.

УДК 535.375.55÷681.142.4÷546.791.6

Людчик А. М., Тимошенко Т. Н., Титков Е. Ф. К вопросу о разделении вкладов колебательной и ориентационной релаксации в контуры полос комбинационного рассеяния молекул в растворах // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Предложен способ решения интегральных уравнений, встречающихся в задаче исследования колебательной и ориентационной релаксации молекул в жидкостях и газах, с привлечением дополнительной информации о неопределенности решения и характерных размерах его тонкой структуры. В результате удастся заметно повысить устойчивость вычислений по отношению к ошибкам измерений. В рамках развитого подхода проведен анализ механизмов формирования контуров полос полисимметричных колебаний групп NO_2 ($\nu_1(A_1) = 1051 \text{ см}^{-1}$) и UO_2 ($\nu_1(A_1) = 873 \text{ см}^{-1}$) в водном растворе гексагидрата уранилнитрата.

Библиогр. 10 назв., ил. 3, табл. 1.

УДК 535.37

Гайсенюк В. А., Грузинский В. В., Сицко Г. Н., Афанасиади Л. Ш. Особенности концентрационной деполяризации флуоресценции примесных молекул в полимерных пленках // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Исследованы спектральные и концентрационные зависимости поляризационных характеристик ряда сложных молекул, внедренных в полимерные матрицы из ПВС. Полученные результаты объяснены в предположении существования устойчивых дефектов структуры полимера, на которых в основном происходит локализация примесных молекул, и возможности насыщения дефектов.

Библиогр. 6 назв., ил. 2.

УДК 548.162:539.12.04

Гольцев В. П., Драко В. М., Сукие М., Данилович Ю. А. Структурные и фазовые изменения в сплаве Fe-30%Ni при облучении ионами цинка // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Электронно-микроскопическое исследование изменений структуры тонких пленок сплава Fe-30%Ni под действием тяжелых ионов Zn^{+} показало, что происходит отслаивание пленки от стеклянной подложки с образованием куполообразных вздутий, концентрация и размеры которых сильно зависят от дозы облучения. Причина образования вздутий — появление растягивающих механических напряжений в пленке за счет внедрения ионов Zn^{+} и возникновения соединений цинка с компонентами сплава Fe-30%Ni, в результате чего возрастает удельный объем вещества.

Библиогр. 5 назв., ил. 1, табл. 1.

УДК 621.375

Дорошев В. П., Ильянок А. М., Ямный В. Е. Широкополосный кусочно-линейный аппроксиматор // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Предложена и проанализирована новая транзисторная структура, позволяющая создать быстродействующий кусочно-линейный аппроксиматор с четным количеством точек излома характеристики передачи. Широкополосность устройства определяется токовым управлением коэффициента передачи и достигает 10 МГц при относительной погрешности установки точек аппроксимации 0,2%. Устройство может быть реализовано в виде полупроводниковой микросхемы. Описанная структура аппроксиматора модифицируется в широкополосный ограничитель или выпрямитель.

Библиогр. 5 назв., ил. 2.

УДК 539.124

Аттияэль Санд, Пиви Пеппе, Холмецкий А. Л., Чудаков В. А. Анализ энергетических распределений конверсионных электронов в приближении точечного источника // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Предложена простая методика расчета спектров низкоэнергетических вторичных электронов, генерируемых пучком γ -квантов в объеме вещества и выходящих на его поверхность. Методика основана на использовании приближения точечного источника и может быть использована для анализа метода мессбауэровской спектроскопии на конверсионных электронах применительно к исследованию тонких поверхностных слоев материалов, содержащих резонансные ядра. Результаты расчета сравниваются с данными, полученными по методу Монте-Карло.

Библиогр. 7 назв., ил. 1.

УДК 519.1

Ковалев М. М., Мошенский А. В. Поиск локальных минимумов выпуклой на упорядоченном множестве функции // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Анализируются различные стратегии поиска всех локальных минимумов порядково-выпуклой функции. Элементарной операцией считается процедура вычисления знака градиента — дискретного аналога производной.

Библиогр. 5 назв.

УДК 519.72

Петрова Г. Л. Нижняя оценка мощности кодов, близких к равновесным // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Строятся коды, по своим основным параметрам близкие к равновесным, но обладающие по сравнению с ними большей мощностью.

Библиогр. 4 назв.

УДК 681.3

До Суан Тхо. Эквивалентность обобщенных простых таблиц // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Изучены вопросы эквивалентности двух обобщенных простых таблиц и условия существования соответствующих реляционных выражений для них.

Библиогр. 2 назв.

УДК 531.8

Савчук В. П., Сафронов Г. И. Определение погрешности позиционирования схвата робота с учетом его пространственной ориентации // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Предложен точный алгоритм расчета характеристик погрешности позиционирования схвата робота на основании показаний шести датчиков перемещений. Используется контрольное тело в форме куба.

Библиогр. 4 назв.

УДК 519.1

Зверович В. Э. Связывающее число графа // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Пусть I — семейство независимых множеств графа G . Доказано, что $\text{bind}(G) = \min_{x \in I} \frac{|N(x)|}{|x|}$ для следующих случаев: 1) $\text{bind}(G) < 1$; 2) G — связный граф и $\text{bind}(G) = 1$. Для дерева T найдены точные верхняя и нижняя границы связывающего числа: $\frac{1}{k+1} < \text{bind}(T) \leq \frac{1}{k}$, где k — мощность максимальной грозди дерева T .

Библиогр. 7 назв., ил. 1.

УДК 517.948.32:517.544

Зверович Э. И. Задача линейного сопряжения в винеровских кольцах на объединении двух пересекающихся кругов // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Рассматривается задача линейного сопряжения (Римана) на объединении двух пересекающихся кругов, причем условие сопряжения задано на пересечении этих кругов. Решение ищется в классе функций, представимых в виде абсолютно сходящихся в замкнутых кругах степенных рядов. При естественных ограничениях построено явное решение рассматриваемой задачи.

Библиогр. 3 назв., ил. 1.

УДК 539.3:534.1

Прусов В. И. **Напряженно-деформированное состояние полосы под действием сосредоточенной силы** // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Предложен эффективный метод расчета напряженно-деформированного состояния однородной изотропной бесконечной полосы под действием сосредоточенной силы, приложенной к точке внутри полосы, основанный на методе сопряжения. Комплексные потенциалы Колосова — Мухелишвили представлены гиперболическими функциями, что исключает их осцилляцию на бесконечности. Приведены результаты численных расчетов.

Библиогр. 4 назв., ил. 1.

УДК 801.73:681.3

Рубашко Н. К., Совпель И. В. **Автоматический контроль текстов естественных языков. I** // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Рассматриваются вопросы автоматического контроля текстов естественных языков, в частности контроля и корректировки орфографии. Дается анализ причин возникновения ошибок в линии естественно-языковой коммуникации, приводится классификация и формальное определение основных типов ошибок, которое является основой разработки простых, но достаточно эффективных алгоритмов автоматического контроля данных.

Библиогр. 4 назв.

УДК 517.948

Бровка Н. В. **Нелинейная задача сопряжения для голоморфного вектора в плоскости с двумя разрезами** // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Статья посвящена исследованию и решению нелинейной задачи сопряжения в плоскости с разрезами по двум отрезкам вещественной оси для голоморфного вектора. Метод решения заключается в логарифмировании краевого условия и решении полученной векторной краевой задачи в некотором классе вектор-функций.

Библиогр. 9 назв.

УДК 681.51:519.8

Лущакова И. Н. **Оптимальные по быстродействию допустимые по ресурсу расписания для двух независимых приборов с минимизацией штрафной функции на первом приборе** // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Имеются два прибора, Q единиц ресурса одного вида. Для прибора l , $l=1, 2$, определено множество N_l требований, которые необходимо обслужить на этом приборе, $N_1 \cap N_2 = \emptyset$. Предложен полиномиальный алгоритм построения оптимального по быстродействию допустимого по ресурсу расписания обслуживания требований с минимизацией некоторой штрафной функции на первом приборе.

Библиогр. 2 назв.

УДК 577.3.04

Зорина Т. Е., Саржевская М. В., Черенкевич С. Н. **Изменение структурно-функциональных характеристик эритроцитов при фотосенсибилизированном гемолизе под действием лазерного излучения** // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Методом малоуглового светорассеяния исследована гемолитическая активность тетракарбокисфенилпорфирина, гематопорфирина, хлорина e_6 , диметилового эфира хлорина e_6 и этилендиамида хлорина e_6 при облучении суспензии эритроцитов светом гелий-неонового лазера. Наибольшую фотогемолитическую активность проявляют вещества, характеризующиеся большим числом мест связывания либо с липосомами (диметилловый эфир хлорина e_6), либо с белком (этилендиамид хлорина e_6). Параметры фотосенсибилизированного гемолиза эритроцитов используются для оценки эффективности деструктивного действия различных производных порфирина.

Библиогр. 7 назв., табл. 1.

УДК 519.1

Ковалев М. М., Мощенский А. В. Поиск локальных минимумов выпуклой на упорядоченном множестве функции // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Анализируются различные стратегии поиска всех локальных минимумов порядково-выпуклой функции. Элементарной операцией считается процедура вычисления знака градиента — дискретного аналога производной.

Библиогр. 5 назв.

УДК 519.72

Петрова Г. Л. Нижняя оценка мощности кодов, близких к равновесным // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Строятся коды, по своим основным параметрам близкие к равновесным, но обладающие по сравнению с ними большей мощностью.

Библиогр. 4 назв.

УДК 681.3

До Суан Тхо. Эквивалентность обобщенных простых таблиц // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Изучены вопросы эквивалентности двух обобщенных простых таблиц и условия существования соответствующих реляционных выражений для них.

Библиогр. 2 назв.

УДК 531.8

Савчук В. П., Сафронов Г. И. Определение погрешности позиционирования схвата робота с учетом его пространственной ориентации // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Предложен точный алгоритм расчета характеристик погрешности позиционирования схвата робота на основании показаний шести датчиков перемещений. Используется контрольное тело в форме куба.

Библиогр. 4 назв.

УДК 519.1

Зверович В. Э. Связывающее число графа // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Пусть I — семейство независимых множеств графа G . Доказано, что $\text{bind}(G) = \min_{x \in I} \frac{|N(x)|}{|x|}$ для следующих случаев: 1) $\text{bind}(G) < 1$; 2) G — связный граф и $\text{bind}(G) = 1$. Для дерева T найдены точные верхняя и нижняя границы связывающего числа: $\frac{1}{k+1} < \text{bind}(T) \leq \frac{1}{k}$, где k — мощность максимальной грозди дерева T .

Библиогр. 7 назв., ил. 1.

УДК 517.948.32:517.544

Зверович Э. И. Задача линейного сопряжения в винеровских кольцах на объединении двух пересекающихся кругов // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Рассматривается задача линейного сопряжения (Римана) на объединении двух пересекающихся кругов, причем условие сопряжения задано на пересечении этих кругов. Решение ищется в классе функций, представимых в виде абсолютно сходящихся в замкнутых кругах степенных рядов. При естественных ограничениях построено явное решение рассматриваемой задачи.

Библиогр. 3 назв., ил. 1.

УДК 548.5:669.76

Шепелевич Б. Г., Шакер Хашем Ф. Структура и электрофизические свойства фольг висмута и сплавов висмут-сурьма // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Установлено, что фольги сплавов висмут-сурьма, полученные скоростным охлаждением из жидкой фазы, являются поликристаллическими и характеризуются текстурой $\{10\bar{1}2\}$. Исследованы удельное электросопротивление, коэффициент Холла, магнетосопротивление и дифференциальная термо-ЭДС фольг.

Библиогр. 13 назв., ил. 1.

УДК 539.3

Прусов И. А., Василевич Ю. В., Жудинова Г. В. О зависимости постоянных упругости трехмерного ортотропного тела // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

На основе нового представления общих формул для напряжений и перемещений трехмерного ортотропного тела получена простая зависимость модулей сдвига от модулей Юнга и коэффициентов Пуассона. Доказано, что для ортотропного тела существуют не девять, а шесть независимых постоянных упругости.

Библиогр. 3 назв.

УДК 517.977

Булатов В. И. Об одном свойстве управляемых линейных систем, не разрешенных относительно производной // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Показывается, что стационарная система $A_0\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ полностью управляема тогда и только тогда, когда полностью управляема симметричная ей система $\dot{x}(t) = A_0x(t) + Bu(t)$. На основании этого выводится параметрический критерий полной управляемости одного класса линейных систем управления, не разрешенных относительно производной.

Библиогр. 4 назв.

УДК 519.21

Куренок В. П. Классификация решений стохастического дифференциального уравнения с факторизованной диффузией // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989, № 1.

При условиях, когда существует решение стохастического дифференциального уравнения $dX_t = a_1(t) \cdot a_2(X_t)dW_t$, $X_0 \in R$, $t \geq 0$, где W — винеровский процесс, не являющееся слабо единственным, дается полное описание решений через так называемые фундаментальные решения, которые являются слабо единственными.

Библиогр. 2 назв.

УДК 517.948

Кашевский В. В. Предельные формулы для одного сингулярного интеграла // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Исправлены аналоги формул Сохоцкого для сингулярного интеграла, содержащего в ядре логарифм, которые получены И. М. Мельником.

Библиогр. 2 назв.

УДК 514.765

Тралле А. Е. Замечание о топологическом строении обобщенных симметрических пространств // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1989. № 1.

Рассматривается задача топологической классификации обобщенных римановых симметрических пространств. Показано, что данная задача редуцируется к случаю обобщенных симметрических пространств с простыми группами трансвекций.

Библиогр. 7 назв.

ПРАВИЛА ПОДГОТОВКИ РУКОПИСЕЙ ДЛЯ ОПУБЛИКОВАНИЯ В ЖУРНАЛЕ

1. Статья должна быть изложена с предельной краткостью, окончательно отредактирована и оформлена. Статья является оригиналом для печати.

2. Статьи, напечатанные на машинке (не портативной) через два интервала с полями не менее 4 см на одной стороне листа, представляют в редакцию в двух экземплярах.

3. Объем статьи не должен превышать 8 страниц машинописного текста (включая приложения) и 3 рисунков; кратких сообщений — 3 страниц и 2 рисунков.

4. К статье должны быть приложены: рекомендация кафедры, реферат статьи (до 0,25 с. машинописного текста) и сведения об авторе (место работы, должность, адрес, рабочий и домашний телефоны).

5. Особое внимание следует обращать на тщательность внесения в текст математических и химических формул, на оформление таблиц, списка литературы, рисунков и подписей к ним. Следует избегать повторения в тексте данных, содержащихся в таблицах и графиках, а также представления численных результатов одновременно в виде таблиц и графиков.

6. Формулы и буквенные обозначения необходимо аккуратно и разборчиво вписать в два экземпляра от руки черными чернилами и разметить синими чернилами: греческие буквы обвести красными; латинские, набираемые курсивом, подчеркнуть волнистой чертой; прописные двумя черточками снизу (A), строчные — двумя черточками сверху (a).

Следует различать буквы O (прописную), o (строчную) и 0 (ноль), для чего буквы O

и o подчеркивают двумя черточками и волнистой чертой (курсив), а ноль отмечают квадратной скобкой снизу (O , o , 0). Необходимо различать в написании буквы I (эль), e ,

а также I и J (йот), для чего букву I пишут, как римскую единицу, подчеркивая ее дву-

мя черточками и волнистой чертой снизу. Векторы подчеркивают черными чернилами стрелкой сверху. Математические символы \cos , \lg и др., набираемые прямым шрифтом, и химические символы элементов (H_2O , Ag и т. д.) отмечают квадратной скобкой снизу.

Показатели степени и индексы, а также надстрочные знаки отмечают дугой A^2 (для верхнего индекса) и A_2 (для нижнего).

7. Для формул и символов, а также между ними следует оставлять достаточные пробелы в тексте.

8. Необходимо придерживаться Международной системы единиц (СИ).

9. Рисунки представляют в двух экземплярах в виде графиков, схем, фотографий отдельно от текста; фотографии, отпечатанные на глянцева бумаге с накатом, должны иметь четкое и контрастное изображение. Чертежи и схемы выписывают тушью на плотной белой бумаге или кальке в формате, обеспечивающем ясность понимания всех деталей, и вместе с тем компактно в целях экономии места. На обороте карандашом необходимо указать фамилию автора, название статьи и номер рисунка.

10. Таблицы (обязательно с заголовками) и подписи к рисункам следует печатать на отдельных листах. Кривые на рисунках нумеруются арабскими цифрами, которые расшифровываются в подписях к рисункам. Представление одного и того же материала в виде таблиц и рисунков не допускается. Места для таблиц и рисунков необходимо указать на полях рукописи.

11. Ссылки на литературу даются в порядке цитирования (порядковый номер в квадратных скобках). Список литературы (прилагается на отдельном листе) должен быть оформлен в соответствии с ГОСТом 7.1—84 следующим образом:

а) для книг: фамилия и инициалы автора, полное название книги, место издания, год издания, страницы;

б) для журнальных статей: фамилия и инициалы автора, принятое сокращенное название журнала, год издания, том, номер выпуска, страницы.

12. Ссылки на неопубликованные работы, диссертации и авторефераты не допускаются.

13. В конце статьи (после литературы) ставится название кафедры, где выполнена работа. Статью должны подписать все авторы.

14. В случае возвращения статьи автору на доработку первоначальный текст ее необходимо вернуть в редакцию. При задержке статьи автором на месяц и более первоначальная дата поступления не сохраняется.

15. Редакция посылает автору одну корректуру для исправления только ошибок набора. Изменения и дополнения как в тексте, так и в рисунках не допускаются. Корректра за подписью автора и датой ее подписания сдается в редакцию в течение двух дней с момента ее получения.

16. Статьи, оформленные с нарушением «Правил», редакция не принимает.

