

МЕТОД «МАТРЕШКИ» В РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Разработка методов эффективного многовариантного численного исследования проволочно-щелевых структур сложной геометрии является одной из основных проблем построения средств автоматизации исследования и проектирования широкого класса электродинамических устройств и систем.

В настоящее время для решения указанного класса задач наиболее широко используются метод моментов [1] и обобщенный метод взаимных сопротивлений [2]. Применение этих методов приводит к системам линейных алгебраических уравнений вида

$$ZI = V,$$

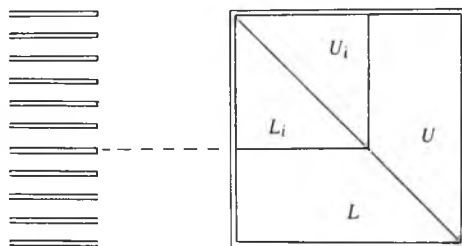
где Z — матрица взаимных сопротивлений (проводимостей); I — вектор неизвестных значений токов; V — вектор возбуждения структуры.

Для систем большого порядка время их решения составляет главную часть вычислительных затрат, необходимых для численного исследования заданной структуры.

В процессе исследования и проектирования предполагается проведение многовариантного анализа. На практике многовариантность определяется необходимостью поиска оптимальной геометрии структуры. В качестве примеров можно привести определение необходимого числа витков в спиральных антеннах, необходимого числа вибраторов в директорных антеннах, необходимого числа элементов в антенных решетках. Как правило, решение этой оптимизационной задачи сводится к последовательному исследованию электродинамических характеристик рассматриваемых структур в выбранном диапазоне изменения конструктивных параметров, для каждого набора которых приходится полностью решать соответствующую систему алгебраических уравнений. Очевидно, что с ростом числа вариантов суммарные затраты процессорного времени могут превысить допустимый уровень, поэтому разработка методов, позволяющих сократить затраты на многовариантный анализ, является важной и актуальной.

Рассмотрим метод, позволяющий для некоторого класса задач многовариантного анализа значительно повысить его эффективность. Метод назван методом «матрешки», смысл названия станет ясным из дальнейшего изложения метода.

Выберем в качестве базового метода решения системы (1) метод LU -факторизации [1]. В общем случае факторизация проводится с выбором ведущего элемента, а это приводит к перестановке строк и столбцов по сравнению с их исходным положением перед факторизацией, поэтому нумерация элементов в структуре не будет совпадать с порядком следования строк в LU -разложении. Однако, как показала практика численного исследования проволочно-щелевых структур различных типов, в этих случаях процесс факторизации является устойчивым и без выбора ведущего элемента. Следовательно, порядок строк и столбцов в матрице после ее разложения совпадает с соответствующей нумерацией элементов в исследуемой структуре. Характерной особенностью LU -разложения, проведенного без выбора ведущего элемента, состоит в том, что значение элемента в факторизованной матрице не зависит от значений мат-



Линейная щелевая решетка

ричных элементов, стоящих в правых от данного элемента столбцах и нижних строках.

Рассмотрим класс структур, которые образованы из основной структуры путем отсечения ее части, причем считается, что усечение проводится только с одной стороны. В общем случае формирование указанных подструктур проводится за счет ограничения числа элементов в исходной структуре за счет отбрасывания элементов с номерами больше заданного. Другими словами, мы рассматриваем вложенные подструктуры с общим концом, являющимся первым элементом. В рамках подструктуры пропуск элементов не допускается.

На рисунке показаны диаграммы соответствия подструктур и их LU -разложений. Из вложенности подструктур следует и вложенность соответствующих LU -разложений. А это означает, что для проведения многовариантного анализа структур, которые можно представить в виде вложенных подструктур, достаточно провести однократную LU -факторизацию матрицы для варианта с максимальным числом элементов (для решеток) или максимальной длины (для проволочно-щелевых структур сложной геометрии).

LU -разложение для любой вложенной подструктуры получается без каких-либо дополнительных вычислительных затрат, поэтому затраты на проведение исследования структур указанного типа в диапазоне изменения их геометрических параметров будут сравнимы с затратами однократного анализа, следовательно, предложенный метод «матрешки» является эффективным методом анализа (многовариантного) вложенных проволочно-щелевых структур и их решеток.

Следует отметить, что вложенность подструктур может быть различной; она определяется нумерацией элементов, которая может отличаться от естественной. Предложенный метод применим и в решении электродинамических задач других типов при условии, если разложение матрицы может быть проведено без выбора ведущего элемента.

Список литературы

1. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры; Пер. с англ. Под ред. Э. Л. Бурштейна. М., 1977.
2. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. М., 1975.

Поступила в редакцию 23.02.87.

УДК 519.24

Н. Н. ТРУШ

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ, ВСТРЕЧАЮЩЕЙСЯ В АНАЛИЗЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

При статистическом анализе временных рядов, а именно: при исследовании оценок спектральных плоскостей вторых порядков дискретных стационарных случайных процессов и однородных случайных полей, необходимо знать свойства функций вида

$$\Phi_T(x-\lambda_1, x-\lambda_2) = (2\pi T)^{-1} \Delta_T(x-\lambda_1) \Delta_T(x-\lambda_2),$$

где

$$\Delta_T(x) = \frac{\sin \frac{Tx}{2}}{\sin \frac{x}{2}},$$

T — произвольное натуральное число; $\lambda_1, \lambda_2 \in [-\pi, \pi]$, $x \in R$. Если $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, то $\Phi_T(x-\lambda_1, x-\lambda_2) = \Phi_T(x-\lambda)$, где $\Phi_T(x)$ — ядро Фейера, свойства которого рассматриваются во многих работах [1, 2]. Некоторые свойства функции $\Phi_T(x-\lambda_1, x-\lambda_2)$ исследуются в монографии [2], статьях [3, 4].

Нетрудно видеть, что для любых точек $\lambda_1, \lambda_2 \in [-\pi, \pi]$, $\Phi_T(x-\lambda_1, x-\lambda_2)$ периодическая функция с периодом 2π и