Математика и механика

$\int \approx \Sigma$
E(X|$\mathcal{F}$)
$\nabla \cdot \vec{v} = 0$

УДК 517.977

А. И. КАЛИНИН, С. Ф. СЧАСТНЫЙ

МИНИМИЗАЦИЯ КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ НА ТРАЕКТОРИЯХ ЛИНЕЙНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ

1. В классе скалярных кусочно-постоянных управляющих воздействий $u(t)$, $t \in T = [0, t^*]$ рассмотрим следующую задачу терминального управления, зависящую от малого положительного параметра μ:

$$J(u) = c_1'z(t^*) + c_2'y(t^*) + \frac{1}{2}(z'(t^*),\ y'(t^*)) \begin{pmatrix} D_1 D_2 \\ D_2' D_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z(t^*) \\ y(t^*) \end{pmatrix} \to \min, \quad (1)$$

$$\mu\dot{z} = A_1z + A_2y + b_1u,\ z(0) = z_0,\ \dot{y} = A_3z + A_4y + b_2u,\ y(0) = y_0, \quad (2)$$

$$|u(t)| \leqslant 1,\ t \in T,\ H_1z(t^*) + H_2y(t^*) = g, \quad (3)-(4)$$

где z—n_1-вектор; y—n_2-вектор; g—m-вектор, A_i, $i=\overline{1,4}$ D_i, $i=\overline{1,3}$, H_1, H_2, b_1, b_2, c_1, c_2 — постоянные матрицы и векторы соответствующих размеров. Предполагается, что матрица A_1 устойчивая, а матрица $\begin{pmatrix} D_1 D_2 \\ D_2' D_3 \end{pmatrix}$ симметрическая и неотрицательно определенная. Требуется также, чтобы $\mathrm{rank}(H_1,\ H_2) = \mathrm{rank}(H_2 - H_1A_1^{-1}A_2) = m$ и выполнялось, по крайней мере, одно из условий: 1) $c_1 = 0$, $H_1 = 0$, $D_1 = 0$, $D_2 = 0$; 2) $b_1 = 0$.

Кусочно-постоянное управление $u_\mu(t)$, $t \in T$, удовлетворяющее (3), назовем допустимым, если порожденная им траектория системы (2) удовлетворяет (4). Если же (4) выполняется с точностью $O(\mu^{n+1})$, то управление будем называть n-допустимым. Допустимое (n-допустимое) управление назовем s-оптимальным, если оно отклоняется по критерию качества от оптимального на величину $O(\mu^{s+1})$. В данной работе излагается алгоритм, позволяющий для заданных натуральных чисел n и s ($s \leqslant n$) построить n-допустимое управление, являющееся s-оптимальным. Этот алгоритм опирается на метод пограничных функций [1] и опорный метод [2] решения линейно-квадратичных задач оптимального управления. Работа в определенном смысле аналогична [3], где рассматривалась линейная сингулярно возмущенная задача терминального управления.

2. Познакомимся с основными понятиями, которыми оперирует опорный метод [2]. В дальнейшем будут использоваться следующие обозначения:

$$A(\mu) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mu}A_1 & \frac{1}{\mu}A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix},\ D = \begin{pmatrix} D_1 D_2 \\ D_2' D_3 \end{pmatrix},\ b(\mu) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mu}b_1 \\ b_2 \end{pmatrix},\ c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix},$$

$$H = (H_1,\ H_2),\ x = \begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix},\ x_0 = \begin{pmatrix} z_0 \\ y_0 \end{pmatrix}.$$

Пусть t_j, $j=\overline{1,m}$,— различные точки из T, занумерованные в порядке их возрастания. Назовем эти точки опорными моментами, а их совокупность $T_{оп} = \{t_j,\ j=\overline{1,m}\}$ — опорой задачи (1)—(4), если не вырождена опорная матрица $\Phi_{оп}(\mu) = (\varphi(t_j, \mu), \ j=\overline{1,m})$, где $\varphi(t, \mu) = Hq(t, \mu)$, $q(t, \mu) = F(t, \mu) b(\mu)$, а $F(t, \mu)$, $t \in T$, есть решение уравнения

$$\dot{F} = -FA(\mu), \quad F(t^*) = E. \tag{5}$$

Пару $\{u_\mu, T_{оп}\}$ из допустимого управления и опоры назовем опорным управлением. Опорному управлению поставим в соответствие m-вектор потенциалов $\nu'(\mu) = \gamma'_{оп}(\mu)\Phi_{оп}^{-1}(\mu)$, где $\gamma_{оп}(\mu) = (\gamma(t_j, \mu), \ j = \overline{1, m})$, $\gamma(t, \mu) = d'(\mu) q(t, \mu)$, $t \in T$, $d(\mu) = Dx_\mu(t^*) + c$, а $x_\mu(t)$, $t \in T$,— траектория системы (2), соответствующая $u_\mu(t)$, $t \in T$. Через вектор потенциалов определим скалярную функцию $\Delta(t, \mu) = \nu'(\mu)\varphi(t, \mu) - \gamma(t, \mu)$, $t \in T$, называемую коуправлением. Легко видеть, что в опорные моменты коуправление обращается в нуль. В [2] показано, что опорное управление $\{u_\mu, T_{оп}\}$ будет оптимальным, если: $\Delta(t, \mu) \geqslant 0$ при $u_\mu(t) = 1$; $\Delta(t, \mu) \leqslant 0$ при $u_\mu(t) = -1$; $\Delta(t, \mu) = 0$ при $-1 < u_\mu(t) < 1$. Эти соотношения называются критерием оптимальности.

3. Решение уравнения (5) имеет блочную структуру:

$$F(t, \mu) = \begin{pmatrix} F^{(1)}(t, \mu) & F^{(2)}(t, \mu) \\ F^{(3)}(t, \mu) & F^{(4)}(t, \mu) \end{pmatrix},$$

где $F^{(i)}(t, \mu)$, $t \in T$, $i = \overline{1,4}$,— матрицы размеров $n_1 \times n_1$, $n_1 \times n_2$, $n_2 \times n_1$, $n_2 \times n_2$ соответственно. С помощью метода пограничных функций [1] можно разложить эти матрицы в асимптотические ряды:

$$F^{(i)}(t, \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \mu^k [F_k^{(i)}(t) + \Pi_k F^{(i)}(s)], \quad s = \frac{t - t^*}{\mu}, \quad t \in T, \ i = \overline{1, 4}. \tag{6}$$

Старшие коэффициенты разложений (6) приведены в [3]. Отметим только, что

$$F_0^{(1)}(t) = 0, \quad F_0^{(3)}(t) = 0, \quad \Pi_0 F^{(3)}(s) = 0, \quad \Pi_0 F^{(4)}(s) = 0. \tag{7}$$

Вектор-функции $q(t, \mu)$, $\varphi(t, \mu)$, $t \in T$, как видно из их определения и формул (6), (7), допускают асимптотическое разложение: $q(t, \mu) = \mu^{-1}\Pi_{-1}q(s) + \sum_{k=0}^{\infty} \mu^k [q_k(t) + \Pi_k q(s)]$, $\varphi(t, \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \mu^k [\varphi_k(t) + \Pi_k \varphi(s)]$.

4. Рассмотрим невозмущенную задачу, которую в дальнейшем будем называть базовой: $(c'_2 - c'_1 A_1^{-1} A_2)\, y(t^*) + \frac{1}{2} y'(t^*) D_Б y(t^*) \to \min$, $\dot{y} = (A_4 - A_3 A_1^{-1} A_2)\, y + (b_2 - A_3 A_1^{-1} b_1)\, u$, $y(0) = y_0$, $|u(t)| \leqslant 1$, $t \in T$, $(H_2 - H_1 A_1^{-1} A_2)\, y(t^*) = g$, где $D_Б = D_3 - D'_2 A_1^{-1} A_2 - (A_1^{-1} A_2)' D_2 + (A_1^{-1} A_2)' D_1 A_1^{-1} A_2$.

Решая эту задачу опорным методом [2], получим опорное управление $\{u^{(0)}, T_{оп}^{(0)}\}$, удовлетворяющее критерию оптимальности. Соответствующие вектор потенциалов и коуправление обозначим через $\nu^{(0)}$ и $\Delta^{(0)}(t)$, $t \in T$. Предположим, что коуправление обращается в нуль лишь в опорные моменты $t_j^{(0)}$, $j = \overline{1, m}$, причем $\dot{\Delta}^{(0)}(t_j^{(0)}) \neq 0$, $j = \overline{1, m}$. Тогда, как следует из критерия оптимальности,

$$u^{(0)}(t) = \begin{cases} -\operatorname{sgn} \dot{\Delta}^{(0)}(t_1^{(0)}), & t \in [0, t_1[, \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \\ -\operatorname{sgn} \dot{\Delta}^{(0)}(t_m^{0}), & t \in [t_{m-1}, t_m[, \\ \operatorname{sgn} \dot{\Delta}^{(0)}(t_m^{(0)}), & t \in [t_m, t^*], \end{cases} \tag{8}$$

где $t_j = t_j^{(0)}$, $j = \overline{1, m}$.

Введем в рассмотрение скалярную функцию $\Pi\Delta^{(0)}(s) = (\nu^{(0)})'\Pi_0\varphi(s) - (d^{(0)})'\Pi_0 q(s)$, $s \leqslant 0$, где $d^{(0)} = DF_0(0)\, x_0 - D[\int_0^{t_1^{(0)}} q_0(t) \operatorname{sgn} \dot{\Delta}^{(0)}(t_1^{(0)}) dt +$

$+\ldots+\int\limits_{t_{m-1}^{(0)}}^{t_m^{(0)}} q_0(t)\,\mathrm{sgn}\,\dot\Delta(t_m^{(0)})dt - \int\limits_{t_m^{(0)}}^{t^*} q_0(t)\,\mathrm{sgn}\,\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)})\,dt] + c$. В области $s \leqslant 0$ рассмотрим уравнение $\Delta^{(0)}(t^*) + \Pi\Delta^{(0)}(s) = 0$. Если это уравнение разрешимо, то число его корней конечно. Рассмотрим два возможных случая: а) уравнение не имеет корней; б) уравнение имеет корни $s_i^{(0)}$, $i=\overline{1, p}$, занумерованные в порядке их возрастания. В этом случае дополнительно предположим, что $s_p^{(0)} \neq 0$, $\frac{d}{ds}\Pi\Delta^{(0)}(s_i^{(0)}) \neq 0$, $i=\overline{1, p}$.

5. Рассмотрим случай а). В [3] показано, что в задаче (1)—(4) с достаточно малым μ существует допустимое управление $\overset{0}{u}_\mu(t)$, $t\in T$, вида (8) с точками переключения $t_j=t_j(\mu)$, $j=\overline{1, m}$, $(t_j(0)=t_j^{(0)})$. Эти точки являются корнями векторного алгебраического уравнения $R(t_1, \ldots, t_m, \mu)=0$, где

$$R(t_1, \ldots, t_m, \mu) = HF(0, \mu) - \mathrm{sgn}\,\dot\Delta^{(0)}(t_1^{(0)})\int\limits_0^{t_1}\varphi(t, \mu)\,dt -$$

$$- \ldots - \mathrm{sgn}\,\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)})\int\limits_{t_{m-1}}^{t_m}\varphi(t, \mu)\,dt + \mathrm{sgn}\,\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)})\int\limits_{t_m}^{t^*}\varphi(t, \mu)\,dt - g. \qquad (10)$$

Функция (10) допускает асимптотическое разложение $R(t_1, \ldots, t_m, \mu) = \sum\limits_{k=0}^{\infty}\mu^k r_k(t_1, \ldots, t_m)$, коэффициенты которого приведены в [3]. Соответственно с этим функции $t_j(\mu)$, $j=\overline{1, m}$, также разлагаются в асимптотические ряды $t_j(\mu) = t_j^{(0)} + \sum\limits_{k=1}^{\infty}\mu^k t_{jk}$, $j=\overline{1, m}$. Вычисляя правосторонние производные в нуле (до порядка n включительно) функции $\sum\limits_{k=0}^{n}\mu^k r_k(t_1(\mu), \ldots, t_m(\mu))$ и приравнивая их к нулю, получим n невырожденных систем линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов t_{jk}, $j=\overline{1, m}$, $k=\overline{1, n}$: $\quad J_0^{(1)}T_1^{(1)} = -r_1(t_1^{(0)}, \ldots, t_m^{(0)})$,

$$J_0^{(1)}T_2^{(1)} = -J_1^{(1)}T_1^{(1)} - \frac{1}{2}J_0^{(2)}T_1^{(2)} - r_2(t_1^{(0)}, \ldots, t_m^{(0)}), \qquad (11)$$

. . . .

где $J_k^{(s)} = \left(\frac{\partial^s r_k(t_1^{(0)}, \ldots, t_m^{(0)})}{\partial t_j^s}, \ j=\overline{1, m}\right)$, $T_k^{(s)} = (t_{jk}^s, \ j=\overline{1, m})$. Заметим, что матрица $J_0^{(1)} = (-2\varphi_0(t_j^{(0)})\,\mathrm{sgn}\,\dot\Delta^{(0)}(t_j^{(0)}), \ j=\overline{1, m})$ легко строится по опорной матрице $\Phi_{\text{оп}}^{(0)} = (\varphi_0(t_j^{(0)}), \ j=\overline{1, m})$, которая будет известна после решения базовой задачи.

Множество $T_{\text{оп}}(\mu) = \{t_j(\mu), \ j=\overline{1, m}\}$ будет опорой задачи (1)—(4), если μ достаточно мало. По аналогии с [3] можно доказать, что опорное управление $\{u_\mu^{(0)}, T_{\text{оп}}(\mu)\}$ удовлетворяет критерию оптимальности. Управление $u_{\mu n}(t)$, $t\in T$, вида (8) с точками переключения $t_j = t_j^{(0)} + \sum\limits_{k=1}^{n}\mu^k t_{jk}$, $j=\overline{1, m}$, отличается от оптимального управления $\overset{0}{u}_\mu(t)$, $t\in T$, на множестве меры $O(\mu^{n+1})$ и, следовательно, является n-оптимальным n-допустимым в задаче (1)—(4).

6. Рассмотрим случай б). Как показано в [3], в задаче (1)—(4) с достаточно малым μ существует допустимое управление вида

$$u_\mu^{(1)}(t)=\begin{cases}-\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_1^{(0)}),\ t\in[0,\ t_1[,\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ -\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)}),\ t\in[t_{m-1},\ t_m[,\\ \quad\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)},\ t\in[t_m,\ t^*+\mu s_1[,\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ (-1)^p\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)}),\ t\in[t^*+\mu s_p,\ t^*],\end{cases}\tag{12}$$

где $t_j=t_j^{(1)}(\mu)$, $j=\overline{1,\ m}$, $(t_j^{(1)}(0)=t_j^{(0)})$, $s_i=s_i^{(0)}$, $i=\overline{1,\ p}$. Функции $t_j^{(1)}(\mu)$, $j=\overline{1,\ m}$, являются корнями векторного алгебраического уравнения $R^{(1)}(t_1,\ \dots,\ t_m,\ \mu)=0$, где

$$R^{(1)}(t_1,\ \dots,\ t_m,\ \mu)=HF(0,\ \mu)\,x_0-\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_1^{(0)})\int\limits_0^{t_1}\varphi(t,\ \mu)\,dt-$$

$$-\ \dots\ -\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)})\int\limits_{t_{m-1}}^{t_m}\varphi(t,\ \mu)\,dt+\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)})\Bigl[\int\limits_{t_m}^{t^*+\mu s_1}\varphi(t,\ \mu)\,dt+$$

$$+\ \dots\ +(-1)^p\int\limits_{t^*+\mu s_p}^{t^*}\varphi(t,\ \mu)\,dt\Bigr]-g,\ \text{при}\ s_i=s_i^{(0)},\ i=\overline{1,p}.\tag{13}$$

Функция (13) допускает асимптотическое разложение $R^{(1)}(t_1,\ \dots\ t_m,\ \mu)=r_0(t_1,\ \dots,\ t_m)+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\mu^k r_k^{(1)}(t_1,\ \dots,\ t_m)$, коэффициенты которого приведены в [3]. Соответственно функции $t_j^{(1)}(\mu)$, $j=\overline{1,\ m}$, также разлагаются в асимптотические ряды $t_j^{(1)}(\mu)=t_j^{(0)}+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\mu^k t_{jk}^{(1)}$. Коэффициенты $t_{jk}^{(1)}$, $j=\overline{1,\ m}$, $k=\overline{1,\ n}$, находятся из уравнений, аналогичных (11). По схеме, предложенной в [3], можно доказать, что опорное управленин $\{u_\mu^{(1)},\ T_{\text{оп}}^{(1)}(\mu)\}$, где $T_{\text{оп}}^{(1)}(\mu)=\{t_j^{(1)},\ \mu),\ \ j=\overline{1,\ m}\}$, является 1-оптимальным. Тогда управление $u_{\mu n}^{(1)}(t)$, $t\in T$, вида (12) с точками переключения $t_j=t_j^{(0)}+\sum\limits_{k=1}^{n}\mu^k t_{jk}^{(1)}$, $j=\overline{1,\ m}$, $t^*+\mu s_i^{(0)}$, $i=\overline{1,\ p}$, будет 1-оптимальным n-допустимым управлением в задаче (1)—(4).

Если такая точность приближения недостаточна, то переходим к построению 2-оптимального n-допустимого управления. Коуправление $\Delta^{(1)}(t,\ \mu)$, $t\in T$, соответствующее опорному управлению $\{u_\mu^{(1)},\ T_{\text{оп}}^{(1)}(\mu)\}$, допускает асимптотическое разложение $\Delta^{(1)}(t,\ \mu)=\Delta^{(0)}(t)+\Pi\Delta^{(0)}(s)+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\mu^k[\Delta_k^{(1)}(t)+\Pi_k\Delta^{(1)}(s)]$, в котором $\Delta_1^{(1)}(t)=(\nu^{(0)})'\varphi_1(t)+(\nu_1^{(1)})'\varphi_0(t)-\gamma_1^{(1)}(t)$, $t\in T$; $\Pi_1\Delta^{(1)}(s)=(\nu^{(0)})'\Pi_1\varphi(s)+(\nu_1^{(1)})'\Pi_0\varphi(s)-\Pi_1\gamma^{(1)}(s)$, $s\leqslant 0$; $(\nu_1^{(1)})'=[(\gamma_{\text{оп}}^{(1)})'-(\nu^{(0)})'\Phi_{\text{оп}}^{(1)}]\,(\Phi_{\text{оп}}^{(0)})^{-1}$; $\Phi_{\text{оп}}^{(1)}=(\dot\varphi_0(t_j^{(0)})\,t_{j1}^{(1)}+\varphi_1(t_j^{(0)}),\ j=\overline{1,\ m})$; $\gamma_{\text{оп}}^{(1)}=(\dot\gamma^{(0)}(t_j^{(0)})\,t_{j1}^{(1)}+\gamma_1^{(1)}(t_j^{(0)}),\ j=\overline{1,\ m})$; $\gamma^{(0)}(t)=(d^{(0)})'\,q_0(t)$; $\gamma_1^{(1)}(t)=(d_1^{(1)})'q_0(t)+(d^{(0)})'q_1(t)$; $\Pi_1\gamma^{(1)}(s)=(d_1^{(1)})'\Pi_0 q(s)+(d^{(0)})'\Pi_1 q(s)$;

$$d_1^{(1)}=D[F_1(0)x_0-\int\limits_0^{t_1^{(0)}}q_1(t)\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_1^{(0)})\,dt-\dots-\int\limits_{t_{m-1}^{(0)}}^{t_m^{(0)}}q_1(t)\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)})dt+$$

$$+\int\limits_{t_m^{(0)}}^{t^*}q_1(t)\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)})\,dt-2\,(q_0(t_1^{(0)})t_{11}^{(1)}\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_1^{(0)})+\dots q_0\,(t_m^{(0)})\,t_{m1}^{(1)}\operatorname{sgn}\times$$

$$\times\ddot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)}))+2q_0\,(t^*)\ (s_1^{(0)}-s_2^{(0)}+\ \dots\ +(-1)^{p+1}s_p^{(0)})\operatorname{sgn}\dot\Delta^{(0)}(t_m^{(0)})+$$

$+\left(\int\limits_{-\infty}^{s_1^{(0)}}\Pi_0 q(s)\,ds-\int\limits_{s_1^{(0)}}^{s_2^{(0)}}\Pi_0 q(s)\,ds+\ldots+(-1)^p\int\limits_{s_p^0}^{0}\Pi_0 q(s)\,ds\right)\operatorname{sgn}\dot{\Delta}^{(0)}(t_m^{(0)})]$. При достаточно малых μ коуправление $\Delta^{(1)}(t,\mu)$, кроме опорных моментов, обращается в нуль только в точках $t^*+\mu s_i^{(1)}(\mu)$, $i=\overline{1,p}$. Функции $s_i^{(1)}(\mu)$, $i=\overline{1,p}$, разлагаются в асимптотические ряды $s_i^{(1)}(\mu)=s_i^{(0)}+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\mu^k s_{ik}^{(1)}$. Нам понадобятся коэффициенты $s_{i1}^{(1)}$, $i=\overline{1,p}$, определяемые формулами $s_{i1}^{(1)}=-\left[\frac{d}{ds}=\Pi\Delta^{(0)}(s_i^{(0)})\right]^{-1}[\dot{\Delta}^{(0)}(t^*)s_i^{(0)}+\Delta_1^{(1)}(t^*)+\Pi_1\Delta^{(1)}\times\times(s_i^{(0)})\Big]$, $i=\overline{1,p}$.

В задаче (1)—(4) с достаточно малым μ существует допустимое управление $u_\mu^{(2)}(t), t\in T$ вида (12), где $t_j=t_j^{(2)}(\mu)$, $j=\overline{1,m}$, $s_i=s_i^{(0)}+\mu s_{i1}^{(1)}$, $i=\overline{1,p}$. Функции $t_j^{(2)}(\mu)$, $j=\overline{1,m}$, являются корнями векторного алгебраического уравнения $R^{(2)}(t_1,\ldots,t_m,\mu)=0$, левая часть которого имеет вид (13), но теперь $s_i=s_i^{(0)}+\mu s_{i1}^{(1)}$, $i=\overline{1,p}$. Имеет место асимптотическое разложение $R^{(2)}(t_1,\ldots,t_m,\mu)=r_0(t_1,\ldots,t_m)+\mu r_1^{(1)}(t_1,\ldots,t_m)+\sum\limits_{k=2}^{\infty}\mu^k r_k^{(2)}(t_1,\ldots,t_m)$. Соответственно функции $t_j^{(2)}(\mu)$, $j=\overline{1,m}$, также разлагаются в асимптотические ряды $t_j^{(2)}(\mu)=t_j^{(0)}+\mu t_{j1}^{(1)}+\sum\limits_{k=2}^{\infty}\mu^k t_{jk}^{(2)}$. Коэффициенты $t_{jk}^{(2)}$, $j=\overline{1,m}$, $k=\overline{2,n}$, находятся из уравнений, аналогичных (11). Допустимое управление $u_\mu^{(2)}(t)$, $t\in T$, будет 2-оптимальным, но тогда управление $u_{\mu n}^{(2)}(t)$, $t\in T$, вида (12) с точками переключения $t_j=t_j^{(0)}+\mu t_{j1}^{(1)}+\sum\limits_{k=2}^{n}\mu^k t_{jk}^{(2)}$, $j=\overline{1,m}$, $t^*+\mu s_i^{(0)}+\mu^2 s_{i1}^{(1)}$, $i=\overline{1,p}$, является 2-оптимальным n-допустимым управлением в задаче (1)—(4). Если достигнутая точность приближения недостаточна, можно перейти к построению 3-оптимального n-допустимого управления и т. д. по изложенной выше схеме.

Список литературы

1. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М., 1973.
2. Биби М., Костюкова О. И. // Докл. АН БССР. 1986. Т. 30. № 1. С. 16.
3. Калинин А. И., Романюк Г. А. Конструктивная теория экстремальных задач. Минск, 1984. С. 100.

Поступила в редакцию 26.12.85.

УДК 517.51

Л. И. ШЛОМА

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ПО ФОРМУЛАМ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ

Пусть $f(t)$ непрерывная 1-периодическая функция ($f(t)\in\tilde{C}$), которой поставлен в соответствие ее ряд Фурье:

$$f(t)\sim I(f)+\sum_{m=1}^{\infty}a_m\cos 2m\pi t+b_m\sin 2m\pi t, \tag{1}$$

$I(f)=\int\limits_0^1 f(t)\,dt$, a_m, b_m, $m\in N$, — коэффициенты Фурье $f(t)$. Для $f(t)\in\tilde{C}$ введем функционалы