БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

________________ О.Н.Здрок

«02» июля 2021 г.

Регистрационный № УД-10481/уч.

Математический анализ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направления специальности:
1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)
1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

2021 г.

Учебная программа составлена на основе типового учебного плана G 31-1-011 / пр-тип. от 31.03.2021 и учебных планов № G 31-1-003/ уч. от 25.05.2021, № G 31-1-004/ уч. от 25.05.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

С.А. Бондарев, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

И.Л. Васильев, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.В. Бровка, профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор;

В.Г. Кротов, профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Т.С. Мардвилко, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.Б. Яблонская, доцент кафедры общей математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.В. Гороховик, заведующий Отделом нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной Академии Наук Республики Беларусь, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Национальной Академии наук Беларуси;

А.Б. Антоневич, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций Белорусского государственного университета
(протокол № 12 от 30.06.2021);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета
(протокол № 7 от 30.06.2021)

Заведующий
кафедрой теории функций Н.В. Бровка

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Математический анализ» – создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики.

Образовательная цель: изложение основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, изучение алгоритмов решения конкретных математических задач.

Задачи учебной дисциплины «Математический анализ»:

1. Формирование у студентов понятия числа.
2. Изучение понятия предела и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;
3. Изучение основ дифференциального и интегрального исчисления;
4. Использование основ дифференциального и интегрального исчисления при решении задач математики, механики, математической физики.

Место учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Математический анализ» относится **к модулю** «Математический анализ» 1 государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами

Учебная дисциплина «Математический анализ» является основой для преподавания большинства математических курсов. Наиболее тесной является связь с такими дисциплинами как «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Экстремальные задачи», «Вариационное исчисление».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математический анализ» должно обеспечить формирование следующих универсальных и базовых профессиональных компетенций:

универсальные **компетенции:**

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

базовые профессиональные **компетенции:**

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

– основные понятия и результаты дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных;

– методы доказательств и алгоритмы решения задач математического анализа;

– новейшие достижения в области математического анализа и их приложения в задачах естествознания;

уметь:

– использовать основные результаты математического анализа в практической деятельности;

– использовать теоретические и практические навыки применения дифференциального и интегрального исчисления в математике;

владеть:

– основными методами интегрирования и дифференцирования функций, рядов и интегралов;

– методами доказательств и аналитического исследования функций, рядов и интегралов на непрерывность, сходимость, равномерную сходимость;

– навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Структура учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Математический анализ» изучается в 1, 2, 3 семестрах очной формы получения высшего образования. Всего на ее изучение отведено 756 часов, в том числе 424 аудиторных часа, из них: лекции – 200 часов, лабораторные занятия – 188 часов, управляемая самостоятельная работа – 36 часов, из них:

– 1 семестр – всего: 252 часа в том числе 144 аудиторных часа, из них: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

– 2 семестр – всего: 252 часа, в том числе 136 аудиторных часов, из них: лекции – 64 часа, лабораторные занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

– 3 семестр – всего: 252 часа в том числе 144 аудиторных часа, из них: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – зачет и экзамен в каждом семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. Элементы теории множеств

Тема 1.1 Правила логического вывода. Множества, отношения, функции

Высказывания. Кванторы общности и существования. Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения. Понятие отображения (функции). Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение. Отношение эквивалентности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.

Тема 1.2 Множество действительных чисел

Аксиоматика и модели множества действительных чисел. Важнейшие подмножества. Границы числовых множеств. Ограниченные множества. Точные границы множества. Теорема Дедекинда.

Принцип Архимеда. Позиционные системы счисления.

Понятие о мощности множества, основные мощности. Теорема Кантора о несчетности континуума.

РАЗДЕЛ II. Теория пределов

Тема 2.1 Предел последовательности

Ограниченные последовательности. Предел последовательности и его свойства. Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.

Тема 2.2 Предел функции

Определение предела функции по Коши и по Гейне. Общие свойства предела функции. Предел и операции над функциями. Предел функции и неравенства. Замечательные пределы.

Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау. Критерий Коши существования предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

Тема 2.3 Непрерывные функции

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака) и арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции.

Теоремы Вейерштрасса и теоремы Больцано-Коши. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.

Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Непрерывность элементарных функций и замечательные пределы.

РАЗДЕЛ III. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 3.1 Дифференцируемые функции

Задачи, приводящие к понятию производной. Производная и дифференцируемость. Дифференциал.

Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости. Связь дифференцирования с операциями над функциями. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Экстремумы функции. Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши). Правила Лопиталя.

Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши. Разложение элементарных функций.

Монотонность и знак производной. Достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.

РАЗДЕЛ IV. Интегральное исчисление функций одной переменной

Тема 4.1 Неопределенный интеграл

Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Интегрирование по частям и замена переменной.

Интегрирование рациональных функций, интегрирование некоторых иррациональностей.

Тема 4.2 Определенный интеграл Римана

Примеры задач, приводящих к понятию интеграла. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.

Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций.

Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении.

Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Тема 4.3 Приложения определенного интеграла

Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции, площадь поверхности вращения, объем тела вращения.

Тема 4.4 Несобственные интегралы

Несобственные интегралы и их свойства. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

РАЗДЕЛ V. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Тема 5.1 Метрические пространства

Метрика, шары, открытые множества. Внутренние точки множества, внутренность. Предельные и изолированные точки множества. Замкнутые множества, замыкание, граница. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Компактные и связные множества.

Предел последовательности и функции в метрическом пространстве. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

Евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества. Теорема Гейне-Бореля.

Непрерывные функции на метрических пространствах. Теоремы о непрерывном образе компакта и связного множества. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Тема 5.2 Дифференцируемые функции многих переменных

Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемость, производная и ее свойства. Формула Лагранжа.

Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца.

Полином Тейлора, формула Тейлора.

Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Тема 5.3 Дифференцируемые векторные функции

Векторные функции, компоненты. Линейные отображений из R^n в R^m. Дифференцируемые векторные функции. Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.

Гомеоморфизм. Теорема Брауера. Теорема об обратной функции. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.

РАЗДЕЛ VI. Теория рядов

Тема 6.1 Числовые ряды

Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши.

Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши.

Абсолютная и условная сходимость, связь между ними. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Ассоциативность и коммутативность в теории рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Тема 6.2 Функциональные последовательности и ряды

Равномерная сходимость, критерий Коши. Теорема о перестановке предельных переходов. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда. Теорема Дини.

Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.

Тема 6.3 Ряды Фурье

Тригонометрическая система, ряды Фурье. Интегральные представления для сумм Фурье.

Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Условия сходимости ряда Фурье в точке. Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье. Теорема Дирихле-Жордана.

Тема 6.4 Интегралы, зависящие от параметра

Элементарная теория. Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.

Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле. Гамма- и бета-функции Эйлера.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР (аудиторный контроль)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Элементы теории множеств**	**16**			**14**			
1.1	Правила логического вывода. Множества, отношения, функции	6			8			
1.2	Множество действительных чисел	10			6			
2	**Теория пределов**	**26**			**30**		**8**	
2.1	Предел последовательности	10			14		4	коллоквиум, контрольная работа
2.2	Предел функции	4			10		2	контрольная работа
2.3	Непрерывные функции	12			6		2	контрольная работа
3	**Дифференциальное исчисление функций одной переменной**	**26**			**20**		**4**	
3.1	Дифференцируемые функции	26			20		4	коллоквиум, контрольная работа
	Всего за 1 семестр	**68**			**64**		**12**	
4	**Интегральное исчисление функций одной переменной**	**30**			**34**		**8**	

4.1	Неопределенный интеграл	6			12		2	контрольная работа
4.2	Определенный интеграл Римана	14			12		2	контрольная работа
4.3	Приложения определенного интеграла	4			6			
4.4	Несобственные интегралы	6			4		4	коллоквиум, контрольная работа
5	**Дифференциальное исчисление функций многих переменных**	**34**			**26**		4	
5.1	Метрические пространства	10			8			
5.2	Дифференцируемые функции многих переменных	14			12		2	коллоквиум
5.3	Дифференцируемые векторные функции	10			6		2	контрольная работа
	Всего за 2 семестр	**64**			**60**		**12**	
6	**Теория рядов**							
6.1	Числовые ряды	18			20		2	контрольная работа
6.2	Функциональные последовательности и ряды	12			16		4	коллоквиум, контрольная работа
6.3	Ряды Фурье	18			10		2	контрольная работа
6.4	Интегралы, зависящие от параметра	16			18		4	коллоквиум, контрольная работа
	Всего за 3семестр	**68**			**64**		**12**	
	Всего по дисциплине	**200**			**188**		**36**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1 Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000.
2 В.А. Зорич. Математический анализ (2 тома). М.: МЦНМО, 2019 и другие издания.
3 Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. М.: Высшая школа, Т. 1, 2. 1981 и другие издания.
4 С.М. Никольский. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1990 и другие издания.
5 Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 1–6. Минск: Вышэйшая школа, 2008.
6 В.Г. Кротов. Математический анализ. Минск: БГУ, 2017
7 Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990.
8 Сборник задач по математическому анализу /Под ред. Л.Д. Кудрявцева, М.: Наука, Т. 1. – 1984, Т. 2. – 1986, Т. 3 – 1994 и другие издания.

Перечень дополнительной литературы

9 Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. М.: Наука. 2001 и другие издания.
10 В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. М.: Наука, 1985 и другие издания.
11 А.М. Тер-Крикоров, И.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.
12 У. Рудин. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976 и другие издания.
13 Г. Полиа, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1978.
14 Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

– Контрольная работа.
– Коллоквиум.

Методика формирования итоговой оценки:

Итоговая оценка формируется на основе документов:

– Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012);

– Положение о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020 г.);
– Положение об организации аттестации лиц, не сдавших экзамены, зачеты, не прошедших иные формы контроля результатов учебной деятельности, предусмотренные учебными планами и учебными программами, и ликвидации академической разницы в учебных планах в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ 20.10.2020 № 549-ОД);
– Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов (курсантов, слушателей) от 18.11.2019.
– Критерии оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Формой текущей аттестации учебными планами предусмотрены зачет и экзамен в каждом из 1, 2, 3 семестров.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формирование оценки текущей успеваемости: отметка текущей успеваемости представляет собой среднеарифметическую величину отметок по всем формам текущего контроля знаний по учебной дисциплине.

Итоговая оценка по учебной дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационной оценки – 50 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.1 Предел последовательности (2 ч.)

Примерный перечень вопросов:

Ограниченные последовательности.

Предел последовательности и его свойства.

Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности.

Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.

Форма контроля – коллоквиум.

Тема 3.1 Дифференцируемые функции (2 ч.)
Примерный перечень вопросов:
Задачи, приводящие к понятию производной.
Производная и дифференцируемость. Дифференциал.
Производные элементарных функций.
Правила дифференцирования.
Связь непрерывности и дифференцируемости.
Связь дифференцирования с операциями над функциями.
Производная обратной функции.
Производные высших порядков.
Экстремумы функции.
Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).
Правила Лопиталя.
Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши.
Разложение элементарных функций.
Монотонность и знак производной.
Достаточные условия экстремума.
Алгоритм отыскания глобального экстремума.
Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.
Форма контроля – коллоквиум.

Тема 4.4 Несобственные интегралы (2 ч.)
Примерный перечень вопросов:
Несобственные интегралы и их свойства.
Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле.
Главное значение по Коши.
Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
Абсолютная и условная сходимость.
Признак сравнения для интегралов от положительных функций.
Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.
Форма контроля – коллоквиум.

Тема 5.2 Дифференцируемые функции многих переменных (2 ч.)
Примерный перечень вопросов:
Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы.
Дифференцируемость, производная и ее свойства.
Формула Лагранжа.
Частные производные.
Достаточное условие дифференцируемости.
Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.
Частные производные высших порядков.
Теорема Шварца.
Полином Тейлора, формула Тейлора.
Квадратичные формы и их матрицы.

Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
Локальные экстремумы функции.
Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции.
Достаточное условие экстремума.
Форма контроля – коллоквиум.

Тема 6.2 Функциональные последовательности и ряды (2 ч.)
Примерный перечень вопросов:
Равномерная сходимость, критерий Коши.
Теорема о перестановке предельных переходов.
Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов.
Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда.
Теорема Дини.
Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.
Форма контроля – коллоквиум.

Тема 6.4 Интегралы, зависящие от параметра (2 ч.)
Примерный перечень вопросов:
Интегралы по конечному промежутку, зависящие от параметра и их свойства.
Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.
Двойные несобственные интегралы от параметра.
Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле.
Гамма- и бета-функции Эйлера.
Форма контроля – коллоквиум.

Тема 2.1 Предел последовательности (2 ч.)
1) Сформулировать определения того, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ а) на языке «$\varepsilon - \delta$», б) с помощью понятия окрестности, в) доказать по определению, что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2+1}{7n^2+n}=\frac{3}{7}$.
2) Установить, является ли последовательность $a_n = (3^{(-1)^n} + 4^{(-1)^{n+1}n})^{1/n}$ сходящейся и обосновать ответ
3) Вычислить $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(5n^{12}-1)(4n+2)^{12}}{(3n^2+2)^6(n+4)^{14}}$.
4) Вычислить $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(\frac{3^n+2}{3^n}\right)^{2\cdot 3^n-1}+\frac{5n\cos^3 n}{2n^2+1}\right)$.
Форма контроля – контрольная работа.

Тема 2.2 Предел функции (2 ч.)
1) Запишите определение на языке «$\varepsilon - \delta$» следующего утверждения и приведите соответствующий пример $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$

2) Используя определение понятия предела, докажите, что $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{\sqrt{x+7}}=\dfrac{1}{3}$.

3) Найдите пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x^2 3^x}{1+x^2 4^x}\right)^{\frac{1}{tg^2 x}}$ б) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{2^{\cos x}-1}{\ln\sin x}$

4) Найдите эквивалентную в виде $A(x-2)^{\alpha}$ для функции

$$f(x)=2^x-4+\lg^2(x-1).$$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 2.3 Непрерывные функции (2 ч.)

1. Доказать по определению, что функция $f(x)=-2x^2-4$ непрерывна в точке $x_0=3$

2. Исследовать функцию на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и построить график

а) $y=|x|-\dfrac{\pi}{2}$ при $|x|\le-\dfrac{\pi}{2}$, $y=\mathrm{ctg}\,x$ при $-\dfrac{\pi}{2}<x<0$, $y=\mathrm{arctg}\,x$ при $x\ge 0$,

b) $y=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^n-x^{-n}}{x^n+x^{-n}}$

3. Доказать, что уравнение $x^5-6x^2+3x-7=0$ имеет решения на отрезке $[0,2]$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 3.1. Дифференцируемые функции (2 ч.)

1) Найти производные функций

а) $y=x^3-3x^2+4x-1$, b) $y=e^{2\sin 5x+3\cos 2x}$, c) $y=\dfrac{e^x\cos x}{x+\sin x}$.

2) Построить графики функции, определив экстремумы, интервалы монотонности и интервалы выпуклости

а) $y=x^3-2x^2+1$, b) $y=x^2e^x$, c) $y=\dfrac{x}{x^2-1}$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.1. Неопределенный интеграл (2 ч.)

Найти неопределенные интегралы

1) $\int\cos^{\alpha}x\sin x dx$, 2) $\int\dfrac{xdx}{2x^2+3x+5}$, 3) $\int x\arcsin(x-1)dx$, 4) $\int x\arcsin(x-1)dx$,

5) $\int \frac{(1+\sin x)^2 dx}{1+\cos x}$, 6) $\int \frac{arctg\sqrt{x}dx}{(1+x)\sqrt{x}}$, 7) $\int e^x \sin^2 x dx$, 8) $\int \sqrt{x} \arcsin \sqrt{1-x} dx$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.2 Определенный интеграл Римана (2 ч.)

1. Вычислить по определению $\int_0^1 x dx$.

2. Вычислить

a) $\int_0^\pi (3-2x)\cos\frac{x}{2}dx$, b) $\int_0^{16} \sqrt{256-x^2}dx$, c) $\int_0^{16} \frac{1+\ln(x+1)}{x+1}dx$

3. Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

a) $x=-2y^2$, $x=1-3y^2$,

b) $\rho=1$ ($\rho \ge 1$), $\rho = 2\cos 3\varphi$

4. Вычислить длину кривой $x=5(t-\sin t)$, $x=5(t-\cos t)$, $0 \le t \le 2\pi$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.4. Несобственные интегралы (2 ч.)

Определить сходимость несобственных интегралов

a) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1+x)}}dx$, b) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x|\ln x|^p}$, c) $\int_0^2 x \ \ln x dx$, d) $\int_0^2 x\ e^{-x}dx$, e) $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-x}}{|\sin x|^\alpha}dx, \alpha \in (0,1)$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 5.3. Дифференцируемые векторные функции (2 ч.)

1. Найти матрицу Якоби функции

a) $f(x,y)=(e^x \cos y, e^x \sin y)$, b) $f(r,\varphi,\theta)=(r\cos\varphi\sin\theta, r\sin\varphi\sin\theta, r\cos\theta)$.

2. Проверить условия теоремы об обратной функции для $f(x,y)=(e^x \cos y, e^x \sin y)$ и найти области обратимости.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 6.1 Числовые ряды (2 ч.)

1. Найти сумму ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{6}{36k^2-24k-5}$

2. Исследовать ряды на сходимость

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{3^{n^2}}$, b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}3^{n+1}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2}$, c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(an)}{n+2}\right)^{n}, a>0$, d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+1}}{(n+1)!}$.

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\sqrt{n}x}{n^{\alpha}}, x>0$, b) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+(-1)^n}$, c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{\pi n}{8}}{n^{\alpha}}$, d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln\left(1+\frac{(-1)^n}{n^p}\right)$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 6.2. Функциональные последовательности и ряды (2 ч.)

1. Найти предельную функцию последовательности на указанном множестве

a) $f_n(x)=n^2\left(1-cos\frac{\sqrt[4]{x}}{n}\right), x\in[0,\infty)$, b) $f_n(x)=n^2\left(x^{\frac{1}{2n^2}}-1\right), x\in[0,\infty)$.

2. Исследовать функциональный ряд на равномерную сходимость на указанном множестве

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3arctg\, n\sqrt{x}}{x^4+n\sqrt[3]{n}}, x\in\square$, b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3x)^n}{n\sqrt{n+x}}, x\in\left[0,\frac{1}{3}\right]$.

3. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3+(-1)^n)^n}{n^2+2}(x-4)^n$, b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2+(-1)^n\cdot 3)^n}{n}(x+2)^n$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 6.3 Ряды Фурье (2 ч.)

1. Разложить в ряд Фурье функцию $y=\operatorname{sign}\sin x$. Пользуясь этим разложением, вычислить $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}$

2. Разложить функцию $y=x$ в ряд Фурье..

3. Функцию $y=|x|$ разложить в ряд Фурье на отрезке $[-\pi,\pi]$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 6.4 Интегралы, зависящие от параметра (2 ч.)

1. Найти области равномерной сходимости несобственных интегралов от параметра

a) $\int\limits_1^{\infty}\frac{dx}{x^y}$, b) $\int\limits_1^{2}\frac{dx}{(x-1)^y}$, c) b$\int\limits_1^{\infty}x^y e^{-x^y}dx$, d) $\int\limits_0^{\infty}(y^3+x)e^{-yx^2}dx$.

2. Доказать равномерную сходимость интеграла на указанном множестве S

a) $\int\limits_0^{\infty}\frac{\sin x}{x}e^{-xy}dx$, $S=[0,\infty)$

b) $\int\limits_0^{\infty}\frac{\sin x}{\sqrt{x}}\frac{dx}{1+x^2y^2}$, $S=(-\infty,+\infty)$.

Форма контроля – контрольная работа.

Примерная тематика лабораторных занятий

1 семестр

Занятие № 1. Высказывания. Кванторы общности и существования. Множества и операции над ними.

Занятие № 2. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения.

Занятие № 3. Понятие отображения (функции). Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение.

Занятие № 4. Отношение эквивалентности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.

Занятие № 5. Аксиоматика и модели множества действительных чисел. Важнейшие подмножества. Границы числовых множеств. Ограниченные множества Точные границы множества. Теорема Дедекинда.

Занятие № 6. Принцип Архимеда. Позиционные системы счисления.

Занятие № 7. Понятие о мощности множества, основные мощности. Теорема Кантора о несчетности континуума.

Занятие № 8. Ограниченные последовательности. Предел последовательности и его свойства.

Занятие № 9. Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах.

Занятие № 10. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Занятие № 11. Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Занятия № 12, 13. Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности.

Занятие № 14. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.

Занятие № 15. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Общие свойства предела функции. Предел и операции над функциями.

Занятие № 16. Предел функции и неравенства. Замечательные пределы.

Занятие № 17. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау.

Занятие № 18. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау.

Занятие № 19. Критерий Коши существования предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции

Занятие № 20. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака) и арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции.

Занятие № 21. Теоремы Вейерштрасса и теоремы Больцано-Коши. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.

Занятие № 22. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Непрерывность элементарных функций и замечательные пределы.

Занятие № 23. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная и дифференцируемость. Дифференциал.

Занятие № 24. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости.

Занятие № 25, 26. Связь дифференцирования с операциями над функциями. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Занятие № 27. Экстремумы функции. Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).

Занятие № 28. Правила Лопиталя.

Занятие № 29. Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши.

Занятие № 30. Разложение элементарных функций.

Занятие № 31. Монотонность и знак производной. Достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Занятие № 32. Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.

2 семестр

Занятие № 1. Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства.

Занятие № 2. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций.

Занятие № 3. Интегрирование по частям и замена переменной.

Занятия № 4, 5. Интегрирование рациональных функций.

Занятие 6. Интегрирование некоторых иррациональностей.

Занятие № 7. Примеры задач, приводящих к понятию интеграла. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.

Занятие № 8. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций.

Занятие № 9. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении.

Занятия № 10,11. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Занятие № 12. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Занятие № 13. Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции.

Занятие № 14. Площадь поверхности вращения.

Занятие № 15. Объем тела вращения

Занятие № 16. Несобственные интегралы и их свойства. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

Занятие № 17. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

Занятие № 18. Метрика, шары, открытые множества. Внутренние точки множества, внутренность. Предельные и изолированные точки множества. Замкнутые множества, замыкание, граница. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Компактные и связные множества.

Занятия № 19. Предел последовательности и функции в метрическом пространстве. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

Занятие № 20. Евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества. Теорема Гейне-Бореля.

Занятие № 21. Непрерывные функции на метрических пространствах. Теоремы о непрерывном образе компакта и связного множества. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Занятие № 22. Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемость, производная и ее свойства. Формула Лагранжа.

Занятия № 23, 24. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца.

Занятие № 25. Полином Тейлора, формула Тейлора.

Занятия № 26, 27. Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Занятие № 28. Векторные функции, компоненты. Линейные отображений из R^n в R^m. Дифференцируемые векторные функции.

Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.

Занятие № 29. Гомеоморфизм. Теорема Брауера. Теорема об обратной функции.

Занятие № 30. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.

3 семестр

Занятия № 1, 2. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши.

Занятие № 3, 4. Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы.

Занятие № 5, 6. Признак Коши. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши.

Занятия № 7, 8, 9. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Занятие № 10. Ассоциативность и коммутативность в теории рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Занятие № 11, 12. Равномерная сходимость, критерий Коши. Теорема о перестановке предельных переходов.

Занятие № 13, 14. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов.

Занятие № 15, 16. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда. Теорема Дини.

Занятие № 17, 18. Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.

Занятие № 19-21. Тригонометрическая система, ряды Фурье. Интегральные представления для сумм Фурье.

Занятие № 22, 23. Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Условия сходимости ряда Фурье в точке. Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье. Теорема Дирихле-Жордана.

Занятия № 24-26. Интегралы по конечному промежутку, зависящие от параметра и их свойства.

Занятие № 27, 28. Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.

Занятие № 29. Двойные несобственные интегралы от параметра.

Занятие № 30. Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле.

Занятие № 31, 32. Гамма- и бета-функции Эйлера.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется ***практико-ориентированный подход,*** который предполагает*:*

– освоение содержание образования через решения практических задач;

– приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;

– ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

– использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации
по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Математический анализ» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении индивидуальных заданий по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1 семестр

1. Высказывания. Кванторы общности и существования.
2. Множества и операции над ними.
3. Декартово произведение множеств.
4. Бинарные отношения. Понятие отображения (функции).
5. Сюръекция, инъекция, биекция.
6. Обратное отображение.
7. Отношение эквивалентности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.
8. Аксиоматика и модели множества действительных чисел.
9. Важнейшие подмножества.
10. Границы числовых множеств.
11. Ограниченные множества.
12. Точные границы множества.
13. Теорема Дедекинда.
14. Принцип Архимеда.
15. Позиционные системы счисления.
16. Понятие о мощности множества, основные мощности.
17. Теорема Кантора о несчетности континуума.
18. Ограниченные последовательности.
19. Предел последовательности и его свойства.
20. Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах.
21. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
22. Теорема о сходимости монотонных последовательностей.

23. Число Эйлера.
24. Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности.
25. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.
26. Определение предела функции по Коши и по Гейне.
27. Общие свойства предела функции.
28. Предел и операции над функциями.
29. Предел функции и неравенства.
30. Замечательные пределы.
31. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы.
32. Символы Харди и Ландау.
33. Критерий Коши существования предела функции.
34. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.
35. Непрерывность функции в точке.
36. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака) и арифметические операции над непрерывными функциями.
37. Непрерывность композиции.
38. Теоремы Вейерштрасса и теоремы Больцано-Коши.
39. Теорема о непрерывном образе отрезка.
40. Равномерная непрерывность, теорема Кантора.
41. Колебание функции.
42. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции.
43. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.
44. Непрерывность элементарных функций и замечательные пределы.
45. Задачи, приводящие к понятию производной.
46. Производная и дифференцируемость. Дифференциал.
47. Производные элементарных функций.
48. Правила дифференцирования.
49. Связь непрерывности и дифференцируемости.
50. Связь дифференцирования с операциями над функциями.
51. Производная обратной функции.
52. Производные высших порядков.
53. Экстремумы функции.
54. Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).
55. Правила Лопиталя.
56. Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши.
57. Разложение элементарных функций.
58. Монотонность и знак производной.
59. Достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

60. Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости.
61. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.
62. Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства.
63. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций.
64. Интегрирование по частям и замена переменной.

2 семестр

1. Интегрирование рациональных функций.
2. Интегрирование некоторых иррациональностей.
3. Примеры задач, приводящих к понятию интеграла.
4. Определение интеграла Римана.
5. Необходимое условие интегрируемости.
6. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу.
7. Классы интегрируемых функций.
8. Свойства определенного интеграла.
9. Теоремы о среднем значении.
10. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
12. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.
13. Длина пространственной кривой.
14. Площадь криволинейной трапеции.
15. Площадь поверхности вращения.
16. Объем тела вращения.
17. Несобственные интегралы и их свойства.
18. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле.
19. Главное значение по Коши.
20. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
21. Абсолютная и условная сходимость.
22. Признак сравнения для интегралов от положительных функций.
23. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.
24. Метрика, шары, открытые множества.
25. Внутренние точки множества, внутренность.
26. Предельные и изолированные точки множества.
27. Замкнутые множества, замыкание, граница.
28. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств.
29. Компактные и связные множества.
30. Предел последовательности и функции в метрическом пространстве.
31. Непрерывность функции на метрическом пространстве.
32. Глобальный критерий непрерывности.
33. Ограниченные множества.
34. Последовательность Коши, полнота метрического пространства.
35. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

36. Евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества. Теорема Гейне-Бореля.
37. Непрерывные функции на метрических пространствах.
38. Теоремы о непрерывном образе компакта и связного множества.
39. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве.
40. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
41. Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы.
42. Дифференцируемость, производная и ее свойства.
43. Формула Лагранжа.
44. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости.
45. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.
46. Частные производные высших порядков.
47. Теорема Шварца.
48. Полином Тейлора, формула Тейлора.
49. Квадратичные формы и их матрицы.
50. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
51. Локальные экстремумы функции.
52. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции.
53. Достаточное условие экстремума.
54. Векторные функции, компоненты.
55. Линейные отображений из R^n в R^m.
56. Дифференцируемые векторные функции.
57. Свойства производной и связь с производными компонент.
58. Матрица Якоби.
59. Производная композиции.
60. Гомеоморфизм.
61. Теорема Брауера.
62. Теорема об обратной функции.
63. Теорема о неявной функции.
64. Формулы для определения производных неявной функции.
65. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы.
66. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда.
67. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда.
68. Операции над сходящимися рядами.
69. Необходимое условие сходимости ряда.
70. Критерий Коши.
71. Положительные ряды, критерий сходимости.
72. Признак сравнения и его различные формы.
73. Признак Коши.
74. Теорема Куммера.
75. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса.
76. Интегральный признак Коши.
77. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними.
78. Преобразование Абеля.
79. Признаки Абеля и Дирихле.

80. Ряды Лейбница.
81. Ассоциативность и коммутативность в теории рядов.
82. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

3 семестр

1. Равномерная сходимость, критерий Коши.
2. Теорема о перестановке предельных переходов.
3. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов.
4. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда. Теорема Дини.
5. Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.
6. Тригонометрическая система, ряды Фурье.
7. Интегральные представления для сумм Фурье.
8. Лемма Римана-Лебега.
9. Принцип локализации.
10. Условия сходимости ряда Фурье в точке.
11. Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье.
12. Теорема Дирихле-Жордана.
13. Элементарная теория.
14. Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.
15. Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле.
16. Гамма- и бета-функции Эйлера.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Дифференциальные уравнения	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Изменений не требуется (протокол № 12 от 30.06.2021)
Функциональный анализ	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Изменений не требуется (протокол № 12 от 30.06.2021)
Экстремальные задачи	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Изменений не требуется (протокол № 12 от 30.06.2021)
Вариационное исчисление	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Изменений не требуется (протокол № 12 от 30.06.2021)
Теория функций комплексного переменного	Кафедра теории функций	нет	Изменений не требуется (протокол № 12 от 30.06.2021)
Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Изменений не требуется (протокол № 12 от 30.06.2021)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры теории функций (протокол № ____ от ________ 202_ г.)

Заведующий кафедрой
Доктор педагогических наук, профессор ________________Н.В. Бровка

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
Доктор физико-математических наук ________________С.М. Босяков