УДК 548.0:539

А. О. ГРУБИЧ, ЛЕ ТЬЕН ХАЙ

# ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ С УЧЕТОМ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛАХ

Согласно [1], на больших расстояниях от кристалла (таких, что испущенная электромагнитная волна становится практически сферической) число фотонов с волновым вектором $\mathbf{k}$ и поляризацией $s = \sigma, \pi$ определяется формулой

$$N_{\mathbf{k}s} = \frac{e^2\omega}{(2\pi)^2} \overline{\left| \int dt \mathbf{v} \mathbf{E}^{(-)}_{\mathbf{k}s}(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t) \right|^2}, \qquad (1)$$

в которой $e^2 = 1/137$ $(\hbar = c = 1)$; $\omega = |\mathbf{k}|$; $\mathbf{v} \equiv \mathbf{v}(t)$ — скорость заряженной частицы; $\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}(t)$ — ее радиус-вектор; $\mathbf{E}^{(j)}_{\mathbf{k}s}$ — точное решение однородных уравнений Максвелла в случае рассеяния на кристалле плоской электромагнитной волны $\mathbf{e}_s \exp(i\mathbf{kr})$ с вектором поляризации $\mathbf{e}_s$, имеющее асимптотику типа падающая плоская волна плюс сходящаяся сферическая волна. Горизонтальная черта означает усреднение квадрата модуля в (1) по всем возможным траекториям движения частицы в кристалле.

Явные выражения для полей $\mathbf{E}^{(j)}_{\mathbf{k}s}$ в случае двухволновой дифракции рентгеновского излучения в кристалле приведены в § 12 книги [1] (см. также [2]). Что же касается операции усреднения в правой части (1), то она весьма похожа на процедуру усреднения, проведенную в [1, 3]. Как и в [1, 3], спектрально-угловое распределение излучения, генерируемого заряженной частицей при пролете через кристаллическую пластинку, можно записать в виде суммы шести слагаемых:

$$N_{\mathbf{k}s} = \sum_{\substack{ij=1 \\ (i<j)}}^{3} N^{ij}_{\mathbf{k}s}, \qquad (2)$$

каждое из которых соответствует излучению, образованному при движении частицы в областях пространства $i$ и $j$: $i(j) = 1$ — область $z < 0$ (вакуумное пространство впереди пластинки), $i(j) = 2$ — область $0 \leqslant z \leqslant T$ (пространство, занятое пластинкой) и $i(j) = 3$ — область $z > T$ (вакуумное пространство позади пластинки).

Рассмотрим здесь случай нормального падения заряженных частиц на плоскопараллельную монокристаллическую пластинку, вырезанную таким образом, что направление нормали к поверхности пластинки (задаваемое вектором N) не совпадает с направлением основных кристаллографических осей. Тогда усреднение в правой части (1) (обусловленное многократным рассеянием частицы на атомах среды) производится, очевидно, с помощью обычной функции распределения частиц по координатам $\mathbf{r}$ и скоростям $\mathbf{v}$, использованной при расчетах интенсивности тормозного излучения ультрарелятивистских электронов в аморфных средах [1, 3]. В результате для членов суммы (2) в случае дифракции по Лауэ ($\mathbf{kN} > 0$ и $(\mathbf{k} + 2\pi\vec{\tau})\mathbf{N} > 0$, $2\pi\vec{\tau}$ — вектор обратной решетки) и излучения, испускаемого вперед (вдоль направления вектора $\mathbf{N}$), получим следующие выражения (в «единицах» $e^2\omega/4\pi^2$):

$$N^{11}_{\mathbf{k}s} = \frac{(\mathbf{e}_s\mathbf{N})^2}{q_0^2} |A|^2, \qquad (3)$$

$$N^{12}_{\mathbf{k}s} = 2\mathrm{Re}\,\frac{\mathbf{e}_s\mathbf{N}}{iq_0} A \int_0^T dt \int d\Theta F_s(\Theta) \sum_{\mu=1}^{2} \gamma^{0*}_{(3-\mu)s} U_1(\Theta, t, \mathbf{k}^*_{\mu s}) \times$$
$$\times \exp\{-i\omega(\varepsilon_{\mu s}\delta_{\mu 1} + \varepsilon^*_{\mu s}\delta_{\mu 2}) T\}, \qquad (4)$$

$$N_{\kappa s}^{13} = 2\mathrm{Re}\frac{\mathbf{e}_s\mathbf{N}}{iq_0} A \int_0^\infty dt \int d\Theta F_s(\Theta)\, u_1(\Theta,\ T,\ \mathbf{k}) \times$$

$$\times \exp\left\{-iq_0 t + i\omega t\left(\Theta\frac{\mathbf{k}}{\omega} - \frac{\Theta^2}{2}\right)\right\}, \tag{5}$$

$$N_{\kappa s}^{22} = 2\mathrm{Re}\int_0^T dt \int_0^{T-t} d\tau \iint d\Theta d\Theta' F_s(\Theta)\, F_s(\Theta') \times$$

$$\times \left\{\sum_{\mu=1}^{2} |\gamma^0_{(3-\mu)s}|^2 u_2(\Theta,\ \Theta',\ \tau,\ \mathbf{k}^*_{\mu s})\, \tilde{u}_1(\Theta,\ t,\ 2i\,\mathrm{Im}\,\varepsilon_{\mu s}) +\right.$$

$$+ \gamma^{0*}_{1s}\gamma^0_{2s} U_2(\Theta,\ \Theta',\ \tau,\ \mathbf{k}^*_{2s})\, [\tilde{u}_1(\Theta,\ t,\ \varepsilon_{1s} - \varepsilon^*_{2s}) + \tilde{u}_1(\Theta,\ t,\ \varepsilon^*_{2s} - \varepsilon_{1s}) \times$$

$$\left.\times \exp\{2i\omega\tau + i\omega T(\varepsilon_{1s} - \varepsilon^*_{2s})\}]\right\}, \tag{6}$$

$$N_{\kappa s}^{23} = 2\mathrm{Re}\int_0^T dt \int_0^\infty d\tau \iint d\Theta d\Theta' F_s(\Theta)\, F_s(\Theta')\tilde{u}_1(\Theta, T - t,\ 0) \times$$

$$\times \exp\left\{-iq_0\tau + i\omega\tau\left(\Theta'\frac{\mathbf{k}}{\omega} - \frac{\Theta'^2}{2}\right)\right\} \sum_{\mu=1}^{2} \gamma^0_{(3-\mu)s} u_2(\Theta,\ \Theta',\ t,\ \mathbf{k}_{\mu s}), \tag{7}$$

$$N_{\kappa s}^{33} = \int_T^\infty dt \int_T^\infty dt' \int d\Theta F_s^2(\Theta)\tilde{u}_1(\Theta,\ T,\ 0) \exp\{i\omega(t' - t) \times$$

$$\times \left(\Theta\frac{\mathbf{k}}{\omega} - \frac{\Theta^2}{2}\right) - iq_0(t' - t)\}. \tag{8}$$

В этих выражениях $\mathbf{e}_s$ — вектор поляризации испускаемого фотона;

$$\frac{1}{q_0} = \frac{1}{\omega(1 - \beta\cos\vartheta)} = \frac{2}{\omega(\gamma^{-2} + \vartheta^2)} \tag{9}$$

— когерентная длина излучения в вакууме [3]; $\gamma$ — лоренц-фактор частицы; $\mathbf{kN} = \omega\cos\vartheta = \omega\left(1 - \frac{\vartheta^2}{2}\right)$; $A = \sum_{\mu=1}^{2} \gamma^0_{(3-\mu)s} \exp(i\omega T\varepsilon_{\mu s})$; $\mathbf{v} = v\cos\Theta\mathbf{N} + v\Theta$; $F_s(\Theta) = \mathbf{v}\mathbf{e}_s$; $\mathbf{k}_{\mu s}$ — волновые векторы фотона внутри кристалла $(0 \leqslant z \leqslant T)$; $\varepsilon_{\mu s} = (\hat{\varepsilon} - 1)/2$; $\hat{\varepsilon}$ — диэлектрическая проницаемость кристалла в двухволновом приближении [1, 2]; $\gamma^0_{\mu s} = (-1)^\mu (2\varepsilon_{\mu s} - \chi_0)/2(\varepsilon_{2s} - \varepsilon_{1s})$; $\chi_0 = -\omega_{Л}^2/\omega^2$ — поляризуемость кристалла; $\omega_{Л}$ — ленгмюровская частота. Аналогичные выражения получаются и для случая испускания излучения в дифракционный пик (вдоль направления, задаваемого вектором $\mathbf{n}_\tau = (\mathbf{k} + 2\pi\tau)/\omega$).

Как и в [1, 3], функции $u_1$, $\tilde{u}_1$ и $u_2$ в (4)—(8) являются фурье-образами $w_1(\mathbf{r},\ \Theta,\ t)$ плотности вероятности обнаружить частицу в окрестности «точки» $(\mathbf{r},\ \Theta)$ в момент $t$ и $w_2(\rho,\ \Theta,\ \Theta',\ t)$ — плотности условной вероятности обнаружить частицу в $(\rho,\ \Theta')$ в момент $t$, если в момент $t = 0$ она находилась в окрестности точки $(0,\ \Theta)$:

$$u_1(\Theta,\ t,\ \mathbf{a}) = \int d\mathbf{r} w_1(\mathbf{r},\ \Theta,\ t) \exp(-i\omega t + i\mathbf{ar}), \tag{10}$$

$$\tilde{u}_1(\Theta,\ t,\ a) = \int d\mathbf{r} w_1(\mathbf{r},\ \Theta,\ t) \exp(i\omega a(T - z)), \tag{11}$$

$$u_2(\Theta,\ \Theta',\ t,\ \mathbf{a}) = \int d\rho w_2(\rho,\ \Theta,\ \Theta',\ t) \exp(-i\omega t + i\mathbf{a}\rho). \tag{12}$$

Интегрирование в (4)—(8) по углам рассеяния частицы производится аналогично [3]. Однако получаемые выражения весьма громоздки (см., например, (17.14)—(17.18) в [1]) и поэтому будут приведены в другом месте. Здесь же ограничимся рассмотрением одного предельного случая, в котором указанные выражения приобретают относительно простой вид.

Пусть толщина кристалла $T$ значительно больше, чем глубина поглощения рентгеновских фотонов $L_{\mu s} = (\omega \operatorname{Im} \varepsilon_{\mu s})^{-1}$. Кроме того, предположим, что энергия частицы достаточно велика ($E > 10$ ГэВ), так что многократное рассеяние мало и выполняется неравенство $qT \ll (\omega T)^{-1}$, в котором $q = E_s^2/E^2 L_R$ — одна четвертая среднеквадратичного угла многократного рассеяния заряженной частицы на единице пути в веществе, $E_s = 21$ МэВ, $L_R$ — радиационная единица длины. В этом случае спектрально-угловое распределение ПРИ в дифракционном пике (вблизи направления, определяемого вектором $\mathbf{n}_\tau$) имеет вид

$$N^\tau_{\kappa s} = \frac{e^2\omega}{4\pi^2}\left|\sum_{\mu=1}^{2} \mathbf{e}_{\tau s}\mathbf{N})\, \gamma^\tau_{(3-\mu)s}\left(\frac{1}{q_0^\tau} - \frac{1}{q^\tau_{\mu s}}\right)\right|^2 + \Delta N^\tau_{\kappa s}, \tag{13}$$

где

$$\Delta N^\tau_{\kappa s} = \frac{e^2\omega q T}{2\pi^2}\left\{\sum_{\mu=1}^{2}\left|\frac{\gamma^\tau_{(3-\mu)s}}{q^\tau_{\mu s}}\right|^2\left[1 - \frac{T}{L_{\mu s}}(\mathbf{e}_{\tau s}\mathbf{N})^2 + \right.\right.$$

$$+ \frac{2\operatorname{Re} q^\tau_{\mu s}\omega}{|q^\tau_{\mu s}|^2}\left(2(\mathbf{e}_{\tau s}\mathbf{N})(\mathbf{n}_{\tau\perp}\mathbf{e}_{\tau s}) - (\mathbf{e}_{\tau s}\mathbf{N})^2(\mathbf{n}_\tau\mathbf{N})\right) + \frac{\omega^2(3(\operatorname{Re} q^\tau_{\mu s})^2 - L^{-2}_{\mu s})}{|q^\tau_{\mu s}|^4} \times$$

$$\left.\times |\mathbf{n}_\tau \mathbf{N}|^2 (\mathbf{e}_{\tau s}\mathbf{N})^2\right] + \operatorname{Re}\frac{2\gamma^{\tau *}_{1s}\gamma^\tau_{2s}}{\omega(\varepsilon_{1s} - \varepsilon_{2s})q^\tau_{1s}}\left[1 + \frac{i\omega T(\varepsilon_{1s} - \overset{*}{\varepsilon}_{2s})(\mathbf{e}_{s\tau}\mathbf{N})^2}{2} + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{\omega}{q^\tau_{1s}}\left(2(\mathbf{e}_{\tau s}\mathbf{N})(\mathbf{n}_{\tau\perp}\mathbf{e}_{\tau s}) - (\mathbf{e}_{\tau s}\mathbf{N})^2(\mathbf{n}_\tau\mathbf{N})\right) + \frac{\omega^2(\mathbf{e}_{\tau s}\mathbf{N})^2|\mathbf{n}_\tau \times \mathbf{N}|^2}{(q^\tau_{1s})^2}\right]\right\}. \tag{14}$$

Здесь $1/q_0^\tau = 1/\omega(1 - \mathbf{n}_\tau\mathbf{v})$ — вакуумная когерентная длина излучения; $1/q^\tau_{\mu s} = 1/\omega(1 - \mathbf{n}_\tau\mathbf{v} - \varepsilon_{\mu s})$ — когерентная длина излучения в кристалле, $\mathbf{e}_{\tau s}$ — вектор поляризации дифрагированной волны (см., например, [1, 2]), $\gamma^\tau_{\mu s} = (-1)^\mu \chi^{(s)}_{0\tau}/2(\varepsilon_{2s} - \varepsilon_{1s})$. В правой части (13) первое слагаемое описывает спектрально-угловое распределение ПРИ, второе (формула (14)) — распределение излучения, образованного в результате интерференции ПРИ и обычного тормозного излучения заряженной частицы в среде.

Анализ показывает, что в области пика ПРИ ($\theta \sim \sqrt{|\chi_0|} \sim 10^{-3}$ рад) выражение (14) много меньше по величине, чем первое слагаемое в правой части (13). Однако для описания излучения вне чрезвычайно узкой области дифракционного пика ПРИ оказывается важным учитывать поправку (14).

Таким образом, в работе получены спектрально-угловые и поляризационные распределения ПРИ с учетом многократного рассеяния заряженных частиц в кристалле и показано, что в оптически толстом кристалле ($T \gg L_{\mu s}$) даже в случае малости многократного рассеяния $qT \gg (\omega T)^{-1}$ его влияние на генерируемое излучение оказывается заметным.

Авторы выражают глубокую благодарность В. Г. Барышевскому за постановку задачи.

## Список литературы

1. Барышевский В. Г. Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск, 1982.
2. Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D.// J. Phys. 1983. V. 44. P. 913.
3. Пафомов В. Е.// Труды ФИАН. 1968. Т. 44. С. 28.

Поступила в редакцию 12.11.85.