Физика

УДК 681.325

А. А. КОЛЯДА

МЕТОД ЗНАКОВЫХ ЧИСЕЛ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОДУЛЯРНОГО КОДА

Предлагаемый в данной работе метод знаковых чисел позволяет в рамках единого алгоритма осуществлять формирование всех наиболее употребительных интегральных характеристик модулярного кода: ранга, ядра, характера, коэффициентов полиадического представления, а следовательно, знака минимального следа и интервального номера числа [1], причем за одно и то же минимальное время, составляющее $1+]\log_2 k[$ модульных операций.

В статье наряду с обозначениями работы [1] используются следующие обозначения:

$$— \hat{\eta}_l(A) = \left|\sum_{i=1}^{l}\left[\frac{m_l \alpha_{i,l}}{m_i}\right]\right|_{m_l}; \tag{1}$$

$$— \hat{\rho}_l(A) = \left[\frac{1}{m_l}\sum_{i=1}^{l}\left[\frac{m_l \alpha_{i,l}}{m_i}\right]\right], \quad l>1;$$

$$— T_l(A) = \sum_{i=1}^{l-1} M_{i,\,l-1}\,\alpha_{i,\,l-1} + \hat{\eta}_l(A)\,M_{l-1}. \tag{2}$$

Определение. Числа

$$Z_l(A) = T_l(A) - M_l, \quad l = 2, 3, \ldots, k \tag{3}$$

назовем знаковыми.

Известно [1], что для ранга $\rho_k(A)$ ядра $\eta_k(A)$, характера $\Delta_k(A)$ и коэффициента a_l полиадического представления числа A справедливы формулы:

$$\rho_k(A) = \hat{\rho}_k(A) + \Theta_k(A), \quad \eta_k(A) = \hat{\eta}_k(A) - m_k\Theta_k(A), \tag{4—5}$$

$$\Delta_k(A) = \left]\frac{1}{m_k}\left(\alpha_{kk} - \left|\sum_{i=1}^{k-1}\left[\frac{m_k\alpha_{i,k}}{m_i}\right]\right|_{m_k}\right)\right[- \Theta_k(A), \tag{6}$$

$$a_l = |J_{l-1}(T_l(A)) + \Theta_{l-1}(A)|_{m_l}, \quad l = 3, 4, \ldots, k, \tag{7}$$

где $\Theta_2(A)$, $\Theta_3(A)$, ..., $\Theta_k(A)$ — поправки Амербаева, соответствующие числу A, которые можно определить следующим соотношением:

$$|A|_{M_l} = T_l(A) - \Theta_l(A)\,M_l. \tag{8}$$

Из (4)—(7) видно, что в процессе формирования интегральных характеристик модулярного кода ключевую роль играют поправки Амербаева. Излагаемый ниже метод знаковых чисел позволяет с помощью единого алгоритма получить все поправки Амербаева, а также характеристики (4)—(7). Докажем следующую теорему.

Теорема о поправках Амербаева. В МСС с модулями $m_1, m_2, \ldots, m_{l-1}, m_l \geqslant l-2\,(l \geqslant 2)$ для поправки $\Theta_l(A)$, соответствующей произвольному целому числу A, справедлива формула

$$\Theta_l(A) = \begin{cases} 0, \text{ если } Z_l(A) < 0, \\ 1, \text{ если } Z_l(A) \geqslant 0, \end{cases} \tag{9}$$

где $Z_l(A)$ — знаковое число l-го порядка (см. (3)).

Доказательство. Поправку $\Theta_l(A)$ можно выразить в виде

$$\Theta_l(A) = -\left[\frac{1}{m_l}\left(\left[\frac{|A|_{M_l}}{M_{l-1}}\right] - \rho_{l-1}(A)\right)\right],$$

где $\rho_{l-1}(A)$ — ранг числа $|A|_{M_{l-1}}$ в системе с модулями $m_1, m_2, \ldots, m_{l-1}$. Так как по условию теоремы $m_l \geqslant l-2$, а $0 \leqslant \rho_{l-1}(A) \leqslant k-2$ (см., например, [2]), то из (9) заключаем, что поправка $\Theta_l(A)$ принимает лишь два значения: 0 или 1. Вычитая и добавляя в правой части соотношения (3) величину $\Theta_l(A)M_l$ и используя затем (8), запишем число $Z_l(A)$ в виде $Z_l(A) = |A|_{M_l} + (\Theta_l(A) - 1)M_l$. Отсюда следует, что знаки чисел $Z_l(A)$ и $\Theta_l(A) - 1$ совпадают. Поэтому, если $Z_l(A) < 0$, то и $\Theta_l(A) - 1 < 0$ и ввиду двухзначности поправки Амербаева $\Theta_l(A)$ заключаем, что $\Theta_l(A) = 0$. Если $Z_l(A) \geqslant 0$, то и $\Theta_l(A) - 1 \geqslant 0$ и, следовательно, $\Theta_l(A) = 1$. Теорема доказана.

Приведенная теорема показывает, что формирование поправки $\Theta_l(A)\ (l \geqslant 2)$ сводится к задаче определения знака числа $Z_l(A)$. Для ее решения воспользуемся следующей леммой.

Лемма. Пусть в системе с модулями $m_1, m_2, \ldots, m_{l-1}, m_l \geqslant l-2$ задано целое число A своим интервально-модулярным представлением. Тогда знаки чисел A и $J_l(A)$ совпадают при $l = 2$ и $l > 2$, если $J_l(A) \neq -1$.

Доказательство. Используя определение 2 из [1] и применяя (8), представим число A в виде

$$A = |A|_{M_l} + (J_l(A) + \Theta_l(A))\,M_l. \tag{10}$$

Искомый результат теперь легко получить из (10), если заметить, что, согласно (9) и условию леммы, $m_l \geqslant l-2$, $\Theta_2(A) = 0$, а $\Theta_l(A) = 0$ или 1 при всех $l > 2$.

Непосредственное применение доказанной леммы к знаковому числу $Z_l(A)$ $(l = 3, 4, \ldots, k)$ к цели не приводит, так как при этом имеет место неопределенность $(J_l(Z_l(A)) = -1)$. Для устранения критической ситуации над числом $Z_l(A)$ выполним процедуру сужения интервально-модулярного кода, суть которой состоит в получении интервально-модулярного представления числа в системе с модулями $m_1, m_2, \ldots, m_{l-1}$ по его интервально-модулярному представлению в системе с модулями $m_1, m_2, \ldots, m_l$ для всех $l = 3, 4, \ldots, k$. Согласно лемме Евклида и принятым обозначениям, можно записать

$$\alpha_{i,\,l-1}\, m_{l-1} = \alpha_{i,\,l-2} + \left[\frac{m_{l-1}\alpha_{i,\,l-1}}{m_i}\right]_{m_i}. \tag{11}$$

Преобразовав с помощью (11) число (3) к виду $Z_l(A) = \sum_{i=1}^{l-2} M_{i,l-2}\alpha_{i,l-2} + \widehat{\eta}_{l-1}(A)M_{l-1} + J_{l-1}(Z_l(A))M_{l-1}$, получим расчетные соотношения для операции сужения интервально-модулярных кодов знаковых чисел

$$J_{l-1}(Z_l(A)) = \widehat{\rho}_{l-1}(A) + \widehat{\eta}_l(A) - m_l;\ l = 3, 4, \ldots, k. \tag{12}$$

Если в результате процедуры сужения знаковых чисел для всех $i = i_l + 1,\ i_l + 2,\ \ldots,\ l\,(2 < i_l \leqslant l)$ выполняется $J_{i-1}(Z_i(A)) = -1$, а $J_{i_l-1}(Z_{i_l}(A)) \neq 1$ (существование для каждого $l = 3, 4, \ldots, k$ указанного i_l вытекает из леммы о знаке числа), то числа $Z_{i_l}(A), \ldots, Z_l(A)$ совпадают, причем $S_{Z_i(A)} = S_{J_{i_l}-1(Z_{i_l}(A))}$, а $\Theta_i(A) = 1 - S_{J_{i_l}-1}(Z_l(A))$ (см. теорему и лемму), где через S_x обозначается знак целого числа x, определяемый в виде

$$S_x = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geqslant 0, \\ 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

На основании изложенного можно предложить следующий алгоритм формирования интегральных характеристик модулярного кода числа A в системе с модулями $m_1, m_2, \ldots, m_k$.

1. По модулярному коду $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k)$ числа $A(\alpha_i = |A|_{m_i}$; $i = 1, 2, \ldots, k)$ вычисляются величины $\hat{\eta}_l(A)$, $\hat{\rho}_l(A)$ $(l = 2, 3, \ldots, k)$ и $\hat{\Delta}_k(A) = \left]\alpha_{k,k} - \left|\sum_{i=1}^{k-1}\left[\frac{m_k\alpha_{i,k}}{m_i}\right]\right|_{m_k}\right[$.

2. Определяются вычеты $a_i = |J_{l-1}(T_l(A))|_{m_l} = |J_{l-1}(Z_l(A))|_{m_l} = |\hat{\rho}_{l-1}(A) + \hat{\eta}_l(A)|_{m_l}$ $(l = 3, 4, \ldots, k)$ вместе с формированием признаков $S_3 = \omega_3$, $S_l = \omega_l\bar{\delta}_l$ и δ_l $(l = 4, 5, \ldots, k)$, где $\omega_l = \left[\frac{1}{m_l}(\hat{\rho}_{l-1}(A) + \hat{\eta}_l(A))\right]$; $l = 3, 4, \ldots, k$,

$$\delta_l = \begin{cases} 0, & \text{если } \hat{a}_l \neq m_l - 1 \\ 1, & \text{если } \hat{a}_l = m_l - 1; \ l = 4, 5, \ldots, k; \end{cases}$$

$\bar{\delta}_l$ — отрицание булевой величины δ_l.

3. Формируются поправки Амербаева по формуле $\Theta_l(A) = S_l V S_{l-1} \times \delta_l V S_{l-2}\delta_{l-1}\delta_l V \ldots V S_3\delta_4\delta_5 \ldots \delta_l$.

4. В соответствии с формулами (4)—(7) находятся интегральные характеристики $\rho_k(A)$, $\eta_k(A)$, $\Delta_k(A)$ и a_l $(l = 3, 4, \ldots, k)$ модулярного кода числа A. Заметим, что $a_1 = \alpha_1$, $a_2 = \eta_2(A)$.

Приведенный алгоритм допускает как последовательную, так и параллельную реализацию. При максимальном распараллеливании вычислений с использованием бинарных функциональных преобразователей вычетов он может быть выполнен за $1 +]\log_2 k[$ модульных операций. В соответствии с теоремами кодирования МСС [2—4] и результатами, полученными в [5], такое быстродействие можно считать предельным.

Список литературы

1. Коляда А. А.// Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех. 1986. № 1.
2. Амербаев В. М. Теоретические основы машинной арифметики. Алма-Ата, 1976.
3. Сабо Н.// Кибернетический сборник. М., 1964. № 8. С. 149.
4. Амербаев В. М., Касимов Ю. Ф.// Теория кодирования и оптимизация сложных систем. Алма-Ата, 1977. С. 47.
5. Виноград С.// Кибернетический сборник. М., 1969. № 6.

Поступила в редакцию 01.02.85.

УДК 621.317.7

М. И. ДЕМЧУК, В. Н. ДЕНИСЕНКО, М. А. ИВАНОВ

СБОР И ОБРАБОТКА ДАННЫХ ПРИ АНАЛИЗЕ СТОХАСТИЧЕСКИ ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ ПОТОКОВ ФОТОНОВ

Перекрывающиеся случайным образом во времени потоки квантов излучения (фотонов, нейтронов и др.) характерны для двух классов физических экспериментов: изучения радиолюминесценции при возбужде-