

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О.Н.Здрок

«02» июля 2021 г.

Регистрационный № УД – 10460/уч.

ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИКУ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направления специальности:

1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

2021 г.

Учебная программа составлена на основе типового учебного плана № G 31-1-011/пр-тип. от 31.03.2021 и учебного плана, регистрационный № G31-1-004/уч от 25.05.2021

СОСТАВИТЕЛИ:

А.В. Лебедев, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук.

РЕЦЕНЗЕНТ:

О.Н. Пыжкова, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

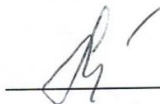
В.Г. Кротов, профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 28.05.2021);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 30.06.2021).

Зав. кафедрой функционального анализа и аналитической экономики

 А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина *«Введение в специальность»* преподается для обучающихся по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность) и призвана облегчить обучающимся переход от содержания и методов обучения, принятых в элементарной школьной математике, к методологии изложения материала в высшей математике.

Цели и задачи учебной дисциплины

Основными *целями* дисциплины *«Введение в специальность»* являются:

- знакомство студентов, начинающих свое математическое образование, с языком высшей математики, терминологией и общими математическими конструкциями, лежащими в основе различных математических дисциплин;
- изложение элементов математической логики и основных методов, используемых при доказательствах математических утверждений;
- демонстрация аксиоматического метода построения математических теорий на примере аксиоматик натуральных чисел и евклидовой планиметрии;
- изложение элементов комбинаторики, используемых в различных дисциплинах, в частности, в курсах «Математический анализ» и «Алгебра и теория чисел»

Для достижения этих целей решаются следующие *задачи*:

- раскрывается значение и роль математики в системе современных знаний и в системе образования на разных ее ступенях;
- подчеркивается основополагающая роль математической логики, придающая дедуктивный характер математике, отличающий ее от других естественных и гуманитарных наук;
- излагаются начала теории множеств, понятия, конструкции и теоремы которой лежат в основе большинства разделов современной математики.

Место учебной дисциплины

Дисциплина *«Введение в специальность»* относится к модулю «Математический анализ» I государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами

Дисциплина *«Введение в специальность»* взаимосвязана с дисциплинами «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Аналитическая геометрия».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Введение в специальность» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

универсальные компетенции:

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

Базовые профессиональные компетенции:

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира.

В начале изложения дисциплины дается характеристика математики как науки, ее содержания и методов исследований. Затем вводится основополагающее математическое понятие множества. Обсуждается канторов подход к этому понятию и возникающие при этом парадоксы «наивной» теории множеств. Дается понятие об аксиоматическом подходе к построению теории множеств и других математических теорий. Рассматриваются операции над множествами, в том числе декартово произведение множеств. На его основе определяется понятие бинарного отношения, подробно разбирается отношение эквивалентности и конструкция фактор множества. Приводятся начальные сведения об упорядоченных множествах, излагается метод математической индукции.

Далее изучается важнейшее математическое понятие отображения (функции). Приводятся примеры функций из различных разделов математики. Определяются инъективные, сюръективные, биективные отображения, композиция отображений, обратное отображение, доказываются основные утверждения, связанные с этими понятиями. Вводится понятие равномощных множеств, рассматриваются счетные множества и множества мощности континуума.

Несколько лекций посвящены элементам математической логики. В этом разделе студенты знакомятся с принятой в математической логике терминологией, с основными логическими операциями и методами доказательства математических утверждений.

Далее рассматриваются некоторые вопросы комбинаторики. Для конечных множеств определяются понятия сочетания, перестановки, приводится формула бинома Ньютона. Рассматриваются правила суммы и произведения в комбинаторике, а также правило включений и исключений и его приложения.

В заключение даются примеры аксиоматического построения математической теории на основе аксиоматики Пеано натуральных чисел и аксиоматике Гильберта элементарной геометрии.

Основным методом изучения дисциплины «Введение в специальность» является лекционное изложение. При этом полезно использовать эвристические и дискуссионные формы работы с аудиторией, постановку задач и обсуждение способов их решения. В конце курса следует провести зачетную контрольную работу.

В результате изучения дисциплины «*Введение в специальность*» студент должен:

знать:

- основные способы задания множеств в математике, операции над ними и их свойства;
- понятие функции (отображения), их типы, композицию отображений,

обратное отображение;

- основные логические операции и логические законы;
- терминологию и основные формулы комбинаторики;
- суть аксиоматического метода построения теории, аксиоматику натуральных чисел и элементарной геометрии;

уметь:

- использовать основные объекты теории множеств и отображений и их свойства;
- проводить строгие доказательства математических утверждений, используя логические операции и законы;
- решать простейшие комбинаторные задачи;

владеть:

- методами решения типовых задач по теории множеств и отображений;
- теоретико-множественным языком при формулировке математических утверждений и решении задач;
- навыками комбинаторных расчетов.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Введение в специальность» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 90 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 32 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет – 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ 1. МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Тема 1.1 Канторово определение множества.

Операции над множествами. Декартово произведение множеств.

Тема 1.2 Бинарные отношения.

Отношение эквивалентности, классы эквивалентных элементов, фактор-множество.

Тема 1.3 Математические высказывания.

Логические операции. Логические законы. предикаты. Кванторы.

РАЗДЕЛ 2. ОТОБРАЖЕНИЯ

Тема 2.1 Понятие отображения.

Образы и прообразы, композиция отображений.

Тема 2.2 Типы отображений.

Обратное отображение.

РАЗДЕЛ 3. НАТУРАЛЬНЫЕ, ЦЕЛЫЕ И РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Тема 3.1 Аксиоматика Пеано.

Метод математической индукции. Определение операций в множестве натуральных чисел.

Темы 3.2 Системы счисления.

Построение целых и рациональных чисел. Сравнение целых чисел по натуральному модулю.

РАЗДЕЛ 4. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Тема 4.1 Правила суммы и произведения.

Сочетания и перестановки.

Тема 4.2 Бином Ньютона.

РАЗДЕЛ 5. АКСИОМАТИКА ЕВКЛИДОВОЙ ПЛАНИМЕТРИИ

Тема 5.1 Аксиоматика Гильберта евклидовой плоскости.

Построение биекции между множеством точек прямой и множеством вещественных чисел.

Тема 5.2 Декартова система координат.

Координатизация множества.

РАЗДЕЛ 6. МОЩНОСТИ И ПОРЯДКИ

Тема 6.1 Понятие мощности множества.

Сравнение мощностей. Счетные множества. Множества мощности континуума.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Множества и отношения. Элементы математической логики	8						
1.1	Канторово определение множества	2						Опрос
1.2	Бинарные отношения.	4						Опрос
1.3	Математические высказывания.	2						Опрос
2	Отображения	6					2	
2.1.	Понятие отображения.	2						Опрос
2.2	Типы отображений.	4					2	Контрольная работа
3	Натуральные, целые и рациональные числа	6						

3.1.	Аксиоматика Пеано	2						
3.2	Системы счисления	4						Опрос
4	Элементы комбинаторики	4						
4.1	Правила суммы и произведения	2						Опрос
4.2	Бином Ньютона	2						
5	Аксиоматика евклидовой планиметрии	6					2	
5.1	Аксиоматика Гильберта евклидовой плоскости	2						
5.2	Декартова система координат. Координатизация множества	4					2	Контрольная работа
6	Мощности и порядки	2						
6.1	Понятие мощности множества	2						Опрос
	Итого	32					4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Кононов С.Г., Тышкевич Р.И., Янчевский В.И. Введение в математику, ч.1-3, Минск, 2003
2. Шилов Г.Е. Математический анализ, функции одного переменного, М. 1983, Главы 1 и 2
3. Босс В. Лекции по математике Издательство Ленанд, Едиториал УРСС, 2018

Перечень дополнительной литературы

1. Макаров И.П. Доп. главы матем. анализа, М., 1968, Главы 1 и 2

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Формой текущей аттестации по дисциплине «Введение в специальность» учебным планом предусмотрен зачёт.

Контроль работы студента проходит в форме опроса, контрольной работы в аудитории или выполнения самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Зачет по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в итоговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- опрос - 30 %;
- контрольная работа – 70 %.

Итоговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости - 30 % и зачетной оценки - 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.2. Типы отображений. Обратное отображение. (2 ч.)

Примерный перечень заданий:

1. Отображения плоскости $f: E^2 \rightarrow E^2, M(x, y) \mapsto M(x', y')$, задаются в некотором аффинном репере формулами:

$$1) f: \begin{cases} x' = x + 1, \\ y' = x - 1; \end{cases} \quad 2) f: \begin{cases} x' = y + 1, \\ y' = x - 1; \end{cases} \quad 3) f: \begin{cases} x' = 2x - 6y + 5, \\ y' = -x + 3y - 1; \end{cases}$$

$$4) f: \begin{cases} x' = x + 3y - 1, \\ y' = 2x - 6y + 5; \end{cases} \quad 5) f: \begin{cases} x' = \frac{1}{x} - y - 1, \\ y' = y + \frac{1}{x} + 5. \end{cases}$$

Укажите те из них, которые являются аффинными преобразованиями.

2. Дано аффинное преобразование

$$\begin{cases} x' = 2x + 3y + 5, \\ y' = 4x - 3y - 2. \end{cases}$$

В какие прямые перейдут при этом преобразовании:

- 1) оси Ox и Oy ;
- 2) прямая $2x + 3y + 5 = 0$;
- 3) прямая $4x - 3y - 2 = 0$?

3. Найдите инвариантные прямые аффинного преобразования $f: \begin{cases} x' = 2y + 5, \\ y' = 8x - 1. \end{cases}$

4. Выберите формулы, задающие симметрию f плоскости E^2 относительно данной прямой $l: 2x - y + 5 = 0$.

$$1) f: \begin{cases} x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y \\ y' = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y \end{cases}; \quad 2) f: \begin{cases} x' = \frac{7}{5}x - \frac{1}{5}y + 1 \\ y' = y \end{cases};$$

$$3) f: \begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y \end{cases}; \quad 4) f: \begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 4 \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 \end{cases}.$$

5. Пусть l и l_1 а также m и m_1 – пары параллельных прямых плоскости E^2 . О количестве аффинных преобразований плоскости, переводящих первую пару во вторую, можно сказать следующее:

- 1) такое преобразование единственное;
- 2) таких преобразований не существует;
- 3) таких преобразований бесконечно много;
- 4) ответ зависит от выбора пар параллельных прямых.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 5.2. Декартова система координат. Координатизация множества. (2 ч.)

Примерный перечень заданий:

1. Отображения плоскости $f: E^2 \rightarrow E^2, M(x, y) \mapsto M(x', y')$, задаются в некотором аффинном репере формулами:

$$1) f: \begin{cases} x' = 2x + 1 \\ y' = x - 1 \end{cases}, \quad 2) f: \begin{cases} x' = y + 1 \\ y' = y - 1 \end{cases}, \quad 3) f: \begin{cases} x' = 2x - 6y + 5 \\ y' = -3x + 9y - 1 \end{cases};$$

$$4) f: \begin{cases} x' = -x + 3y - 1 \\ y' = 2x + 6y + 5 \end{cases}; \quad 5) f: \begin{cases} x' = x^2 - y - 1 \\ y' = y + x^2 + 5 \end{cases}.$$

Укажите те из них, которые являются аффинными преобразованиями.

2. Дано аффинное преобразование

$$\begin{cases} x' = 3x - 7y + 6 \\ y' = 2x - 5y - 2 \end{cases}.$$

В какие прямые перейдут при этом преобразовании:

- 1) оси Ox и Oy ;
- 2) прямая $3x - 7y + 6 = 0$;
- 3) прямая $2x - 5y - 2 = 0$?

3. Найдите инвариантные прямые аффинного преобразования f :

$$f : \begin{cases} x' = y - 9, \\ y' = 9x + 1. \end{cases}$$

4. Пусть Oxy – прямоугольная система координат на плоскости. Напишите формулы, задающие композицию двух движений: $f = f_2 \circ f_1$, где f_1 – симметрия плоскости относительно оси Ox , f_2 – симметрия плоскости относительно прямой, проходящей через начало координат и составляющей угол 120° с осью Ox .

5. Отметьте номера истинных утверждений:

- 1) для любых двух трапеций на плоскости E^2 существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую;
- 2) для любых двух прямоугольных трапеций на плоскости E^2 существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую;
- 3) для любых двух равнобоких трапеций на плоскости E^2 существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую;
- 4) любую трапецию можно перевести аффинным преобразованием в равнобокую трапецию.

Форма контроля – контрольная работа.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются **эвристический и практико-ориентированный подходы**.

Эвристический подход предполагает:

- ☐ осуществление студентами личностно-значимых открытий окружающего мира;
- ☐ демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- ☐ творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- ☐ индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

Практико-ориентированный подход предполагает:

- ☐ освоение содержания образования через решение практических задач;
- ☐ приобретение навыков эффективного выполнения различных видов профессиональной деятельности;
- ☐ ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

□ использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Организация самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Введение в специальность» происходит в соответствии с документом, утвержденным министром образования РБ от 18.11.2019 «Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов (курсантов, слушателей)».

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме контрольных работ, согласно утвержденному графику.

УСР по темам 2.2. и 5.2. проводятся в форме аудиторной контрольной работы (задания выдаются в начале занятия).

Управляемая самостоятельная работа – это самостоятельная работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя и контролируемая на определенном этапе обучения, целью, которой, дополнительно к вышесказанному, является целенаправленное обучение основным навыкам и умениям для выполнения самостоятельной работы.

В процессе самостоятельной работы по дисциплине «Введение в специальность» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности: изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы; выполнение индивидуальных и домашних заданий. Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется во время аудиторных занятий при оценке упражнений по конкретным темам.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. "Наивная" теория множеств Кантора. Способы задания множества. Парадоксы теории множеств.

2. Аксиоматика теории множеств. Аксиома объемности. Аксиома выделения. Аксиома объединения. Аксиома пары. Аксиома множества подмножеств. Аксиома бесконечности. Аксиома подстановки. Аксиома выбора.

3. Отношения и операции над множествами. Включение и равенство множеств, собственное подмножество. Пустое множество.

4. Операции над множествами. Объединение множеств. Пересечение множеств, непересекающиеся множества. Разность множеств. Дополнение множества.

5. Свойства операций над множествами. Коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность объединения и пересечения. Законы Де Моргана. Правило двойного отрицания.

6. Высказывания и их значения истинности. Операции над высказываниями. Отрицание высказывания. Дизъюнкция высказываний.

Конъюнкция высказываний. Импликация высказываний. Эквивалентность высказываний.

7. Логические законы (тавтологии). Важнейшие тавтологии: закон исключенного третьего, закон непротиворечивости, правило двойного отрицания, коммутативность дизъюнкции, ассоциативность дизъюнкции, коммутативность конъюнкции, ассоциативность конъюнкции, дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции, дистрибутивность конъюнкции относительно дизъюнкции, правила Де Моргана, транзитивность импликации, закон контрапозиции.

8. Теорема, условие теоремы утверждение теоремы. Необходимые, достаточные условия.

9. Типы теорем: обратная теорема, противоположная теорема, теорема, обратная к противоположной. Критерий, характеристическое свойство.

10. Предикаты, множество истинности предиката. Квантор общности, квантор существования.

11. Правило отрицания кванторов. Порядок следования кванторов.

12. Декартово произведение и бинарные отношения. Отношение между элементами множеств. Отношения включения, равенства множеств. Отношения равенства, неравенства, делимости чисел.

13. Отношения эквивалентности. Классы эквивалентности. Свойства классов эквивалентности. Построение классификаций.

14. Общее определение функции. Функция (отображение). Образы и прообразы элементов. Область определения и область значений функции. График функции.

15. Примеры функций: канонические вложения, последовательности, характеристические функции множеств. Образ и прообраз множества. Область значений функции. Композиция отображений.

16. Элементарные функции: степенная функция, полиномы, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции. Арифметические операции над функциями.

17. Сюръекция, инъекция, биекция.

18. Обратная функция. Левое и правое обратные отображения.

19. Равномощные множества. Мощность множества, кардинальное число множества.

Важнейшие подмножества в $\mathbb{R}$ и их мощности: пустое множество, конечные множества, множество натуральных чисел. Множество целых чисел, множество рациональных чисел.

20. Счетные множества, множества мощности континуум.

21. Принцип математической индукции.

22. Перечислительные задачи. Правила суммы и произведения.

23. Размещения и формула для количества размещений. Перестановки и формула для количества перестановок. Сочетания и формула для количества сочетаний.

24. Формула бинома Ньютона. Биномиальные коэффициенты.
Треугольник Паскаля.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)*
Аналитическая геометрия	Геометрии, топологии и МПМ	нет	Вносить изменения не требуется (протокол №12 от 28.05.2021)
Алгебра и теория чисел	Высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол №12 от 28.05.2021)
Математический анализ	Теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (протокол №12 от 28.05.2021)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ*

на ____ / ____ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета/Зав.общеуниверситетской кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)