

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О.Н. Здрок

«09» августа 2021 г.

Регистрационный № УД – 10389/уч.

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям)

направление специальности:

1-31 03 07-01 Прикладная информатика

(программное обеспечение компьютерных систем)

2021 г.

Учебная программа составлена на основе типового учебного плана G 31-1-030/пр-тип от 01.07.2021, учебного плана G 31-1-034/уч. от 23.07.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

Г.П. Размыслович, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

А.В. Филипов, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета;

Красовский С.Г., ведущий научный сотрудник Института математики Национальной академии наук Беларуси, кандидат физико-математических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 26.05. 2021 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 09.08.2021).

Заведующий кафедрой
высшей математики
доктор физико-математических наук



М.М. Васьюковский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по дисциплине «Алгебра и теория чисел» разработана в соответствии с учебным планом и образовательным стандартом первой ступени высшего образования по специальности 1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем).

Учебная дисциплина «Алгебра и теория чисел» знакомит студентов с основными понятиями высшей алгебры и теории чисел.

Цели и задачи учебной дисциплины

Основными целями преподавания учебной дисциплины «Алгебра и теория чисел» являются:

- дать глубокие знания по одному из основных разделов курса высшей математики, имеющего тесную связь с многочисленными прикладными проблемами и богатые приложения;

- сформировать одну из основных частей банка знаний специалистов университетского уровня в избранной области деятельности.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Алгебра и теория чисел»:

- изучение основ теории чисел;
- изучение основ линейной алгебры.

При изложении курса важно показать возможности использования аппарата алгебры и теории чисел при решении как чисто теоретических, так и прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения алгоритмов полученных результатов с целью их реализации при помощи средств вычислительной техники.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина «Алгебра и теория чисел» является базовой математической дисциплиной и непосредственно связана с основными учебными дисциплинами государственного компонента «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения». Методы, излагаемые в учебной дисциплине «Алгебра и теория чисел», используются при изучении учебных дисциплин «Методы вычислений», «Математические методы компьютерной графики».

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Алгебра и теория чисел» является дисциплиной государственного компонента и входит в модуль «Высшая математика» для специальности 1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем).

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины должно обеспечить формирование следующей **базовой профессиональной** компетенции:

БПК-1. Применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления, методы аналитической геометрии и линейной алгебры для построения математических моделей и решения прикладных задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основы теории чисел и ее применение в информатике;
- основные понятия высшей алгебры;
- основы линейной алгебры;

уметь:

- применять аппарат алгебры при решении задач специальности;
- решать основные задачи теории векторных, евклидовых пространств.

владеть:

- навыками решения основных задач теории чисел и линейной алгебры;
- методами алгебры и теории чисел при решении задач специальности.

Структура учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Алгебра и теория чисел» изучается в первом и втором семестрах дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение дисциплины отведено 216 учебных часов, в том числе 136 аудиторных часа, из них лекции - 68 часов, практические занятия –60 часов, управляемая самостоятельная работа - 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – зачет в первом семестре, зачет и экзамен во втором семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Теория чисел

Тема 1.1. Введение

Предмет дисциплины «Алгебра и теория чисел». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место теории чисел и алгебры в системе математического образования.

Тема 1.2. Делимость чисел

Свойства отношения делимости целых чисел. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.

Тема 1.3. Простые и составные числа

Простые числа и их свойства. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Свойства взаимной простоты. Разложение числа в произведение элементарных делителей.

Тема 1.4. Числовые сравнения

Сравнения целых чисел по данному модулю и их свойства. Кольцо вычетов по данному модулю. Приведенная группа вычетов. Функция Эйлера. Теорема Эйлера, малая теорема Ферма.

Тема 1.5. Сравнения с одним неизвестным и системы сравнений первой степени

Решение сравнений первой степени. Существование первообразного элемента по простому модулю. Системы сравнений первой степени. Китайская теорема об остатках.

Тема 1.6. Приложения теории чисел

Разделение секрета и пороговая схема. Протокол Диффи-Хелмана. RSA-криптосистемы и система цифровой подписи на её основе.

Раздел II. Алгебра

Тема 2.1. Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле

Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле и их простейшие свойства.

Тема 2.2. Комплексные числа

Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.

Тема 2.3. Многочлены

Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Теорема Безу. Схема Горнера. Корни многочлена. Разложение многочленов на неприводимые многочлены. Интерполяция.

Тема 2.4. Матрицы и определители

Матричная алгебра. Определители. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.

Тема 2.5. Векторные пространства

Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Базис и размерность. Подпространства. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств. Ранг системы векторов. Ранг матрицы и теорема о ранге матрицы и следствия из нее.

Тема 2.6. Системы уравнений

Критерий совместности систем линейных уравнений над полем. Подпространство решений однородной системы уравнений. Связь между решениями неоднородной системы уравнений и соответствующей однородной системы уравнений.

Тема 2.7. Линейные отображения

Матрица линейного отображения. Подобные матрицы. Ядро и образ линейного отображения. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическая матрица и характеристический многочлен. Аннулирующий многочлен, минимальный многочлен матрицы. Теорема Гамильтона-Кели. Матрица Жордана.

Тема 2.8. Квадратичные формы

Каноническая квадратичная форма. Метод выделения полных квадратов приведения квадратичной формы к каноническому виду. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полем R и над полем C . Критерии знакоопределённости вещественных квадратичных форм.

Тема 2.9. Евклидовы пространства

Свойства скалярного произведения в евклидовых пространствах. Длина вектора. Свойства. Матрица Грама и матрица скалярного произведения. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

Тема 2.10. Изометрические и симметрические преобразования

Изометрический оператор, связь с ортогональными матрицами. Самосопряжённый оператор. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение вещественной квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования переменных.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер те- мы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Форма контроля знаний
		Лекции	Практи- ческие занятия	Количе- ство часов УСР	
1	2	3	4		9
I	Теория чисел				
1.1	Введение. Предмет дисциплины «Алгебра и теория чисел». Историче- ские сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место теории чисел и алгебры в системе математического об- разования.	1			
1.2	Делимость чисел. Свойства отношения делимости целых чисел. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.	3	4		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа
1.3	Простые и составные числа. Простые числа и их свойства. Взаимно простые числа, крите- рий взаимной простоты. Свойства взаимной простоты. Разло- жение числа в произведение элементарных делителей.	4	2		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа

1.4	Числовые сравнения. Сравнения целых чисел по данному модулю и их свойства. Кольцо вычетов по данному модулю. Приведенная группа вычетов. Функция Эйлера. Теорема Эйлера, малая теорема Ферма.	4	4		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа коллоквиум
1.5	Сравнения с одним неизвестным и системы сравнений первой степени Решение сравнений первой степени. Существование первообразного элемента по простому модулю. Системы сравнений первой степени. Китайская теорема об остатках.	4	6		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа.
1.6	Приложения теории чисел. Разделение секрета и пороговая схема. Протокол Диффи-Хелмана. RSA-криптосистемы и система цифровой подписи на её основе.	2	2		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой,
II Алгебра					
2.1.	Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле. Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле и их простейшие свойства.	2	2		собеседование
2.2	Комплексные числа. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.	4	2	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа

2.3	Многочлены. Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Теорема Безу. Схема Горнера. Корни многочлена. Разложение многочленов на неприводимые многочлены. Интерполяция.	4	4		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа
2.4	Матрицы и определители. Матричная алгебра. Определители. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.	6	4	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа
2.5	Векторные пространства. Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Базис и размерность. Подпространства. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств. Ранг системы векторов. Ранг матрицы и теорема о ранге матрицы и следствия из нее.	8	6	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа
2.6	Системы уравнений. Критерий совместности систем линейных уравнений над полем. Подпространство решений однородной системы уравнений. Связь между решениями неоднородной системы уравнений и соответствующей однородной системы уравнений.	2	2		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа
2.7	Линейные отображения. Матрица линейного отображения. Подобные матрицы. Ядро и образ линейного отображения. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическая матрица и характеристический многочлен. Аннулирующий многочлен, минимальный многочлен матрицы. Теорема Гамильтона-Кели. Матрица Жордана.	10	10		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа, Коллоквиум

2.8	Квадратичные формы. Каноническая квадратичная форма. Метод выделения полных квадратов приведения квадратичной формы к каноническому виду. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полем R и над полем C . Критерии знакоопределённости вещественных квадратичных форм.	4	4		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа
2.9	Евклидовы пространства. Свойства скалярного произведения в евклидовых пространствах. Длина вектора. Свойства. Матрица Грама и матрица скалярного произведения. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	6	4	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа
2.10	Изометрические и симметрические преобразования. Изометрический оператор, связь с ортогональными матрицами. Самосопряжённый оператор. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение вещественной квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования переменных.	4	4		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой, контрольная работа

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Беняш-Кривец В.В., Мельников О.В. Лекции по алгебре: группы, кольца, поля. Изд-во БГУ, Минск, 2008 г. 116с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. -М: “Физматлит”, 2014 г., 280с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – С-Пб., “Лань”, 2021 г., 432с.
4. Нестеренко Ю.В. Теория чисел. М., «Академия», 2008 г., 272с.
5. Размыслович Г.П. Элементы высшей алгебры. Мн: БГУ, 2015. - 55 с.
6. Размыслович Г.П. Геометрия и алгебра. В 5 ч. Ч.1. Матрицы, определители. Системы линейных уравнений. Ч. 2. Векторные пространства. Ч. 3. Линейные и билинейные отображения векторных пространств. Ч. 4. Полиномиальные и нормальные формы матриц. Евклидово и унитарное пространства. Минск, 2010, 2013, 2014.
7. Размыслович Г.П., Филиппов А.В., Ширяев В.М. Геометрия и алгебра. Практикум. - Мн., ”Выш. школа”, 2018 г., 382с.

Перечень дополнительной литературы

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: “Наука”, 1984 г., 320с.
2. Воеводин В.В. Линейная алгебра. - М., “Наука”, 1990, 400с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: “Наука”, 1967 г., 575с.
4. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: “Наука”, 1986 г., 304с.
5. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. I. - Мн., “Выш. школа”, 1976 г., 544с.
6. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. II. - Мн., “Выш. школа”, 1984 г., 302с.
7. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: “Наука”, 1978 г., 384с.
8. Размыслович Г.П., Феденя М.М., Ширяев В.М. Геометрия и алгебра. - Мн., “Университетское”, 1987 г., 350с.
9. Размыслович Г.П., Феденя М.М., Ширяев В.М. Сборник задач по геометрии и алгебре. - Мн., "Университетское", 1999 г., 384с.
10. Фаддеев Д.Н., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. - М.: “Наука”, 1977, 188с.
11. Ширяев В.М. Прикладная алгебра. Теория чисел. Сборник задач. Мн: Изд-во БГУ, 2009 г., 152с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Текущая аттестация проводится в соответствии с документами:

- Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»;

- Положение о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020);

- Критерии оценки уровня знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь № 21-04-1/105 от 22 декабря 2003 г.).

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы создаются фонды оценочных средств, включающие следующие формы:

Устные формы:

– собеседование.

Письменные формы:

– коллоквиум;

– контрольная работа.

Устно-письменные формы:

– отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой;

– отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой;

– зачет;

– экзамен.

Оценочными средствами предусматривается оценка способности обучающихся к творческой деятельности, их готовность вести поиск эффективно-го решения новых задач.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Алгебра и теория чисел» учебным планом предусмотрен зачет и экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

– отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой – 33,3 %;

– контрольные работы 66,7%.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной оценки – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.2. Комплексные числа

Примерный перечень заданий:

Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.

Вывести формулы степеней тригонометрических функций от α через тригонометрические функции углов, кратных α . Выразить тригонометрические функции углов, кратных α , через тригонометрических функций от α .

Форма контроля: отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой.

Тема 2.4. Матрицы и определители

Примерный перечень заданий:

Определители.

Вычисление определителей n -го порядка методом рекуррентных соотношений

Форма контроля: отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой.

Тема 2.5. Векторные пространства

Примерный перечень заданий:

Сумма подпространств.

Доказать, что пространство квадратных матриц является прямой суммой подпространства симметрических матриц и подпространства кососимметрических матриц.

Форма контроля: отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой.

Тема 2.9. Евклидовы и унитарные пространства

Примерный перечень заданий:

Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.

Представить действительную невырожденную матрицу в виде произведения ортогональной и верхней треугольной матриц.

Форма контроля: отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой.

Примерная тематика практических занятий

Практические занятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Алгебра и теория чисел» возможно использование элементов **эвристического обучения**: проблемное изложение некоторых аспектов, использование частично-поискового метода.

На практических занятиях по учебной дисциплине «Алгебра и теория чисел» рекомендуется использовать **индивидуальный, творческий подход**. Студенты получают от преподавателя задания, разрабатывают методы решения задач.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются:

наличием и полным доступом обучающегося к библиотечным фондам, электронным средствам обучения, доступностью электронных (и бумажных) вариантов лекций, учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам учебной дисциплины, указаниями к решению типовых задач.

Для организации самостоятельной работы студентов в электронной библиотеке БГУ размещен учебно-методический комплекс (<https://elib.bsu.by/handle/123456789/219726>), содержащий учебно-программные материалы, материалы для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, задания, тесты, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Делимость чисел. Свойства отношения делимости целых чисел. Деление с остатком.

2. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.
3. Простые и составные числа. Простые числа и их свойства. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Свойства взаимной простоты. Разложение числа в произведение элементарных делителей.
4. Числовые сравнения. Сравнения целых чисел по данному модулю и их свойства.
5. Кольцо вычетов по данному модулю. Приведенная группа вычетов. Функция Эйлера. Теорема Эйлера, малая теорема Ферма.
6. Решение сравнений первой степени. Существование первообразного элемента по простому модулю.
7. Системы сравнений первой степени. Китайская теорема об остатках.
8. Приложения теории чисел. Разделение секрета и пороговая схема. Протокол Диффи-Хелмана. RSA-криптосистемы и система цифровой подписи на её основе.
9. Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности.
10. Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле и их простейшие свойства.
11. Комплексные числа. Построение поля комплексных чисел.
12. Тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.
13. Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида.
14. Теорема Безу. Схема Горнера. Корни многочлена. Интерполяция.
15. Разложение многочленов на неприводимые многочлены.
16. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Транспонирование.
17. Определители. Теорема Лапласа.
18. Обратная матрица.
19. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.
20. Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость и независимость систем векторов.
21. Базис и размерность.
22. Подпространства. Линейные оболочки.
23. Сумма и пересечение подпространств.
24. Ранг системы векторов. Ранг матрицы и теорема о ранге матрицы и следствия из нее.
25. Системы уравнений. Критерий совместности систем линейных уравнений над полем. Подпространство решений однородной системы уравнений. Связь между решениями неоднородной системы уравнений и соответствующей однородной системы уравнений.

26. Линейные отображения. Матрица линейного отображения.
27. Подобные матрицы.
28. Ядро и образ линейного отображения.
29. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическая матрица и характеристический многочлен.
30. Аннулирующий многочлен, минимальный многочлен матрицы. Теорема Гамильтона-Кели.
31. Матрица Жордана.
32. Квадратичные формы. Каноническая квадратичная форма. Метод выделения полных квадратов приведения квадратичной формы к каноническому виду. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полем R и над полем C .
33. Критерии знакоопределённости вещественных квадратичных форм.
34. Евклидово пространство. Свойства скалярного произведения в евклидовых пространствах. Матрица Грама и матрица скалярного произведения.
35. Длина вектора.
36. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
37. Изометрический оператор, связь с ортогональными матрицами.
38. Самосопряжённый оператор. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора.
39. Приведение вещественной квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования переменных.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ¹
Математический анализ	Кафедра высшей математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 26.05.2021г.)
Дифференциальные уравнения	Кафедра высшей математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 26.05.2021г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на 2022/23 учебный год

№№ Пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

ДОКТ.ФИЗ.-МАТ.НАУК,
(ученая степень, звание)

_____ (подпись)

М.М.Васьковский
(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декана ФПМИ

ДОКТ.ТЕХН.НАУК,
(ученая степень, звание)

_____ (подпись)

А.М.Недзведь
(И.О.Фамилия)