

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

_____ О.Н. Здрок
«02» июля 2021 г.

Регистрационный № 40388/уч.



ВВЕДЕНИЕ В СПЕЦИАЛЬНОСТЬ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направления специальности:

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

Учебная программа составлена на основе типового учебного плана № G31-1-011/пр.-тип. от 31.03.2021 г., учебных планов БГУ № G31-1-016/уч., утвержденного 25.05.2021, № G31-1-010/уч. ин. от 31.05.2021, № G31-1-002/уч.з., утвержденного 31.05.2021.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Глеб Олегович Кукрак – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук;

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Владимир Владимирович Шлыков – профессор кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета БГПУ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор

Г.В. Матвеев, доцент кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № 10 от 28.05.2021);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 7 от 30.06.2021)

Заведующий кафедрой геометрии, топологии
и методики преподавания математики



Д.Ф. Базылев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Введение в специальность является одной из основных дисциплин, которые читаются студентам-математикам в начале обучения в университете. Понятия и основные факты, излагаемые в рамках этой дисциплины используются при изучении ряда других математических дисциплин, в первую очередь таких, как *«Аналитическая геометрия»*, *«Дифференциальная геометрия и топология»*, *«Алгебра и теория чисел»*, *«Математический анализ»*.

Цели и задачи учебной дисциплины

Главными целями учебной дисциплины *«Введение в специальность»* являются:

- освоение новых по сравнению с элементарной математикой понятий, таких, как понятие множества, отображения произвольных множеств, бинарного отношения, бесконечного множества (в частности, счётного множества и множества мощности континуума);
- овладение теоретико-множественными методами, используемыми в различных разделах современной математики;
- приобретение студентами достаточного объема знаний, навыков и умений в области теории множеств для их использования при изучении других математических дисциплин.

Для достижения этих целей решаются следующие задачи:

- Определяются и иллюстрируются на примерах понятия множества, отображения, бинарного отношения;
- Подробно изучаются свойства конечных множеств, их связь с арифметикой натуральных чисел, рассматриваются понятия из области комбинаторики;
- Вводятся понятия счётного множества и множества мощности континуума, а также мощности (кардинального числа) произвольного множества.

В начале изучения дисциплины обсуждается логическая символика и некоторые логические законы, даётся представление об аксиоматическом методе. Затем вводятся понятия множества, отображения, бинарного отношения, связанные с ними понятия и факты иллюстрируются на различных примерах.

Далее обсуждается метод математической индукции, рассматриваются конечные множества и связанный с ними круг вопросов, доказывается формула бинома Ньютона.

Заключительная часть курса посвящена бесконечным множествам. Основное внимание здесь уделяется счётным множествам и множествам мощности континуума.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина *«Введение в специальность»* относится к модулю *«Математический анализ 1»* дисциплин государственного компонента.

Изучение этой дисциплины в течение всего срока обучения проходит во

взаимосвязи с читаемыми параллельно дисциплинами: «Аналитическая геометрия», «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ».

Требования к компетенциям

Преподавание дисциплины «Введение в специальность» должно строиться таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции:

базовая профессиональная компетенция:

БПК-2. Использовать понятия и методы вещественного, комплексного и функционального анализа и применять их для изучения моделей окружающего мира.

Универсальная компетенция:

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- понятия множества, отображения, бинарного отношения, в частности, отношения эквивалентности и отношения порядка;
- понятия конечного множества, свойства конечных множеств, понятия перестановки, размещения, сочетания, формулу бинома Ньютона;
- понятия счётного и несчётного множества, множества мощности континуума;

уметь:

- находить объединение, пересечение, разность множеств;
- вычислять число перестановок, размещений и сочетаний из элементов конечного множества

владеть:

- методом математической индукции.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1 семестре очной и заочной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Введение в специальность» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 90 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 32 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

– для заочной формы получения высшего образования – 8 аудиторных часов, из них 8 часов лекций.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Формы текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Множества, отображения и бинарные отношения

Тема 1.1. Логическая символика.

Высказывания и операции над ними. Необходимые и достаточные условия. Закон исключённого третьего и закон противоречия. Понятие об аксиоматическом методе.

Тема 1.2. Множества и операции над ними.

Понятие множества. Способы задания множеств. Основные операции над множествами. Объединение и пересечение произвольной совокупности множеств.

Тема 1.3. Отображения.

Понятие отображения. Образы и прообразы множеств при отображениях. Сужение и продолжение отображений. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Композиция отображений. Обратное отображение. Равномощные множества.

Тема 1.4. Индексированные семейства. Аксиома выбора.

Индексированные семейства элементов и индексированные семейства множеств. Операции над индексированными семействами множеств. Декартовы произведения и аксиома выбора.

Тема 1.5. Бинарные отношения. Отношения эквивалентности.

Понятие бинарного отношения. Отношения эквивалентности. Классы эквивалентности. Фактор-множество. Примеры.

Тема 1.6. Отношения порядка.

Частично упорядоченные и линейно упорядоченные множества. Максимальные элементы. Принцип максимума Куратовского-Цорна.

Раздел 2. Конечные множества.

Тема 2.1. Метод математической индукции.

Аксиома индукции. Различные формы доказательств по индукции. Построения по индукции.

Тема 2.2. Конечные множества и их простейшие свойства.

Понятие конечного множества и числа его элементов. Теоретико-множественная интерпретация сравнения натуральных чисел.

Тема 2.3. Теоретико-множественные интерпретации действий с натуральными числами.

Число элементов объединения, декартова произведения, множества всех отображений из одного множества в другое, множества всех подмножеств данного множества для случая конечных множеств. Принцип Дирихле.

Тема 2.4. Элементы комбинаторики.

Правило произведения. Перестановки, размещения и сочетания. Треугольник Паскаля.

Тема 2.5. Бином Ньютона.

Формула бинома Ньютона и некоторые другие формулы, обобщающие формулы сокращённого умножения.

Раздел 3. Бесконечные множества.

Тема 3.1. Счётные множества и множества мощности континуума.

Счётные множества и их основные свойства. Примеры счётных множеств. Множества мощности континуума. Основные примеры множеств мощности континуума.

Тема 3.2. Мощность множества.

Понятие мощности (кардинального числа) множества. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятие об арифметике мощностей. Антиномии «наивной» теории множеств. Континуум гипотеза.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСР		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 семестр								
1	Множества, отображения и бинарные отношения	14				2		
1.1	Логическая символика	2						Опрос
1.2	Множества и операции над ними	2						Опрос
1.3	Отображения.	4				2		Тест
1.4	Индексированные семейства. Аксиома выбора.	2						Опрос
1.5	Бинарные отношения. Отношения эквивалентности.	2						Опрос
1.6	Отношения порядка	2						Опрос
2	Конечные множества	10				2		
2.1	Метод математической индукции	2						Опрос
2.2	Конечные множества и их простейшие свойства.	2						Опрос
2.3	Теоретико-множественные интерпретации действий с натуральными числами	2						Опрос
2.4	Элементы комбинаторики	2				2		Отчёт по индивидуальному заданию
2.5	Бином Ньютона	2						Опрос
3	Бесконечные множества	8						
3.1	Счётные множества и множества мощности континуума.	6						Опрос

3.2	Мощность множества.	2					Опрос
	Всего по учебной дисциплине	32				4	Зачёт

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	9
1 семестр							
1	Множества, отображения и бинарные отношения	4					
1.2	Множества и операции над ними	2					Тест
1.3	Отображения						
1.5	Бинарные отношения. Отношения эквивалентности	2					
2	Конечные множества	2					
2.4	Элементы комбинаторики	2					Отчёт по индивидуальным заданиям
3	Бесконечные множества	2					
3.1	Счётные множества и множества мощности континуума	2					Опрос
	Всего по учебной дисциплине	8					зачет

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Кононов С.Г., Тышкевич Р.И., Янчевский В.И. Введение в математику. – Минск, Издательство БГУ, 2003.
2. Хаусдорф Ф. Теория множеств. – Москва. «Ленанд» 2018.
3. Вольвачёв Р.Т. Элементы математической логики и теории множеств. – Минск, Изд. «Университетское», 1986.

Перечень дополнительной литературы

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию – Москва, Наука, 1977.
2. Столл Р.Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории – Москва, Просвещение. 1968.

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Для оценки соответствия достижений и уровня знаний студентов требованиям программы используется следующий диагностический инструментарий:

- устный опрос;
- тест;
- отчёт по индивидуальному заданию.

При оценивании устных ответов учитываются полнота, глубина, обоснованность и точность изложения материала, степень осознанности изученного материала, подтверждение теоретических фактов примерами, грамотность речи.

При оценивании решений тестовых заданий обращается внимание на точность ответа.

При проверке индивидуальных заданий оценивается степень самостоятельности выполнения задания и правильность рассуждений.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Введение в специальность» учебным планом предусмотрен зачет.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.3. Отображения (2 ч)

Форма контроля – тест (примерный вариант).

1. Среди данных отображений укажите те, которые: (а) биективны, (б) инъективны но не сюръективны, (в) сюръективны но не инъективны (г) не инъективны и не сюръективны.
 1). $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x$ 2). $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5$ 3). $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], f(x) = \sin x$
 4). $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x$ 5). $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = n + 1$
2. Напишите формулу, задающую композицию $g \circ f$ отображений $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ и $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, где $f(x) = x^3$, $g(x) = 2x + 1$
3. Дано отображение $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 5$. Напишите формулу, задающую обратное отображение.
4. Дано отображение $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$. Найдите:
 (а) полный прообраз множества $[-2, 4]$ (б) образ множества $[0, 2]$

Тема 2.4. Элементы комбинаторики (2 ч)

Форма контроля – отчёт по индивидуальному заданию (примерные варианты).

1. Сколько существует четырёхзначных натуральных чисел, делящихся на пять, десятичная запись которых состоит из попарно различных цифр 0, 1, 3, 5, 7?
2. Докажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$ справедливо равенство $C_n^0 + \dots + C_n^n = 2^n$.
3. Пусть X, Y – конечные множества, $|X| = m, |Y| = n$. Определите число инъективных отображений из X в Y . При каком условии на m и n такие отображения существуют.
4. Найдите количество различных десятизначных натуральных чисел, в десятичной записи которых каждая цифра встречается ровно один раз.
5. Сколькими способами можно расположить восемь ладей на шахматной доске так, чтобы ни одна из них не была другой?

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются следующие подходы и методы:

- **эвристический**, ориентированный на осуществление студентами личностно-значимых открытий в процессе подготовки к опросам, проводимым во время занятий.

- **практико-ориентированный**, предполагающий: - освоение содержания образования через решения практических задач; - приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; - использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов

В процессе *самостоятельной работы* по дисциплине «Введение в специальность» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности:

- изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы;
- подготовка к опросам, проводимым во время занятий.
- поиск и изучение понятий и фактов из параллельно читаемых курсов «Аналитическая геометрия», «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ», необходимых для усвоения дисциплины «Введение в специальность»;
- выполнение домашних заданий;
- подбор необходимой литературы, поиск необходимой информации в сети Интернет.

Критерием оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Введение в специальность», является уровень усвоения учебного материала, который проверяется и оценивается при проведении опросов во время занятий и при сдаче зачета.

К *организационным формам* проведения УСР по дисциплине «Введение в специальность» относится аудиторная деятельность.

Видами отчетности УСР являются ответы во время опросов, написание теста, отчёты по индивидуальным заданиям.

Контроль УСР по дисциплине «Введение в специальность» проводится преподавателем, как правило, во время аудиторных занятий и осуществляется в виде:

- экспресс-опроса на аудиторных занятиях,
- теста.

Учет результатов контроля текущей успеваемости студентов ведется преподавателем.

Задания студентам по УСР разрабатываются преподавателями, читающими лекции в соответствии с учебной программой.

Примерный перечень вопросов к зачёту по дисциплине «Введение в специальность»

1. Понятие множества. Операции над множествами и их свойства.
2. Понятие отображения. Образы и прообразы множеств при отображениях.

3. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Композиция отображений. Обратное отображение. Равномощные множества.
4. Бинарные отношения. Отношения эквивалентности. Классы эквивалентности и их свойства. Примеры отношений эквивалентности.
5. Индексированные семейства множеств и операции над ними. Декартовы произведения. Аксиома выбора.
6. Частично упорядоченные множества. Линейно упорядоченные множества. Примеры. Максимальные и наибольшие элементы. Теорема Кура-товского-Цорна.
7. Аксиома индукции. Различные формы доказательств по индукции. Теорема о наименьшем элементе. Построения по индукции.
8. Понятие конечного множества и числа его элементов. Подмножества конечных множеств. Теоретико-множественная интерпретация сравнения натуральных чисел.
9. Число элементов объединения конечного семейства конечных множеств. Принцип Дирихле.
10. Свойства конечных множеств: число элементов декартова произведения, множества отображений, множества всех подмножеств.
11. Правило умножения. Перестановки и сочетания и подсчёт их числа. Треугольник Паскаля.
12. Бином Ньютона и другие формулы, обобщающие формулы сокращённого умножения.
13. Счётные множества и их свойства. Примеры счётных множеств. Существование несчётных множеств. Примеры.
14. Множества мощности континуума. Примеры.
15. Понятие мощности (кардинального числа) множества. Сравнение кардинальных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Операции над кардинальными числами.
16. Антиномии наивной теории множеств. Континуум-гипотеза.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)*
Аналитическая геометрия	Геометрии, топологии и МПМ	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 28.05.2021)
Дифференциальная геометрия и топология	Геометрии, топологии и МПМ	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 28.05.2021)
Алгебра и теория чисел	Высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 28.05.2021)
Математический анализ	Теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 28.05.2021)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета
