Для его производной имеет место оценка

$$\dot{V} \leq -\int\limits_{t-h}^{t} p'(\tau - t)\left(\sin\frac{\varphi(t)}{4} - \sin\frac{\varphi(\tau)}{4}\right)^2 d\tau \leq 0.$$

Множество $\{\dot{V} = 0\}$ может содержать лишь движения $\varphi(t) = const$, или $\dot{\psi} \equiv 0$, $\varphi(t) = 2\pi k,\ k \in Z$.

Согласно теоремам из [3, 4] получаем, что управление (3) решает поставленную задачу о стабилизации, при этом верхнее положение маятника является глобально притягивающим.

Библиографические ссылки

1. *Красовский Н.Н.* О стабилизации неустойчивых движений дополнительными силами при неполной обратной связи // Прикладная математика и механика. 1963. Т. 27, No 4. С. 641–663.
2. *Andreev A.S., Peregudova O.A.* Stabilization of the preset motions of a holonomic mechanical system without velocity measurement // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2017. Vol. 81, No. 2. P. 95–105.
3. *Андреев А.С., Хусанов Д.Х.* К методу функционалов Ляпунова в задаче об устойчивости и неустойчивости // Дифференциальные уравнения, 1998. Т. 34. № 7. С. 876–885.
4. *Хусанов Д.Х.* О конструктивной и качественной теории функционально-дифференциальных уравнений (монография). Ташкент: Издательство ФАН АН РУз, 2002. 256 с.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ СЕМЕЙСТВА НЕЛИНЕЙНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ХАОТИЧЕСКИМ ПОВЕДЕНИЕМ

В.В. Цегельник

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,

Минск, Беларусь

tsegvv@bsuir.by

В работе [1] с помощью компьютерного моделирования установлено наличие хаоса (в частности, странных аттракторов) в системах дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = y^2 - x + Az,\ \dot{y} = x,\ \dot{z} = y, \tag{1}$$

$$\dot{x} = yz - x + Ay,\ \dot{y} = z,\ \dot{z} = x, \tag{2}$$

$$\dot{x} = y^2 + Az,\ \dot{y} = x - y,\ \dot{z} = y, \tag{3}$$

$$\dot{x} = yz + Az,\ \dot{y} = x - y,\ \dot{z} = x, \tag{4}$$

$$\dot{x} = yz + Az,\ \dot{y} = x - y,\ \dot{z} = y, \tag{5}$$

$$\dot{x} = -x + y + A,\ \dot{y} = xz,\ \dot{z} = y, \tag{6}$$

$$\dot{x} = yz - x,\ \dot{y} = z + A,\ \dot{z} = x, \tag{7}$$

$$\dot{x} = -x + z,\ \dot{y} = x + A,\ \dot{z} = xy, \tag{8}$$

$$\dot{x} = -x + z,\ \dot{y} = z + A,\ \dot{z} = xy \tag{9}$$

при определенных значениях параметра A. Каждая из систем (1)–(9) является диссипативной. Ниже будем считать независимую переменную t комплексной. Целью работы является исследование характера подвижных (зависящих от начальных условий) особых точек решений системы (1)–(9). Системы (уравнения), общие решения которых не имеют подвижных критических особых точек, называют системами (уравнениями) Пенлеве–типа или P-типа.

Теорема 1. *Системы* (1), (3) *эквивалентны уравнению*

$$\dddot{y} + \ddot{y} - 2y\dot{y} - Ay = 0, \tag{10}$$

а системы (7), (8) *— уравнению*

$$\dddot{y} + \ddot{y} - y\dot{y} + Ay = 0. \tag{11}$$

Системы (2), (4), (5), (6), (9) *эквивалентны соответственно уравнениям*

$$\dddot{y} + \ddot{y} - y\dot{y} - Ay = 0, \tag{12}$$

$$z\dddot{z} - \dot{z}\ddot{z} = z^2\dot{z} - z\ddot{z} + Az^2, \tag{13}$$

$$\dddot{z} + \ddot{z} - z\dot{z} + Az = 0. \tag{14}$$

$$z\dddot{z} - \dot{z}\ddot{z} = z\ddot{z} + z^2\dot{z} + Az^2, \tag{15}$$

$$y\dddot{y} - \dot{y}\ddot{y} = y\ddot{y} + y^2\dot{y} - Ay^2. \tag{16}$$

Теорема 2. *Ни одно из уравнений* (10)–(12), (14) *не является уравнением Пенлеве–типа.*

Справедливость данного утверждения следует из того, что ни одно из уравнений (10)–(12), (14) не входит в список [2] уравнений $\dddot{u} = P(t, u, \dot{u}, \ddot{u})$, где P — многочлен относительно u, $\dot{u}$, $\ddot{u}$ с аналитическими по t коэффициентами, общие решения которых свободны от подвижных критических особых точек.

Следствие 1. *Ни одна из систем* (1)–(3), (5), (7), (8) *не является системой P–типа.*

Библиографические ссылки

1. *Zhang Fu, Heidel J.* Chaotic and nonchaotic behavior in three-dimensional quadratic systems: 5-1 dissipative cases // Int. Journal of Bifurcation and Chaos. 2012. Vol. 22. № 1. 1250010.
2. *Cosgrove C.M.* Chazy classes IX – XI of third-order differential equations // Stud. Appl. Math. 2001. Vol. 104. No. 3. P. 171–228.

О ПРИБЛИЖЕНИИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМЫ С ПОСТОЯННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

О.Б. Цехан

Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Гродно, Беларусь
tsekhan@grsu.by

Рассматривается линейная стационарная сингулярно возмущенная система с запаздыванием:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{10}x(t) + A_{11}x(t-h) + A_2y(t),\ x \in \mathbb{R}^{n_1},\ y \in \mathbb{R}^{n_2}, \\ \mu\dot{y}(t) &= A_{30}x(t) + A_{31}x(t-h) + A_4y(t),\ t \in T = [0, t_1], \end{aligned} \tag{1}$$

$$x\,(0) = x_0,\ y_0(0) = y_0,\ x(\theta) = \phi(\theta), \theta \in [-h, 0)\,. \tag{2}$$

Здесь $A_{ij},\ i = 1, 3, j = 0, 1, A_k, k = 2, 4,$ — постоянные матрицы подходящих размеров; $h > 0$ — постоянное запаздывание; $x_0 \in \mathbb{R}^{n_1},\ y_0 \in \mathbb{R}^{n_2}$, $\varphi(\theta)$ — непрерывная n_1–вектор-функция; μ — малый параметр, $\mu \in (0, \mu^0]$, $\mu^0 \ll 1$.

Пусть $p \overset{\Delta}{=} \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования, e^{-ph} — оператор запаздывания: $e^{-ph}v(t) = v(t-h)$. В результате замены переменных в системе (1) с помощью невырожденного преобразования $T(\mu, e^{-ph})$ [1, 2]